

УДК 539.3

М.Ю.Горохов (6 курс, каф. МПУ),
А.С.Семенов, к.ф.-м.н., доц., Б.Е.Мельников, д.т.н., проф.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ НА ПАРАМЕТРЫ РАЗРУШЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ГРИФФИТСА. ЧАСТЬ 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Целью данной работы являлся анализ влияния геометрической нелинейности на параметры разрушения на примере задачи о растяжении по моде I бесконечной плоскости с внутренней трещиной в условиях плоской деформации при использовании различных моделей материалов. Анализировалась возможность с высокой степенью точности вычислять указанные параметры на основе численного решения задачи. В заключение проводился анализ влияния длины трещины на относительные размеры области больших деформаций. Весь анализ выполнен для параметров материала и нагружения типичных для металлов.

В качестве параметров разрушения, по которым производилось сравнение различных моделей материалов, были приняты следующие параметры:

– показатель сингулярности напряжений $p_{\sigma_{ij}}$ (предполагается, что в окрестности вершины

трещины поле напряжений имеет асимптотическое представление вида $\sigma_{ij} \sim \left(\frac{r^\circ}{a}\right)^{p_{\sigma_{ij}}}$, где r°

– расстояние в полярной системе координат с началом в вершине трещины в недеформированной конфигурации), a – половина длины трещины;

– J -интеграл $J = \mathbf{i}_1 \cdot \int_{\Gamma} (\mathbf{N}W^* - \mathbf{N} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{F}) d\Gamma$, где $W^* = \int \mathbf{P} \cdot d\mathbf{F}^T$ – плотность энергии

деформации, \mathbf{N} – нормаль к контуру в недеформированной конфигурации, \mathbf{P} – первый тензор напряжений Пиола-Кирхгоффа, \mathbf{F} – градиент деформации, \mathbf{i}_1 – орт направления роста трещины;

– осредненное по представительному объему максимальное главное напряжение

$\bar{\sigma} = \frac{1}{d_*} \int_0^{d_*} \sigma_{22}(X_1, 0) dX_1$, где d_* – структурный параметр материала, X_1 – координата вдоль

линии роста трещины;

– CTOD (Crack Tip Opening Displacement) – критическое раскрытие в вершине трещины

$\delta_t = \Delta u_y \Big|_{x=a-r_{pl}}$, где условный радиус пластической зоны r_{pl} принимался на основе

решения задачи линейной теории упругости $r_{pl} = \frac{a}{2} \left(\frac{\sigma_{22}^\infty}{\sigma_Y} \right)^2 (1 - 2\nu)^2$ для плоского

деформированного состояния, σ_Y – предел текучести материала, σ_{22}^∞ – растягивающее напряжение на бесконечности.

Исследовались следующие модели материалов:

– материал Гука (малые деформации);

– упруго-пластический материал с линейным кинематическим упрочнением (малые деформации);

– сжимаемый и несжимаемый гиперупругие неогуковский материал и материал Муни;

– модель упруго-пластического материала с линейным кинематическим упрочнением основанная на аддитивном разложении тензора скоростей деформаций (большие деформации);

– модель упруго-пластического материала с линейным кинематическим упрочнением основанная на мультипликативном разложении градиента деформаций (большие деформации).

Решение задачи проводилось методом конечных элементов при помощи системы конечно-элементного анализа MSC.Marc. Выбор в пользу данной системы был сделан потому, что, в отличие от широко используемой системы ANSYS, в данной системе реализована модель упруго-пластического материала с мультипликативным разложением градиента деформации.

Размер наименьшего элемента Δ в окрестности вершины трещины соотносится с половиной ее длины a как 1:4000. Использовались изопараметрические 8-ми узловые конечные элементы.

В качестве параметров материала были выбраны следующие значения: модуль Юнга $E = 210$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$, предел текучести $\sigma_Y = 200$ МПа, модуль упрочнения $E_T = E/30 = 7$ ГПа, для неогукковского материала $C_{10} = 0.408$ ГПа, для материала Муни $C_{10} = 0.3$ ГПа и $C_{01} = 0.104$ ГПа, структурный параметр $d_* = 1000 \mu\text{m} = a/100$.

Константы для материалов Муни-Ривлина и неогукковского подобраны так, чтобы при малых деформациях определяющее соотношение переходило в закон Гука с константами E и ν . Длина трещины была принята равной 20 см.

С целью оценки качества выбранной конечно-элементной модели было проведено сравнение численного и аналитического решений для линейно упругого материала. Погрешность вычисления J -интеграла и CTOD составила примерно 0,5%, для показателей сингулярности напряжений погрешность не превысила 2%. Для упруго-пластического материала Рамберга-Осгуда погрешность вычисления показателя сингулярности напряжений также оказалась в пределах 2%. Показатели сингулярности напряжений вычислялись на

основании аппроксимации решения вблизи трещины степенной зависимостью $\sigma_{ij} \sim \left(\frac{r^\circ}{a}\right)^{p_{\sigma_{ij}}}$

по методу наименьших квадратов. Из анализа исключались первые два элемента у вершины трещины.

Установлено, что рассматриваемые параметры разрушения демонстрируют значительные отличия при анализе чувствительности результатов к степени измельчения конечно-элементной сетки. На примере линейно упругого материала было выполнено исследование влияния густоты разбиения на конечные элементы в окрестности вершины трещины на значение J -интеграла, показателей сингулярности напряжений $p_{\sigma_{ij}}$, а также на значение осредненного напряжения $\bar{\sigma}$. Выяснилось, что J -интеграл является стабильным параметром по отношению к изменению величины Δ (размер наименьшего элемента). Даже на грубых сетках можно получить значение J -интеграла с приемлемой точностью. Напротив, локальные параметры разрушения $p_{\sigma_{ij}}$ и $\bar{\sigma}$ демонстрируют высокую чувствительность к качеству конечно-элементной сетки.

Также на примере линейно упругого материала исследовалось влияние размера области осреднения d_* на значение осредненного напряжения $\bar{\sigma}$. Выяснилось, что при $d_*/a \rightarrow 0$ погрешность вычисления $\bar{\sigma}$ резко возрастает, и только при $d_*/a > 0.01$ можно говорить о разумной точности $1 \div 2\%$ вычисления данного параметра. Выбранное в расчетах значение $d_* = 1000 \mu\text{m} = a/100$ удовлетворяет этому условию.

Результаты численного решения и сравнительный анализ рассматриваются во второй части данной работы.