XXX Юбилейная Неделя науки СПбГТУ. Материалы межвузовской научной конференции. Ч. VII: С.56, 2002. © Санкт-Петербургский государственный технический университет, 2002.

УДК 512.5

С.В. Ищенко (5082/2), Е.Г. Ни (5082/2), В.Н. Козлов, д.т.н., проф.

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

Определим *алгебру* как пару (A,F), где A - непустое множество (*носитель*), и $F=\{f_1,f_2,\dots,f_m\}$- конечный набор операций на этом множестве, причем под n-*арной* (n>0) *операцией* понимается отображение f: $A^n \to A$, а *нульарная операция* фиксирует некоторый элемент носителя.

Пусть $A = \{A,f_1 ,f_2 ,\dots,f_m\}$-некоторая алгебра. Подмножество A^* называется устойчивым в A, если оно замкнуто относительно всех операций алгебры в том смысле, что $a_1 ,a_2 ,\dots,a_n \in A^*$ для произвольной n-арной операции f алгебры A. Ограничивая все операции алгебры A на устойчивом подмножестве A^*, мы получаем подалгебру $A^* = (A^*, f_1 ,f_2 ,\dots,f_m)$, причем за ограниченными операциями сохраняются исходные обозначения.

Применение алгебры используется для построения дискретных систем. Рассмотрим применение алгебры на примере функциональной системы.

Пример. Построить схему конвейера с тремя двигателями x_1, x_2, x_3, действующую так, что включение x_i выключает работающий конвейер и включает его в противном случае, i=1,2,3. Пусть $f(x_1, x_2, x_3) = 0$ при выключенном конвейере и $f(x_1, x_2, x_3) = 1$ при включенном конвейере. Положим f(0,0,0) = 1. Тогда для функции $f(x_1, x_2, x_3)$ получается следующая таблица истинности:

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Представим функцию $f(x_1, x_2, x_3)$ в конъюнктивной нормальной форме:

$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1^*+ x_2^* + x3^*)(x_1^*+ x_2 + x_3)(x_1+ x_2^* + x_3)(x_1 + x_2+ x3^*)$.

Число используемых в схеме двигателей можно сократить, преобразуя выражение для $f(x_1, x_2, x_3)$, а именно:

$f(x_1, x_2, x_3) = [x_1^*+(x_2^* + x3^*)(x_2 + x_3)][x_1+(x_2^* + x_3)(x_2+ x3^*)]$.

Порядок действий в булевых выражениях такой же, как и в числовой алгебре: в выражении a + bc сначала выполняется умножение, а потом сложение.

Заключение. Булева алгебра применима в любых задачах системного управления, с ее помощью можно решать поставленные задачи любой сложности.