

УДК: 621.822-72, 517.954

В.М.Мамедов (5 курс, каф. Прикладной математики),
С.В.Лупуляк, к.т.н., доц.

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГАЗОСТАТИЧЕСКОЙ ОПОРЫ

Данная проблема возникла при исследовании поведения газового смазочного слоя внутри газостатических опор. Необходимо было изучить появившуюся краевую задачу на предмет существования и единственности решения.

Краевая задача, анализу которой посвящена работа, выглядит следующим образом.

Мы считаем, что поле давления в смазочном слое между двумя близко расположенными неподвижными поверхностями, одна из которых профилирована, описывается уравнением Рейнольдса теории газовой смазки:

$$\operatorname{div}(h^3 \nabla P) = 0 \text{ в } \Omega \setminus \bigcup_{i=1}^k \bar{\Omega}_i \quad (1)$$

где P – давление в смазочном слое (имеет физический смысл только $P \geq 0$); h – гладкая функция профиля (толщина зазора); $\Omega \subset R^2$ – ограниченная открытая связная область (смазываемая поверхность) с гладкой границей $\partial\Omega$; подобласти $\Omega_i \subset\subset \Omega$ (т.е. $\bar{\Omega}_i \subset \Omega$) также имеют гладкие границы $\partial\Omega_i$.

На внешней границе $\partial\Omega$ ставится следующее условие:

$$P|_{\partial\Omega} = P_a \quad (2)$$

На внутренних границах $\partial\Omega_i$ мы также считаем значения функции P постоянными, но эти константы не задаются, а должны быть найдены из соотношений:

$$\int_{\partial\Omega_i} (h^3 \nabla P)_n ds = 2m\theta(P_i), \text{ где } P_i = P|_{\partial\Omega_i} = \text{const}. \quad (3)$$

Таким образом, мы имеем краевую задачу первого рода для линейного эллиптического уравнения, однако, краевые условия заранее не известны, а должны быть определены в процессе решения из нелинейных соотношений (3).

Функция $\theta(P)$ – это, так называемая, функция “истечения”, которая характеризует закон истечения газа через отверстия Ω_i .

Выводы. Доказана разрешимость задачи и то, что существующее решение единственно. Кроме того, было показано, что решения задачи лежат в интересующих нас пределах при выполнении некоторых условий, которые имеют ясный физический смысл.