XXXI Неделя науки СПбГПУ. Материалы межвузовской научной конференции. Ч. I: С. 3-5, 2003.

УДК 539.3

О.А.Григорьева (5 курс, каф. МВТС), А.С.Большев, д.т.н., проф.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ РАЙЗЕРОВ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ПЛАВУЧИХ ПЛАТФОРМ

В настоящее время Россия находится на пороге качественно нового этапа в освоении шельфа. В ближайшие годы планируется построить ряд плавучих платформ для разработки морских месторождений в арктических и дальневосточных морях. Проектируемые сооружения должны длительное время работать в условиях открытого моря, подвергаясь воздействиям ветра, волнения, течения, льда. Аварии на подобных сооружениях могут привести к большим материальным издержкам. Их последствия тяжело ликвидировать и поэтому актуальность мер, направленных на повышение надежности подобных сооружений, особенно высока.

Одним из важных конструктивных элементов платформ, подверженных риску аварий, являются райзеры, представляющие собой систему труб, с помощью которых плавучие платформы соединяются с устьем скважины.

Обычно райзеры различают: по предназначению – на буровые и эксплуатационные; по конструкции – на жесткие и гибкие; по материалу – на райзеры из стали, из титановых сплавов, из композитных материалов.

Буровые райзеры направляют колонны бурильных труб, обеспечивают циркуляцию воды между стволом скважины и буровой палубой. Они обычно являются жесткими натяжными системами с выдвижными соединениями, которые позволяют райзеру компенсировать движение и наклон буровой платформы.

Эксплуатационные райзеры выполняют функции транспорта продукции, нагнетания воды и газа, а также систем управления и капитального ремонта. Они могут быть натяжными, но обычно конструируются гибкими и цепными, так как обеспечивают транзит от горизонтального дна к вертикальному борту эксплуатационной платформы.

Современное освоение шельфа имеет тенденцию к выходу на большие глубины. В связи с этим райзеры подвергаются воздействию больших давлений и низких температур окружающей среды. Циклическое воздействие на райзеры оказывают волны, течение, а также перемещения платформы. Колебания райзеров представляют потенциальную угрозу сроку их службы, так как вызывают усталость материала конструкции. При анализе динамики райзеров необходимо определиться с математическими моделями, которые целесообразно использовать для описания их поведения.

Действительно, если ориентироваться на наиболее наукоемкие методологии расчетов, то можно получить достаточно достоверную научно-техническую информацию, но время выполнения расчетов окажется весьма большим, на анализ значительного числа конструктивных решений в этом случае надеяться нельзя, а оптимальные решения, скорее всего, найдены не будут.

В данной работе нами рассмотрены различные математические модели, которые могут быть использованы при описании динамики райзеров, сопоставлены их свойства и определены некоторые приемы, позволяющие упростить математические модели их движения.

Рассмотрим сначала модель райзера в виде упругой тяжелой нити, закрепленной по торцам и растянутой продольной силой. Уравнение поперечных колебаний подобной струны известно. Поскольку одной из основных энергетических характеристик райзера является спектр его собственных частот, то, решая характеристическое уравнение для свободных гармонически колебаний, можно получить:

$$\omega_n = \frac{\pi n}{L}\sqrt{\frac{T_0}{\rho}}\,, \tag{1}$$

где n = 1,2,…k – номер гармоники, L – длина райзера, T_0 – натяжение в райзере, ρ – погонная плотность. В дальнейшем, рассматривая иные модели райзера, будем сравнивать их по спектру собственных частот с приведенным выше спектром.

Если учесть изгибную жесткость райзера, то можно получить выражения для «поперечного» спектра частот в виде:

$$\omega_n = \frac{\pi n}{L}\sqrt{\frac{P}{\rho}}\sqrt{1+\frac{\pi^2 n^2 EJ}{PL^2}}\,, \tag{2}$$

где P – растягивающая сила, а EJ – изгибная жесткость.

Из данного выражения видно, что при определенных соотношениях изгибной жесткости, длины и силы натяжения райзер будет вести себя как нить.

Если ограничиться учетом только первой собственной гармоники, вносимой райзером, то очевидным условием, разделяющим указанные расчетные случаи, является:

$$\frac{\pi^2 EJ}{L^2} << P < P_{pr}\,, \tag{3}$$

где P_{pr} – предел пропорциональности напряжения и деформации.

Рассматривая райзер, как полую трубу радиуса R, на основе (3) можно получить:

$$L >> \pi R\sqrt{\frac{E}{2\sigma_{pr}}}\,. \tag{4}$$

Таким образом, при больших длинах райзер, несмотря на имеющуюся у него изгибную жесткость, будет вести себя как гибкая нить.

Однако описание динамики тяжелой упругой нити сложно использовать в инженерных приложениях. Это связано и с переменной структурой реальных связей (участков с различными упруго-весовыми характеристиками), и с изменением внешних нагрузок вдоль связи, и со сложными математическими процедурами решения подобных уравнений, приводящими к уравнениям в частных производных с соответствующими граничными и начальными условиями.

Осуществляя дальнейшее упрощение задачи, можно перейти к модели так называемой безинерционной струны, в которой массы сконцентрированы в узловых точках, а эти узловые точки соединены участками упругой невесомой нити.

В этом случае связь представляется в виде гирлянды из N масс, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга. Уравнение колебаний такой связи может быть записано в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений, а спектр собственных частот выражен в следующей форме:

$$\omega_n^2 = \frac{2T_0(N+1)^2}{\rho L^2}\left(1-\cos\frac{\pi n}{(N+1)}\right), \tag{5}$$

Из выражения (5) легко получить, что при $N >> \frac{\pi n}{2\sqrt{3}} - 1$ упрощенная дискретизированная модель райзера будет полностью соответствовать упруго-инерционной модели.

Таким образом, при реальных физических параметрах райзеров и глубинах моря более 300 м райзер будет оказывать влияние на динамику сооружения (с точностью до первой гармоники) так, как будто он не обладает изгибной жесткостью. При этом использование модели движения райзера в виде гирлянды сосредоточенных масс, соединенных упругой невесомой нитью, является допустимым для получения предварительных оценок динамики системы и райзеров. При меньших глубинах моря (при влиянии высших собственных частот райзера на динамику системы) нельзя пренебрегать изгибной жесткостью райзера, а также необходимо использовать более сложные расчетные схемы.