

УДК 662.642: 621.926.7

Е.Е.Горячихова (асп., каф. МПУ), Л.М.Яковис, к.т.н., доц.

УЧЕТ КОРРЕЛЯЦИИ ПРИ ОБНАРУЖЕНИИ РАЗЛАДКИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДОМ КОНТРОЛЬНЫХ КАРТ

Рассмотрена классическая задача последовательного статистического анализа – обнаружение момента изменения среднего уровня случайного процесса – в неклассических условиях, когда исследуемый процесс представляет собой не последовательность независимых случайных величин, а обладает автокорреляцией. В основу работы положена широко применяемая для контроля качества технологических процессов процедура построения так называемых контрольных карт. В ходе решения задачи изучены известные (утвержденные международными и Российскими стандартами) правила построения контрольных карт, и показано, каким образом обобщить традиционный метод формирования контрольных границ при построении контрольных карт на практически важный случай наличия автокорреляции.

Выведены формулы для формирования контрольных границ применительно к классу случайных процессов с экспоненциальной корреляционной функцией для двух наиболее распространенных типов контрольных карт: контрольные карты средних значений по подвыборкам и контрольные карты экспоненциального сглаживания. Процессы данного типа могут быть получены как решение разностного уравнения $y_k = ay_{k-1} + (1-a)\xi_k$, на вход которого подается дискретный белый шум ξ_k . В методе экспоненциального сглаживания полученный коррелированный процесс пропускается также через фильтр $x_k = cx_{k-1} + (1-c)y_k$. В качестве критериев сравнения различных алгоритмов обнаружения моментов изменения параметров случайных процессов рассматриваются среднее количество ложных тревог и среднее время обнаружения разладки.

Рассчитаны верхняя и нижняя контрольные границы отклонений от среднего уровня M при учете корреляции:

$$VG = M + 3\sqrt{D}, \quad NG = M - 3\sqrt{D}, \quad (1)$$

где для контрольных карт средних значений по подвыборкам объема n дисперсия рассчитывается по формуле

$$D = \frac{1}{n^2} \left(\frac{n(a+1)}{(1-a)} + \frac{2a(a^n - 1)}{(1-a)^2} \right) D_y,$$

а для контрольных карт экспоненциального сглаживания – по формуле:

$$D = \frac{(1-c)(1+ac)}{(1+c)(1-ac)} D_y.$$

Разработанные методы формирования контрольных границ были исследованы путем статистического имитационного моделирования на ЭВМ с использованием программы «Статистика» и проверялись на реальных данных контроля технологических процессов. В результате предложена инженерная методика построения контрольных карт для коррелированных временных рядов. Поскольку большинство реальных технологических процессов содержат высокочастотные измерительные ошибки и относительно низкочастотные составляющие, связанные с постепенным изменением свойств материалов, целесообразно аппроксимировать контролируемый процесс суммой дискретного белого шума и экспоненциально коррелированной случайной последовательности. При этом

коэффициент корреляции a может быть определен как среднее отношение значений корреляционной функции на соседних шагах, после чего несложно рассчитать дисперсию коррелированной части D_{exp} дисперсию белого шума D_{ξ} . Затем контрольные границы рассчитываются по формуле (1), причем для определения D получены следующие соотношения:

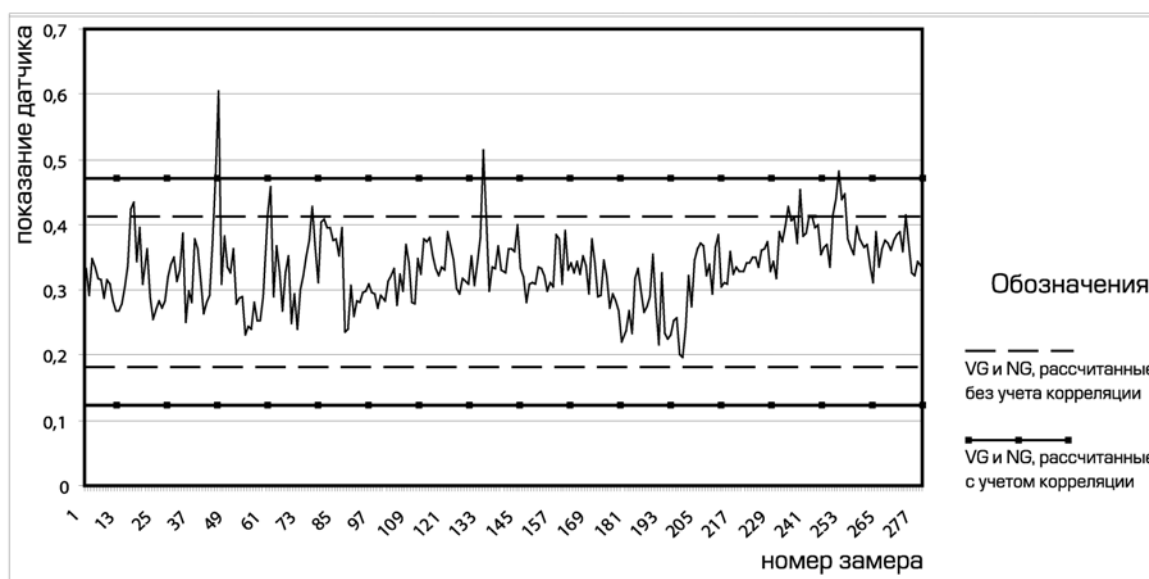
1) для контрольных карт средних значений по подвыборкам –

$$D = D_{\xi}^* + D_{\text{exp}}^* = \frac{1}{n} D_{\xi} + \frac{1}{n^2} \left(\frac{n(a+1)}{(1-a)} + \frac{2a(a^n-1)}{(1-a)^2} \right) D_{\text{exp}};$$

2) для контрольных карт экспоненциального сглаживания –

$$D = D_{\xi}^* + D_{\text{exp}}^* = \frac{(1-c)}{(1+c)} D_{\xi} + \frac{(1-c)(1+ac)}{(1+c)(1-ac)} D_{\text{exp}}.$$

Опробование разработанной методики на примерах конкретных технологических процессов подтверждает необходимость учета корреляции при использовании метода контрольных карт для реальных производственных систем и указывает один из способов такого учета.



Иллюстрацией служит приведенный рисунок, из которого видно, что построение контрольных карт традиционным методом без учета корреляции приводит в отсутствие сдвига среднего значения к многочисленным «ложным тревогам» при пересечении контрольных границ, в то время как при использовании предложенного способа, этого не происходит.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Миттаг Х.-Й., Ринне Х. Статистические методы обеспечения качества. Пер. с нем. – М.: Машиностроение, 1995. – 616 с.
2. Статистические методы повышения качества. Пер. с англ. / Под ред. Х.Кумэ. – М.: Финансы и статистика, 1990. – 304 с.