XXX Юбилейная Неделя науки СПбГТУ. Материалы межвузовской научной конференции. Ч. VII: С.52-53, 2002. © Санкт-Петербургский государственный технический университет, 2002.

УДК 681.3: 681.323

К.Л. Куцаков (5 курс, каф. САиУ), Р.И. Ивановский, д.т.н., проф.

ПРОБЛЕМЫ ГЕНЕРАЦИИ ВЕКТОРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ С ЗАДАННЫМИ СВОЙСТВАМИ

При разработке систем различного назначения возникает необходимость моделирования случайных процессов с заданными свойствами. Существует много методов моделирования случайных процессов с заданными законом распределения и моментами распределения, поэтому основное внимание уделяется корреляционным свойствам.

Задание корреляционных моментов требует решения задачи определения структуры и параметров формирующего фильтра — динамического звена с входным белым шумом, интенсивность которого известна. Традиционный подход к решению такой задачи базируется на известном соотношении между спектральными плотностями входного и выходного случайных процессов:

$$S_x(\omega) = | M(i\omega) |^2 S_0 \qquad (1)$$

где $S_x(\omega)$, S_0 – в общем случае, матрицы спектральных плотностей вектора x и белого шума, M(p) – искомая передаточная матрица формирующего фильтра. S_x и S_0 – известны.

Решение задачи (1) требует применения процедуры факторизации, которая, даже в скалярном случае, не является тривиальной. Значительно более проще способ, не требующий решения задачи факторизации и справедливый как для векторного, так и для скалярного случаев. Он предлагается ниже. Подход предполагает представление системы в виде разностных уравнений и требует лишь численного задания значений корреляционной матрицы или, в скалярном случае, — функции.

Пусть даны значения K_j (j = 0 . . N) корреляционной матрицы стационарного случайного вектора x_k, $k = 0\ .\ .\ L$. Значения K_j и K_{j+1} разделены постоянным интервалом времени T. Векторная случайная последовательность получается на выходе динамического звена (2) с искомой передаточной функцией M(p). Пусть также на вход звена поступает скалярная последовательность типа белого дискретного шума с интенсивностью q.

Матрице M(p) соответствуют эквивалентные разностные уравнения:

$$x_{k+1} = \Phi(T)\, x_k + \Gamma(T)\, w_k\,,\ x(0) = x_0 \qquad (2)$$

Здесь x_k – (n x 1) - вектор состояния с известным средним; w_k – скалярный дискретный белый шум с интенсивностью q и нулевым средним.

Уравнению (5) соответствует ковариационное уравнение вида:

$$P_{k+1} = \Phi(T)\, P_k\, \Phi(T) + \Gamma(T)\, q\, \Gamma^T(T), \qquad (3)$$

где P_k – ковариационная матрица для вектора x_k .

Значения корреляционных матриц K_j и K_{j+1} связаны с фундаментальными матрицами Φ(T) соотношением $K_{j+1} = \Phi(T)K_j$. Записывая множество таких соотношений для каждого j, получаем систему матричных уравнений, в которой неизвестной является матрица Φ(T) формирующего фильтра (2). Для получения среднего значения матрицы Φ(T) используется обобщенный метод наименьших квадратов.

$$\Phi := \left(\sum_{j=0}^{N-1} K_{j+1}\cdot K_j^T\right)\cdot\left(\sum_{j=0}^{N-1} K_j\cdot K_j^T\right)^{-1} \qquad (4)$$

После нахождения матрицы Φ(T) недостающая матрица Γ(T) фильтра находится из уравнения (3), в котором учитывается условие стационарности вида $P_{k+1} = P_k = P$. При необходимости, найденные параметры фильтра (2) могут быть использованы для получения передаточной матрицы M(p) и *z*-передаточной матрицы:

$M(z) = [z\,E - \Phi(T)]^{-1}\,\Gamma(T)$.

Результаты, полученные с использованием традиционного подхода и метода, основанного на прямом пересчете таблично заданных корреляционных матриц, рис.1.:

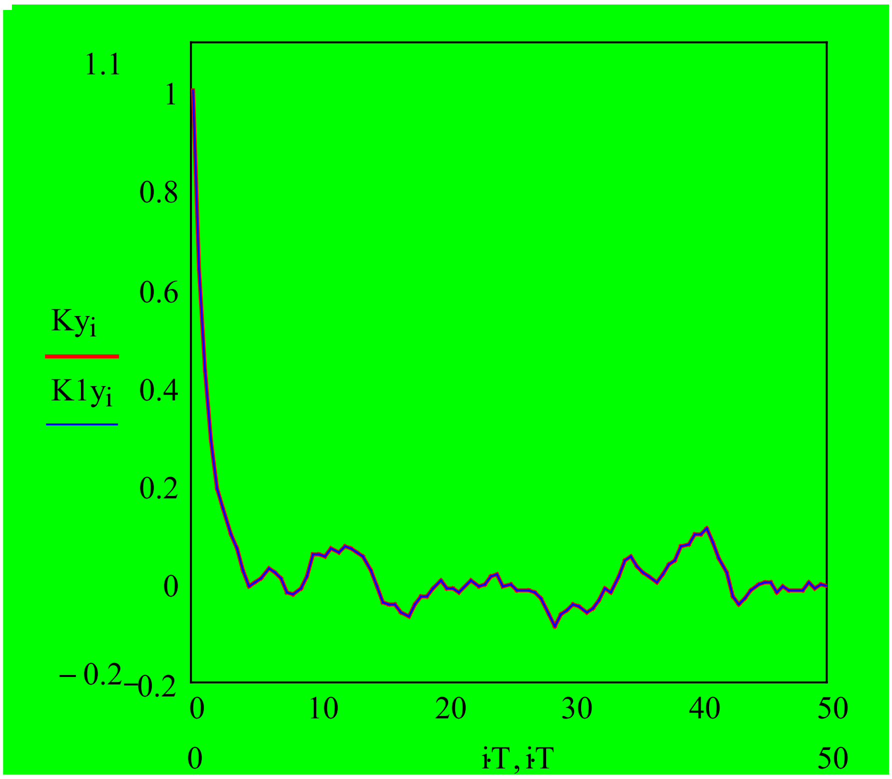

Рис.1.

Из графиков видно, что оба метода дают очень близкие результаты.

Выводы. Таким образом, подход использует прямой пересчет таблично заданных корреляционных матриц или функций в параметры формирующего фильтра, что выгодно отличает его от традиционных процедур, основанных на факторизации, и легко распространяется на скалярный случай.