XXXI Неделя науки СПбГПУ. Материалы межвузовской научной конференции. Ч. IV: С.28-29, 2003.

УДК 539.3

П.В.Ткачев (4 курс, ЦНИИ РТК), А.М.Кривцов, д.ф.-м.н., проф.

УСТОЙЧИВОСТЬ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ПЛОСКОЙ ЯЧЕЙКИ В ПОЛЕ ПАРНОГО ПОТЕНЦИАЛА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Известно, что некоторые твердые материалы, в частности металлы, при большом внешнем давлении ведут себя как жидкости. Это говорит о потере устойчивости элементов их составляющих. Цель данного исследования понять причины и механизмы данного явления.

Вначале, для выявления закономерностей, рассмотрена плоская задача о нагружении равновесной конфигурации системы трех частиц равной массы (элементарной плоской ячейки идеальной кристаллической решетки) одинаковыми по модулю центральными силами. Считается, что в положении равновесия частицы образуют равносторонний треугольник. Сила взаимодействия внутри системы определяется заданным парным потенциалом взаимодействия.

Решение находилось, как в случае следящих, так и в случае мертвых сил. Геометрия задачи изображена на рис. 1.

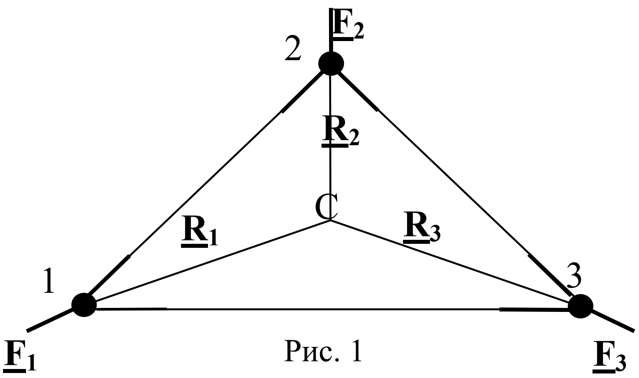

Рис. 1

C – центр масс;
$\underline{F}_i$ – центральная сила действующая на систему;
F_i?const=F;
$\underline{F}_{ij}$ – сила взаимодействия между частицами;
$\underline{R}_i$ – радиус-вектор частицы;
В равновесии R_i?const=R;
i,j=1,2,3

Рассмотрим равновесие системы. Вектора, имеющиеся в задаче, будут определяться следующими соотношениями:

$$\underline{R}_1 = R\underline{e}_1 = R(-\frac{\sqrt{3}}{2}\underline{i} - \frac{1}{2}\underline{j})\,;\ \underline{R}_2 = R\underline{e}_2 = R\underline{j}\,;\ \underline{R}_3 = R\underline{e}_3 = R(\frac{\sqrt{3}}{2}\underline{i} - \frac{1}{2}\underline{j})\,;$$

$$\underline{R}_c = \frac{1}{3}(\underline{R}_1 + \underline{R}_2 + \underline{R}_3) = \underline{0}\,;\ \underline{F}_i = F\underline{e}_i^F = F\frac{\underline{R}_c - \underline{R}_i}{\left|\underline{R}_c - \underline{R}_i\right|} = -F\underline{e}_i\,;\ i = \overline{1,3}\,;$$

$$\underline{F}_{ij} = F_{ij}\underline{e}_{ij} = F_{ij}\frac{\underline{R}_i - \underline{R}_j}{\left|\underline{R}_i - \underline{R}_j\right|} \Rightarrow \underline{F}_{ij} = -\underline{F}_{ji}\,;\ i,j = \overline{1,3} \Rightarrow$$

$$\underline{F}_{12} = -\underline{F}_{21} = F_{12}(-\frac{1}{2}\underline{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\underline{j})\,;\ \underline{F}_{13} = -\underline{F}_{31} = F_{13}(-\underline{i})\,;\ \underline{F}_{32} = -\underline{F}_{32} = F_{32}(\frac{1}{2}\underline{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\underline{j})\,.$$

Из системы уравнений статики получаем, что в положении равновесия:

$$\begin{cases} F_{12} = F_{21} = F_{13} = F_{31} = F_{32} = F_{23} = \Phi\,, \\ F = \sqrt{3}\Phi\,. \end{cases}$$

Рассмотрим динамику системы при внесении в нее бесконечно малого возмущения. Осуществив варьирование системы уравнений динамики, получим характеристическое уравнение.

В случае следящих сил оно имеет вид: $\lambda^6(m\lambda^2 + 3\Phi')(2m\lambda^2 + 3\Phi')^2 = 0$. Устойчивость будет в случае вещественного λ. Из уравнения видно, что это возможно в случае $\Phi' < 0$, т.е.

система, нагруженная следящими центральными силами, устойчива на сжатие и растяжение до минимума потенциала.

В случае мертвых сил: $\lambda^4(m\lambda^2+3\Phi')(m\lambda^2+\dfrac{\sqrt{3}\Phi}{R})(2m\lambda^2+3\Phi'+\dfrac{\sqrt{3}\Phi}{R})^2=0$, т.е. устойчивость в случае $\Phi'<0$ и $\Phi<0$. Это означает неустойчивость на сжатие и устойчивость на растяжение.

Как видно из решения данная модель не совсем адекватна, так как неустойчивость в данном случае есть поворот системы как твердого тела. Необходимо отсеять поворот и повторить исследование.