XXXI Неделя науки СПбГПУ. Материалы межвузовской научной конференции. Ч. IV: С.35-36, 2003.

УДК 662.642:621.926.7

Ю.А.Карнаухова (6 курс, каф. МПУ), Л.М.Яковис, к.т.н., доц.

ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМ УСРЕДНЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНЫХ ПОТОКОВ

Для сглаживания неоднородности характеристик материальных потоков с целью получения стабильных по свойствам материалов во многих отраслях промышленного производства применяются усреднительные системы. Для многотоннажных технологических процессов в производстве цемента, металлургии, горнодобыче, очистке воды усреднительные системы представляют собой дорогостоящие агрегаты большого объема. В связи с этим практический и теоретический интерес представляет задача определения минимального по объему усреднителя, который обеспечивает заданную степень сглаживания.

При формализации данной задачи будем предполагать, что вариации некоторого показателя качества входного материального потока $\alpha_{вх}(t)$ представляют собой стационарный случайный процесс с известной автокорреляционной функцией $r(\theta)$. Изменения показателя выходного потока

$$\alpha_{вых}(t) = \int_0^\infty h(\theta)\alpha_{вх}(t-\theta)d\theta \tag{1}$$

определяются выбором оператора усреднения $h(\theta)$. В результате решения задачи необходимо определить минимальный объем усреднителя V, позволяющий обеспечить заданную степень сглаживания $\gamma = D_{вых}/ D_{вх}$, которая характеризуется отношением дисперсии показателя α на выходе усреднителя к дисперсии этого же показателя на его входе.

Связь между объемом усреднительной системы и оператором усреднения определяется зависимостью:

$$V = \frac{Q}{d}T_3\,,\; T_3 = \int_0^\infty \theta h(\theta)d\theta\,, \tag{2}$$

где T_3 – длительность заполнения усреднителя, а Q и d – массовый расход и плотность усредняемого материального потока.

Необходимо минимизировать дисперсию выходного материального потока

$$D_{вых} = \int_0^\infty\int_0^\infty h(\theta_1)h(\theta_2)r(\theta_1-\theta_2)d\theta_1 d\theta_2 \to \min_{h(\theta)} \tag{3}$$

при ограничениях

$$\int_0^\infty h(\theta)d\theta = 1\,,\; \int_0^\infty h(\theta)\theta d\theta = T\,,\; h(\theta)\ge 0\,. \tag{4}$$

Согласно методам решения задач на условный экстремум сформируем функционал

$$J = \int_0^\infty\int_0^\infty h(\theta_1)h(\theta_2)r(\theta_1-\theta_2)d\theta_1 d\theta_2 + \gamma_1\int_0^\infty h(\theta)d\theta + \gamma_2\int_0^\infty h(\theta)\theta d\theta \tag{5}$$

и будем решать задачу его минимизации при условии $h(\theta)\ge 0$.

Приравнивая нулю первую вариацию функционала, получим уравнение

$$\int_0^\infty r(\theta_1-\theta_2)h(\theta_2)d\theta_2 + \gamma_1 + \gamma_2\theta_1 = 0\,. \tag{6}$$

Рассмотрим частный случай, когда корреляционная функция процесса на входе представляет собой экспоненциальную зависимость $r(\theta) = D_{вх}e^{-\xi|\theta|}$ с параметром ξ.

Оптимальный оператор усреднения будем искать в виде

$$h(\theta)=\begin{cases} A\delta(\theta)+B+C\theta & для \quad \theta<\overline{\theta}, \\ 0 & для \quad \theta\geq\overline{\theta}. \end{cases} \tag{7}$$

Соответствующая оператору (7) модель усреднения имеет вид:

$$\alpha_{вых}(t)=A\alpha_{вх}(t)+\int_0^{\overline{\theta}}(B+C\theta)\alpha_{вх}(t-\theta)d\theta\,. \tag{8}$$

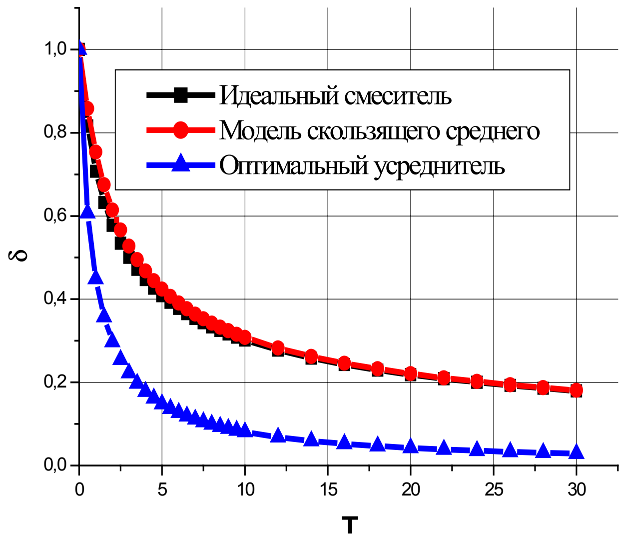
Согласно данному соотношению для наилучшего сглаживания неоднородности характеристик входного материального потока необходимо некоторую его часть (она определяется параметром A) направить в обход усреднительной системы (байпасирование). Остальную часть необходимо подвергнуть усреднению, причем эта операция должна соответствовать взвешенному среднему на скользящем интервале времени $\overline{\theta}$, а характер взвешивания – определяться линейной функцией B+Cθ. Подвергнутая байпасированию и усредненная части входного потока должны объединяться в общий поток, поступающий с выхода усреднительной системы на дальнейшую переработку.

В ходе решения поставленной задачи была получена следующая система соотношений для определения неизвестных констант A, B, C, $\overline{\theta}$:

$$A=\frac{2}{2+\xi\overline{\theta}}\,,\qquad B=\frac{2\xi\left(\xi\overline{\theta}+1\right)}{\left(2+\xi\overline{\theta}\right)^2},\qquad C=-\frac{2\xi^2}{\left(2+\xi\overline{\theta}\right)^2},$$

$$\overline{\theta}=\frac{1}{\xi}\left[2(1+\xi T)\cos\left(\frac{1}{3}\arccos\left(1-\frac{2}{(1+\xi T)^3}\right)\right)+\xi T-1\right]. \tag{9}$$

Для сравнения эффективности различных усреднительных систем приведем графики показателя сглаживающей способности γ от безразмерного параметра $\overline{T}=T\xi$, (пропорционального длительности заполнения, а, следовательно, и объему усреднительной системы) для оптимальной и двух других типов моделей усреднительных систем - модели так называемого “идеального смесителя” и модели скользящего среднего. Из сравнения графиков можно сделать вывод о существенном преимуществе оптимального усреднителя.



ЛИТЕРАТУРА:

1. Fitzgerald T.J. Theory of blending in single inlet flow system, Chemical engineering science, v.29, 1974, p. 1019 – 1024.