XXXI Неделя науки СПбГПУ. Материалы межвузовской научной конференции. Ч. IV: С.74-75, 2003.

УДК 539.3

Г.В.Рубанов (6 курс, каф. ФМиКТМ), А.С.Семенов, к.ф.-м.н., доц.

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ МАЗИНГА

Исследование неупругого поведения поликристаллических материалов и конструкций в условиях сложного непропорционального нагружения является актуальной задачей механики и физики деформируемого твердого тела. В настоящее время среди различных моделей материала, предложенных для описания процессов упруго-пластического деформирования поликристаллического агрегата, при анализе поведения реальных конструкций наиболее перспективными представляются феноменологические модели учитывающие наличие структуры материала. Одним из примеров таких моделей является реологическая (структурная) модель Мазинга. Целью данной работы являлся анализ структуры определяющих уравнений материала Мазинга и его адаптация для использования в методе конечных элементов (МКЭ), с последующей реализацией в программном пакете конечно-элементного анализа PANTOCRATOR.

Модель Мазинга представляет собой параллельное соединение конечного или бесконечного числа плеч, каждое из которых является последовательным соединением упругого и идеально-пластического элементов. Установлено, что для общего случая сложного напряженного состояния данная модель допускает представление в виде квазилинейного тензорного дифференциального уравнения:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = {}^4\boldsymbol{D}^{ep} \cdot\cdot\, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\,,$$

где $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ – скорость тензора напряжений, $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ – скорость тензора деформаций, ${}^4\boldsymbol{D}^{ep}$ – тензор упруго-пластических модулей четвертого ранга. Тензор упруго-пластических модулей имеет следующую структуру:

$${}^4\boldsymbol{D}^{ep} = {}^4\boldsymbol{D}^{e} - {}^4\boldsymbol{D}^{p} = \lambda\, {}^4\boldsymbol{C}_{\mathrm{I}} + \mu\left({}^4\boldsymbol{C}_{\mathrm{II}} + {}^4\boldsymbol{C}_{\mathrm{III}}\right) - {}^4\boldsymbol{D}^{p}\,,$$

где $\lambda = \dfrac{2\mu\nu}{1-2\nu}$ - коэффициент Ламе, ν - коэффициент Пуассона, $\mu = \sum\limits_{k=1}^{N} \mu_k$ - модуль сдвига,

$${}^4\boldsymbol{C}_{\mathrm{I}} = \boldsymbol{E}\boldsymbol{E} = \boldsymbol{i}_k\boldsymbol{i}_k\boldsymbol{i}_l\boldsymbol{i}_l\,,\ {}^4\boldsymbol{C}_{\mathrm{II}} = \boldsymbol{i}_k\boldsymbol{i}_l\boldsymbol{i}_k\boldsymbol{i}_l\,,\ {}^4\boldsymbol{C}_{\mathrm{III}} = \boldsymbol{i}_k\boldsymbol{i}_l\boldsymbol{i}_l\boldsymbol{i}_k\,.$$

Тензор пластических модулей в модели Мазинга имеет следующий вид

$${}^4\boldsymbol{D}^{p} = \begin{cases} 0, & \left\{\dot{\lambda}_k\right\}_{k=1}^{N} \le 0 \\ \sum\limits_{k=1}^{M} \dfrac{\mu_k}{h_k^2}\left(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{e}_k\right)\left(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{e}_k\right), & \left\{\dot{\lambda}_k\right\}_{k=1}^{M} > 0 \end{cases}.$$

Пластический множитель $\dot{\lambda}_k$ и безразмерный предел текучести Y_k $\mathrm{k}^{\text{го}}$ элемента в модели Мазинга вычисляются следующим образом:

$$\dot{\lambda}_k = \frac{\left(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{e}_k\right)\cdot\cdot\,\dot{\boldsymbol{e}}}{2h_k}\,,\quad h_k = \frac{Y_k}{2\mu_k}\,,$$

где модули сдвига μ_k и пределы текучести Y_k определяются из эксперимента.

Скорость пластического деформирования $\mathrm{k}^{\text{го}}$ элемента модели Мазинга

$$
\dot{\boldsymbol{e}}_k = \begin{cases} 0, & \dot{\lambda}_k \le 0 \\ \dfrac{(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{e}_k)(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{e}_k)\cdot\cdot\dot{\boldsymbol{e}}}{2h_k^2}, & \dot{\lambda}_k > 0 \end{cases},
$$

где $\boldsymbol{e}$ - девиатор тензора деформаций.

Установлено, что необходимым условием положительности введенных модулей сдвига и пределов текучести является условие выпуклости вверх диаграммы деформирования исследуемого материала. Разработан алгоритм автоматизированного определения модулей сдвига и пределов текучести рассматриваемой реологической модели для диаграмм деформирования реальных материалов.

На основе приведенных определяющих уравнений в рамках программного пакета PANTOCRATOR разработан модуль (язык программирования C++), позволяющий моделировать поведение материала при сложном напряженном состоянии в случае переменного нагружения. Выполнен расчет ряда тестовых задач при монотонном и циклическом пропорциональном и непропорциональном нагружении.