

УДК 621.9:519.3

С.А.Матвеев, А.С.Иванов (асп., БГТУ, СПБИМАШ),
К.М. Иванов, д.т.н., проф. (БГТУ)

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Метод конечных элементов (МКЭ) является одним из самых распространенных численных методов решения инженерных задач. Известны успешные попытки применения метода в самых различных технических и технологических приложениях, в том числе при анализе процессов обработки давлением. Однако широкое использование МКЭ в обработке давлением наталкивает на ряд проблем, одной из которых является устойчивость и точность решений.

При решении задач линейной теории упругости применение процедуры конечно-элементной аппроксимации приводит, как правило, к хорошо обусловленным системам алгебраических уравнений. В упругопластической области ситуация совершенно обратная. Показательными в этом смысле являются результаты вычислительного эксперимента по исследованию точности решений МКЭ, проведенного Американским обществом по испытанию материалов [1]. В эксперименте для решения одной и той же задачи использовались различные методики и программы и различные конечно-элементные сетки. Оказалось, что в упругой области все результаты достаточно хорошо совпадали друг с другом, а также с соответствующими аналитическими решениями. В пластической области наблюдалось серьезное расхождение между решениями, полученными по различным методикам и на различных конечно-элементных сетках. Это свидетельствует о сильной неустойчивости решений МКЭ в пластической области. Указанный факт в настоящее время мало исследован, однако имеет важное, а подчас и определяющее значение при выборе метода анализа процессов обработки давлением. В связи с этим актуальными являются работы по двум направлениям:

- исследования проблем точности и устойчивости численных решений МКЭ в упругопластической области,
- разработки алгоритмов решения плохо обусловленных систем уравнений МКЭ.

В данной работе рассмотрены вопросы оценки точности и устойчивости решения задач упругопластического анализа МКЭ применительно к обработке металлов давлением. Нами был поставлен вычислительный эксперимент по оценке погрешностей упругопластического анализа. Использовались схема плоской деформации и прямоугольная область, состоящая из однотипных треугольных конечных элементов. Механические свойства в упругой области подчинялись закону Гука. В пластической области связь между интенсивностью напряжения σ_i и интенсивностью деформаций ε_i аппроксимировалась зависимостью предложенной Г.А. Смирновым - Аляевым [2]:

$$\sigma_i = \sigma_{i\lim} - C_1 \cdot \exp^{-\varepsilon_i} \cdot C_2 \cdot \exp^{-N \cdot \varepsilon_i},$$

где $\sigma_{i\lim}$, C_1 , C_2 , N - опытные характеристики материала заготовки. Расчеты проводились для стали 20, сплавов АД1 и Л62. В эксперименте использован диапазон изменения интенсивности деформации $\varepsilon_i = 0 \dots 1.0$.

Вначале исследовалась погрешность аппроксимации, а именно, влияние геометрической формы конечных элементов на устойчивость вычислений и погрешность перемещения. Варьировались параметры L_x и L_y (L_x , L_y - размеры прямоугольника вдоль осей x и y соответственно). Наибольшее влияние на погрешность расчетов оказывает величина λ_{\min} - наименьшее по модулю собственное значение матрицы

жесткости, определяющее число обусловленности матрицы жесткости. Установлено, что наибольшее влияние на величину λ_{\min} оказывает искажение формы конечного элемента, оцениваемое отношением Lx/Ly . Наибольшее значение λ_{\min} , обеспечивающее устойчивый расчет, наблюдается при значениях Lx/Ly близких к единице. "Вытянутость" конечного элемента в одном из направлений приводит к катастрофической потере точности аппроксимации. С увеличением градиента деформации значение λ_{\min} уменьшается.

Следует обратить внимание на следующий факт, установленный во время вычислительного эксперимента. Существенное падение значений λ_{\min} матрицы жесткости наблюдалось при заданных кинематических граничных условиях в перемещениях. Следовательно, с точки зрения погрешности аппроксимации, прямые задачи (определение перемещений при заданных нагрузках) более устойчивы при вычислении, чем обратные задачи (определение нагрузок при заданных перемещениях).

Полученные закономерности влияния геометрических параметров конечных элементов сохраняются в широком диапазоне изменения механических свойств, в том числе и при развитой пластической деформации ($\varepsilon_i \approx 1,0$).

Таким образом, проведенные аналитические и численные исследования позволили установить, что проблема устойчивости упругопластического анализа МКЭ в процессах обработки давлением связана, прежде всего, с существенным искажением геометрической формы конечного элемента и неравномерностью деформации. Некоторая неустойчивость решений, либо медленная сходимость может наблюдаться, когда имеют место упругие и относительно малые пластические деформации одновременно в рассматриваемом теле. Реологическая модель и изменение свойств материала не оказывают существенного влияния на проблему сходимости и точности.

Следовательно, для обеспечения устойчивости и требуемой точности решения необходимо либо перестраивать конечно - элементную сетку, либо переходить к элементам высокого порядка квадратичным или кубическим. Перспективным считается использование четырехугольных элементов.

Выводы. Показано, что при расчете упругопластических задач обработки металлов давлением решающий вклад в число обусловленности матрицы жесткости и в погрешность решения вносят искажение геометрической формы конечного элемента и неравномерность деформации. Реологическая модель и изменение свойств материала не оказывают существенного влияния на проблему сходимости и точности. Перспективным считается использование элементов высокого порядка точности.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Бакунин В.М., Рассоха А.А. Метод конечных элементов и голографическая интерферометрия в механике композитов. М.: Машиностроение. 1987. – 312с.
2. Смирнов-Аляев Г.А. Сопrotивление материалов пластическому деформированию. Л.: Машиностроение, 1978. – 367 с.