XXIX Неделя науки СПбГТУ. Материалы межвузовской научной конференции. Ч.I: С.86-87, 2001.

УДК 621.3.01

М.В.Эйдемиллер (асп. каф. ТОЭ), В.Л.Чечурин, д.т.н., проф.

ПРЕИМУЩЕСТВА МЕТОДА ЛАГРАНЖА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

В последние годы большое внимание уделяется исследованию методов оптимизации. Одним из активно развивающихся направлений является решение задач оптимизации в электромагнитном поле. Это связано с тем, что при конструировании электротехнических устройств поиск оптимальной формы и структуры тел представляет собой одну из первостепенных целей.

Форму проводящих или ферромагнитных тел приходиться определять при решении различных задач, таких как задачи получения заданного распределения поля вдоль линии, на поверхности или в объеме, экранирования, получения экстремума действующей на проводник с током или на заряженные тела силы или момента и ряде других. При решении этих задач разыскивают форму и структуру тел, используя функционалы различных видов, которые должны достигать экстремума.

Наряду с методом множителей (дискретных) Лагранжа, применяемым для решения задач оптимизации, используют также и метод, в котором множители являются непрерывными функциями координат, когда уравнение в частных производных, которому удовлетворяет искомая функция, рассматривают в качестве ограничения. Эта идея была реализована Л.В.Гибянским, К.А.Лурье и А.В.Черкаевым при решении задачи фокусировки теплового потока [1].

Обычно множители Лагранжа λ – дискретные величины и их можно рассматривать вместе с ограничениями вида $h(p)=0$, где p – вектор выбранных переменных. Для определения множителей λ необходимо решить уравнение $\delta F=0$, где δF – вариация функционала $F = I + \sum_i \lambda_i h_i(p)$, а I – целевой функционал. В этом случае исходные расширенные функционалы будут иметь вид:

$$P = P_1 = I + \int_{\mathrm{v}} \lambda(div \mu \, grad \varphi + \rho) d\mathrm{v} + \sum_i \lambda_i h_i(p)$$

$$P = P_2 = I + \int_{\mathrm{v}} \lambda(div \nu \, grad A + J) d\mathrm{v} + \sum_i \lambda_i h_i(p)$$

где P_1 и P_2 – функционалы для скалярного φ и векторного A потенциалов, удовлетворяющих уравнениям $div \mu \, grad \varphi = -\rho$ и $div \nu \, grad A = -J$ соответственно; ρ – объемная плотность “магнитных” зарядов; J – объемная плотность тока; $\lambda = \lambda(x, y, z)$ – непрерывные множители Лагранжа, являющиеся в общем случае функцией координат x, y, z и удовлетворяющие уравнению $div \mu \, grad \lambda = \delta I$. Алгоритм решения задач был приведен в публикациях [2].

Вышеописанный метод был применен для решения ряда практических задач. Таких как: задача фокусировки магнитного потока в определенной части рассматриваемой области; серия задач получения однородного распределения магнитной индукции на требуемой линии и в определенной области; задача поиска экстремума электромагнитной силы; задача идентификации формы тела и другие.

Разберем задачу получения однородного распределения магнитной индукции в области. Рассматривается четверть электромагнита, геометрия которой показана на рис.1. Необходимо найти оптимальную форму полюса, при которой в области S_0 магнитная индукция наименьшим образом отличается от постоянной $B_y = B_{mp}$ = 1,56 Тл. Граничные условия показаны на рис. 1. Граничные условия для потенциала сопряженной задачи λ

аналогичны условиям для потенциала A. Плотность тока в обмотке $J = 1,5 \cdot 10^6$ А/м^2.

Целевая функция имеет тот же вид,: $I = \int_a^b \mu_0 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial n} - H_n \right)^2 dx$. Невязка между полученной и требуемой магнитной индукцией является источником поля сопряженной задачи, расположенным на линии, ограничивающей область S_0. Допустимая область изменения материала $S_{изм}$ показана на рис. 1 штриховкой.

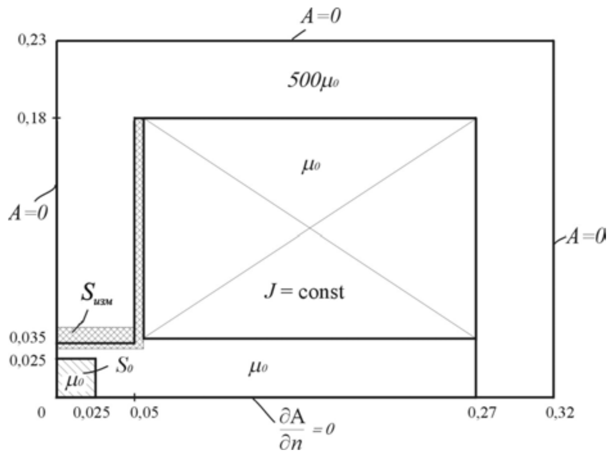

Рис.1. Геометрия и граничные условия задачи

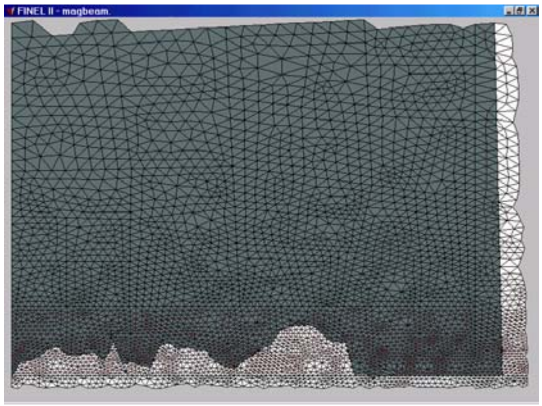

Рис.2. Оптимальная форма полюса

Задача была решена методом конечных элементов. В качестве параметров оптимизации были выбраны 52 перемещаемые точки на границе полюсного наконечника. Перемещение задавалось в направлении нормали к первоначальной прямоугольной форме полюса, показанной на рис.1. Среднеквадратичное отклонение магнитной индукции от заданной $\sigma = \sqrt{\int_a^b (\frac{\partial \varphi}{\partial n} - H_n)^2 dx}$ в начале расчета в области S_0 составило $\sigma = 0{,}0230$. Решение задачи при использовании квадратичной интерполяции потенциала показано на рис.2 (приведена нижняя часть полюса). При решении этой задачи не учитывались нелинейные свойства магнитного материала. Среднеквадратичное отклонение в области S_0 при таком полюсе получилось равным $\sigma = 0{,}0010$. При изменении начальной геометрии полюса, а именно, при расширении полюсного наконечника удалось достичь среднеквадратичного отклонения $\sigma = 0{,}0001$.

Делая выводы, следует отметить основные свойства метода Лагранжа при решении задач оптимизации в теории электромагнитного поля. Метод пригоден для поиска оптимального распределения в пространстве как источников поля, так и материала. В последнем случае решение можно разыскивать в различных классах сред, как изотропных, так и анизотропных, причем каждый шаг поиска требует решения двух краевых задач: для основной переменной, определяющей поле (как правило, потенциала), и для сопряженной переменной λ (множителя Лагранжа). Получаемые при решении функции $grad\varphi$ и $grad\lambda$ определяют направление изменения свойств среды. При решении практических задач требуется существенно меньшее время, чем при использовании градиентных методов оптимизации. Время расчета не зависит от числа параметров оптимизации.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Гибянский Л.В., Лурье К.А., Черкаев А.В. Оптимизация фокусировки теплового потока неоднородной теплопроводной средой (задача о термолинзе) // ЖТФ, т.58, 1988. №1, с.67-74.
2. Чечурин В.Л. Оптимизация структуры и формы тел в плоскопараллельном магнитном поле // Электричество. 1995. №7.