XXX Юбилейная Неделя науки СПбГТУ. Материалы межвузовской научной конференции. Ч. VII: С. 71-72, 2002.

УДК 621.791.03.52

С.Н. Окорочков (асп., каф. САУ), С.А. Ковчин, д.т.н., проф.

ОСОБЕННОСТИ СИНТЕЗА МОДАЛЬНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

При синтезе модальных систем автоматического управления (САУ) используют стандартные формы полиномов. Эти полиномы в безразмерной форме представляют собой характеристические уравнения моделей замкнутых САУ с известным распределением корней, которое соответствует известным переходным функциям.

Таким образом, при синтезе модальной САУ, если известна только степень полинома знаменателя передаточной функции (ПФ) объекта управления, выбирают из заданного набора кривых переходного процесса желаемую характеристику и связанную с ней стандартную форму полинома знаменателя ПФ с определёнными коэффициентами. Далее обычным путём находится значение коэффициентов обратных связей. Эта процедура является стандартной при синтезе регуляторов состояния [1].

Исходной фундаментальной работой, в которой сосредоточены все формы стандартных полиномов и графики соответствующих ПФ, является работа [2]. В России более известна монография Н.Т. Кузовкова [3], но в ней изложены те же материалы, но в менее информативной форме. Однако для синтеза дискретных модальных САУ материалы работ [2] и [3] следует применять с осторожностью. Суть дела заключается в нижеследующем.

Пусть полином, характеризующий знаменатель ПФ модели непрерывной САУ, имеет вид:

$$N(s) = s^3 + 2,0\cdot\omega_0\cdot s^2 + 2,0\cdot\omega_0^2\cdot s + \omega_0^3. \tag{1}$$

Для дискретной САУ аналогичный полином, записанный в Z-форме, имеет вид:

$$N(z) = z^3 + A_1\cdot z^2 + A_2\cdot z + A_3 = (z - z_1)\cdot(z - z_2)\cdot(z - z_3), \tag{2}$$

где z_1, z_2, z_3 – корни полинома N(z).

Тогда, в соответствии с теоремой Виета, коэффициенты будут равны:

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= -(z_1 + z_2 + z_3),\\ A_2 &= z_1\cdot z_2 + z_2\cdot z_3 + z_1\cdot z_3,\\ A_3 &= -z_1\cdot z_2\cdot z_3. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Для непрерывной САУ распределение корней по Баттерворту имеет следующий вид:

$$N(s) = s^3 + 0,309\cdot s^2 + 0,048\cdot s + 0,0037, \tag{4}$$

где $s_{1,2} = 0,5\cdot\omega_0\cdot(-1 \pm j\cdot\sqrt{3})$, $s_3 = -\omega_0$ – корни полинома N(s), $\omega_0 = 0,155$ рад/с.

Но, так как $z_i = e^{S_i\cdot T}$ в рассматриваемом примере корни полинома N(z) зависят от значения T. Рассмотрим переходный процесс при двух значениях T.

Допустим $T_1 = \tau_1 = 1/\omega_0 = 6,472$ с., тогда корни полинома N(z) равны:

$z_1 = 0,393 + 0,462i$,

$z_2 = 0,393 - 0,462i$,

$z_3 = 0,368$.

Полином N(z) будет иметь вид:

$$N(z) = z^3 - 1,154\cdot z^2 + 0,657\cdot z - 0,135. \tag{5}$$

При $T_2 = 0,2\cdot\tau_1 = 1,293$ с., корни полинома N(z) равны:

$z_1 = 0,891 + 0,156i$,

$z_2 = 0,891 - 0,156i$,

$z_3 = 0{,}819$.

Полином N(z) будет иметь вид:

$$N(z) = z^3 - 2{,}601 \cdot z^2 + 2{,}278 \cdot z - 0{,}67. \qquad (6)$$

Рассчитаем переходный процесс для вышеуказанных значений T по формуле:

$$h(\tau) = \frac{z^{-3}}{1 + A_1 \cdot z^{-1} + A_2 \cdot z^{-2} + A_3 \cdot z^{-3}} \cdot \frac{1}{1 - z^{-1}} = \frac{b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2} + b_3 \cdot z^{-3}}{1 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2} + a_3 \cdot z^{-3} + a_4 \cdot z^{-4}}, \qquad (7)$$

где $b_0 = 0$, $b_1 = 0$, $b_2 = 0$, $b_3 = 1$,

$a_0 = 1$, $a_1 = A_1 - 1$, $a_2 = A_2 - A_1$, $a_3 = A_3 - A_2$, $a_4 = - A_3$.

Переходный процесс имеет следующий вид ($\tau = t/T$ – безразмерное время):

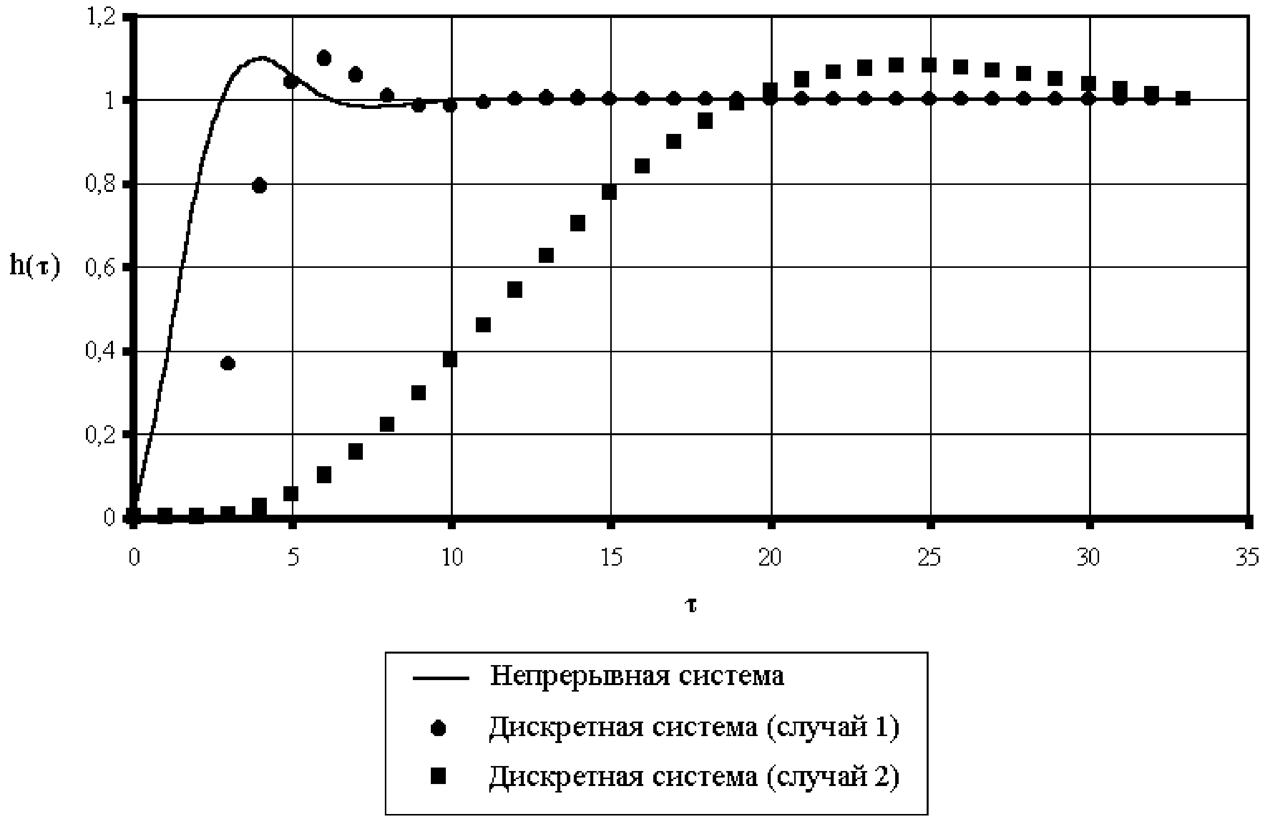

Рис. 1. Переходный процесс

Как видно из рисунка, в первом случае (при $T_1 = \tau_1$) дискретный переходный процесс близок к непрерывному. Во втором случае (при $T_2 = 0{,}2 \cdot \tau_1$) переходный процесс значительно затягивается. Это показывает, что переходный процесс для дискретной системы, в отличие от непрерывной, не может быть определён однозначно. Следовательно, материалов, изложенных в работах [2] и [3], недостаточно для синтеза дискретных модальных САУ.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Воронов А. А. Введение в динамику сложных управляемых систем – “Наука”, 1985.
2. Graham D., Lathrop R. C. The synthesis of “optimum” transient response // “IEEE Tech” – November 1953, p. 273-288.
3. Кузовков Н. Т. Модальное управление и наблюдаемость устройств – “Машиностроение”, 1976.