XXX Юбилейная Неделя науки СПбГТУ. Материалы межвузовской научной конференции. Ч. V: С. 38-39, 2002.

УДК 662.642: 621.926.7

И.А. Титов (5 курс, каф. Прикладной математики), С.Ю.Жуков, к.ф.-м.н., доц.

ПРОБЛЕМА ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ОСТОВНОГО ДЕРЕВА В КОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЯХ

В настоящие время идет активное развитие сетей проводной и беспроводной связи, отсюда ясно, что вопросы оптимизации структуры сетей становятся все более актуальными. В связи с этим в литературе изучаются проблемы построения оптимальных сетей связи, рассматриваются многочисленные варианты и даются либо точные, либо приближенные алгоритмы их решения.

В работе рассматриваются проблемы построения остова с минимальной стоимостью передачи при использовании конечного множества точек Штейнера.

Строгая математическая формулировка проблемы в форме задачи распознавания выглядит следующим образом:

Условие. Заданы полный граф $G(V,E)$, $V = V_h \bigcup V_{st}$, вес $w(e) \in Z_0^+$ каждого ребра $e \in E$, потребность $r(u,v) \in Z_0^+$ для неупорядоченной пары (u,v) ($r(u,v) = r(v,u)$) и граница $B \in Z_0^+$. $r(\{u,v\}) = 0$, если $u \in V_{st}$ или $v \in V_{st}$.

Вопрос. Существует ли в G дерево $T(V_T, E_T)$, отвечающее следующим требованиям:

- $V_h \in V_T$
- $\cos t(T) = \sum_{u,v \in V_T} W(u,v) \cdot r(u,v) \le B$,

где $W(u,v)$ обозначает сумму весов ребер на пути в T, соединяющем u и v.

В работе доказана полиномиальная эквивалентность данной проблемы в задаче построения остова с минимальной стоимостью передачи называемой в литературе minimun communcation cost spanning tree problem (MCT).

Доказаны следующие факты и приведены следующие алгоритмы для задачи MCT:

- MCT $\in$ NPC;
- не существует приближенного алгоритма, дающего решения с точностью до аддитивной константы;
- MCT относится к классу MAX-SNP, введенному в [5], а, следовательно, для нашей проблемы не существует полиномиальных схем аппроксимации (Polynomial Time Approximation Scheme) [5, 2], если $P \ne NP$.

Приведено доказательство того, что если задача относится к классу MAX-SNP, то существует приближенный алгоритм, дающий решение с точностью до мультипликативной константы [5].

Алгоритм, находящий решение проблемы за полиномиальное время в случае графа с равными весами [3].

Алгоритм, решающий задачу MCT (и StMCT) с точностью до умножения на $O(2^{\sqrt{\log n \log\log n}})$ [4, 1].

В работе показана существенная сложность проблемы, но остается "зазор" между доказанным отсутствием полиномиальных схем аппроксимации и наилучшим полиномиальным приближенным алгоритмом, решающем задачу с точностью до умножения на $2^{O(\sqrt{\log n \log\log n})}$. Данный "зазор" может быть сужен при дальнейшем изучении проблемы StMCT или определенных в работе эквивалентных проблем. Дальнейшим шагом в изучении проблемы МСТ может служить доказательство принадлежности задачи к более высокому, чем MAX-SNP-hard, классу оптимизационных задач, определенных С. Аророй в 1998.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Alon N., Karp R.M., Peleg D. and West D. A graph-theoretic game and its application to the k-server problem. SIAM J. Comput., pages 78-100, 1995.

2. Arora S., Lund C. Hardness of Approximation. In Approximating Algorithms for NP-Hard Problems (D. Hochbaum, ed.), PWS Publishing Company, 1996.

3. Hu T.C., Optimum communication spanning trees. SIAM J. Comput., pages 188-195, 1974.

4. Peleg D., Reshev E. Deterministic Polylog Approximation for Minimum Communication Spanning Trees. In Proc. 25th International Colloquium on Automata, Languages, and Programming, July 1999.

5. Papadimitriou C.H., Yannakakis M. Optimization, approximation and complexity classes. J. Comput. System Sci., Vol 43, 1991.