

УДК 681.3

А.С. Кулаченко (5 курс, каф. АиВТ), А.П. Антонов, к.т.н., доц.

### РАЗРАБОТКА ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНОГО АППАРАТА ИЗВЛЕЧЕНИЯ КВАДРАТНОГО КОРНЯ

В настоящее время в таких САПР как MAX+PLUS II существуют библиотеки стандартных арифметических мегафункций. Например, операции деления, умножения и сложения представляются программисту готовыми. В то же самое время операция извлечения квадратного корня из числа не представлена в стандартной библиотеке. Однако при разработке специализированного оборудования на СБИС ПЛ такая операция довольно часто используется. Ярким примером является работа с синусной и косинусной составляющей какого-либо сигнала. Для замешивания их в один сигнал необходимо выполнить преобразование

$$\sqrt{S^2 + C^2}$$

где S и C – синусная и косинусная составляющая сигнала соответственно.

В связи с вышесказанным целью данного исследования был анализ возможных алгоритмов извлечения квадратного корня и построение на их основании различных аппаратов извлечения квадратного корня из числа.

В универсальных ЭВМ основным приемом извлечения квадратного корня является метод итераций, основанный на использовании формулы Ньютона:

$$Y_{n+1} = 0.5(Y_n + X/Y_n),$$

где X – число, из которого необходимо извлечь корень,  $Y_n$  – некоторое промежуточное значение результата операции извлечения квадратного корня,  $Y_{n+1}$  – следующее (более точное) значение результата операции извлечения квадратного корня, n – номер итерации.

Из формулы видно, что для реализации данного алгоритма необходимо использовать делитель с разрядностью числа X. Известно, что операция деления является медленной и сам делитель занимает довольно много места на кристалле СБИС ПЛ. В связи с этим эффективность предложенного алгоритма низка, и использовать такой алгоритм можно в тех случаях, когда делитель нужен не только для операции извлечения квадратного корня, но и для других операций.

Снизить аппаратные затраты и повысить производительность аппарата извлечения квадратного корня можно применив алгоритм поразрядного уравнивания. В этом алгоритме используется начальное приближение, равное

$$2^{N\_RES-1}$$

где N\_RES — разрядность результата. Данное приближение возводится в квадрат и сравнивается с входным числом. Если входное число меньше чем то, что мы получили в результате возведения в квадрат предполагаемого результата, то единица в старшем разряде предполагаемого результата не должна присутствовать. Если же входное число больше либо равно тому, что мы получили в результате возведения в квадрат предполагаемого результата, то единица в старшем разряде предполагаемого результата должна присутствовать. Таким образом, итерационно анализируются все разряды результата.

Алгоритм поразрядного уравнивания, по сравнению с алгоритмом основанным на формуле Ньютона, дает большую производительность и меньшие аппаратные затраты при реализации на СБИС ПЛ. Но также, как и в случае использования делителя в предыдущем алгоритме, так и в только что рассмотренном - с использованием умножителя, наблюдается большой расход места на кристалле под умножитель. Причем с повышением разрядности входных данных происходит резкий спад производительности и резкое увеличение аппаратных затрат у обоих рассмотренных алгоритмов.

Наиболее эффективно извлекать корень из числа позволил алгоритм, построенный при использовании сумматора. Его суть в следующем. Пусть задано подкоренное число  $a = a_1 a_2 \dots a_n$ . Предположим, что удалось найти  $(k-1)$ -ю цифру значения корня, равную  $b_1 b_2 \dots b_{k-1}$ . Очередной остаток  $A_{k-1} = A - (b_1 b_2 \dots b_{k-1})^2 > 0$ . Очередная цифра результата  $b_k$  может быть нуль или единица. Очевидно, что если  $A_k > 0$ , то  $b_k = 1$ . При этом

$$A_k = A - (b_1 b_2 \dots b_{k-1} 1)^2 = A - (b_1 b_2 \dots b_{k-1})^2 - 2 \cdot 2^k b_1 b_2 \dots b_{k-1} - 2^{-2k},$$

или

$$A_k = A_{k-1} - 2^{-(k-1)} b_1 b_2 \dots b_{k-1} 01.$$

Следовательно, для получения очередного остатка надо к уже найденному числу  $b_1 b_2 \dots b_{k-1}$  приписать пару цифр 01 и вычесть полученное число, предварительно сдвинутое на  $(k-1)$  разряд, из предыдущего остатка. При этом если  $A_k \geq 0$ , то  $b_k = 1$ ; если  $A_k < 0$ , то  $b_k = 0$ .

Разработанный на этом алгоритме аппарат извлечения квадратного корня намного опережает по соотношению производительность - место на кристалле все описанные ранее. Сравнительный анализ эффективности аппаратов производился на СБИС ПЛ АСЕХ 1К-100FC484-1. Наглядно результаты сравнительного анализа приведены в табл. 1.

Таблица 1

| Алгоритм                    | Разрядность входных данных | Разрядность результата | Число занятых логических ячеек на СБИС ПЛ | Максимальная частота работы аппарата. |
|-----------------------------|----------------------------|------------------------|---|---------------------------------------|
| С использованием делителя   | 20                         | 10                     | 540                                       | 7.31 МГц                              |
| С использованием умножителя | 20                         | 10                     | 251                                       | 37.73 МГц                             |
| С использованием сумматора. | 20                         | 10                     | 84  | 106.38 МГц                            |
| С использованием делителя   | 40                         | 20                     | 2014                                      | 2.39 МГц                              |
| С использованием умножителя | 40                         | 20                     | 732                                       | 22.02 МГц                             |
| С использованием сумматора. | 40                         | 20                     | 164                                       | 88.49 МГц                             |
| С использованием делителя   | 60                         | 30                     | 4436                                      | Менее 1 МГц                           |
| С использованием умножителя | 60                         | 30                     | 1424                                      | 16.18 МГц                             |
| С использованием сумматора. | 60                         | 30                     | 243                                       | 72.99 МГц                             |

Очевидно, что разработанный на сумматоре аппарат извлечения квадратного корня из числа высокоэффективен. И в отличие от всех остальных рассмотренных аппаратов этот может быть использован в специализированных вычислительных машинах построенных на СБИС ПЛ и описанных при помощи языков программирования устройств.