

УДК 639.3:517.962

К.В.Елисеев (асп., каф. МПУ), Ю.Г.Исполов, д.ф-м.н., проф.

ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ПОВОРОТОВ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ. СТЕРЖНЕВЫЕ КОНСТРУКЦИИ

При работе с объектами, в описание состояния которых входят углы поворота, возникает задача подходящего выбора параметризации последних. Так, стержень представим в виде совокупности плоских фигур, повороты которых могут быть описаны с помощью соответствующего тензора поворота $\underline{\underline{P}}$ [1].

Этот тензор достаточно удобен при работе с последовательными поворотами ($\underline{\underline{P}}_1, \underline{\underline{P}}_2$), когда для сложного поворота имеет место соотношение $\underline{\underline{P}} = \underline{\underline{P}}_2 \cdot \underline{\underline{P}}_1$. Однако при разработке численных расчетных схем имеются трудности, связанные с тем, что для девяти компонент тензора поворота имеется только три независимых параметра.

При работе с малыми поворотами удобно использовать вектор поворота $\underline{\theta} = \theta \underline{n}$, $|\underline{n}| = 1$, связанный с соответствующим тензором

$$\underline{\underline{P}}(\underline{\theta}) = \cos \theta \underline{\underline{E}} + (1 - \cos \theta) \underline{n} \underline{n} + \sin \theta \underline{n} \times \underline{\underline{E}} \quad (1)$$

однако для него нет простого правила получения сложного поворота.

В работе предлагается использовать один скалярный и один векторный параметры Эйлера-Родригеса, связанные с вектором поворота соотношениями

$$\lambda = \cos \frac{\theta}{2}, \underline{\lambda} = \sin \frac{\theta}{2} \underline{n} \quad (2)$$

при дополнительном условии $\lambda^2 + \underline{\lambda} \cdot \underline{\lambda} = 1$. При этом тензор поворота выражается как

$$\underline{\underline{P}} = (2\lambda^2 - 1) \underline{\underline{E}} + 2\lambda \underline{\lambda} \underline{\lambda} + 2\lambda \underline{\lambda} \times \underline{\underline{E}} \quad (3)$$

Можно получить простое правило вычисления параметров для сложного поворота. Последнее позволяет легко использовать их в численных процедурах.

Можно показать связь параметров Эйлера-Родригеса с кватернионами [2]. Разработан алгоритм использования параметров Эйлера-Родригеса для расчетов стержневых конструкций методом последовательных нагружений, методом Ньютона-Рафсона и их модификациями.

Использование параметров Эйлера-Родригеса позволило создать процедуры, требующие меньших вычислительных ресурсов и ресурсов хранения промежуточной информации. Проводится работа по реализации этих процедур.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Елисеев В.В. Механика упругих тел. С.-Петербург, Изд-во СПбГТУ 1999
2. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М Наука 1973