

УДК 621.221+627.81.502.65.4/656

А.А.Гиргидов (асп., каф. МВТС), А.И.Альхименко, д.т.н., проф.

МОДИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ НЕФТЯНЫХ РАЗЛИВОВ ПОД СПЛОШНЫМ ЛЬДОМ

Прогнозирование распространения нефти подо льдом после аварии необходимо для предсказания воздействия выброса на природную среду. Создание лабораторных физических моделей распространения нефти подо льдом имеют ограниченные возможности учитывать разнообразные природные условия. Описанные в литературе математические модели предназначены для узкого круга задач.

В предлагаемой нами модели нефтяное пятно рассматривается как компактный объем вязкой жидкости, распространяющийся под действием силы тяжести и влекущей силы со стороны подледного течения воды при наличии пленки воды между льдом и нефтью. В данном случае поверхность льда гладкая и тонкий слой воды обеспечивает скольжение нефти по воде. Напротив, если поверхность льда шероховатая, то имеет место эффект прилипания нефти к нижней поверхности льда, и скорость на ней становится равной нулю.

Для определения толщины слоя воды между нефтью и льдом предположим, что

- верхняя грань нефтяного пятна представляет собой плоскость, параллельную нижней поверхности льда. Расстояние между этими плоскостями обозначим как $\Delta = \Delta(t)$;
- вода выдавливается из слоя под действием гидростатической силы, прижимающей объем нефти к поверхности льда;
- движение воды в слое ламинарное, медленно изменяющееся, в связи с чем, силами инерции можно пренебречь;
- скорость воды в слое u^w имеет только одну составляющую [1]: $u_1^w = u_1^w(x_1, x_3, t)$;
- скорость движения воды в слое распределяется на каждой вертикали как в течении Пуазейля и в любой момент времени t равняется:

$$u_1^w(x_1, x_3, t) = \frac{1}{2\eta_w} \frac{\partial p}{\partial x_1} (x_3^2 - \Delta \cdot x_3), \quad (1)$$

где η_w – динамическая вязкость воды; p – давление; Δ – толщина слоя воды образующегося между пятном нефти и нижней поверхности льда.

Изменение толщины пленки воды между пятном нефти и нижней поверхностью льда определяется [1]:

$$\Delta(t) = \sqrt{\frac{\Delta(0) \cdot \eta_w \cdot L^3}{2 \cdot t \cdot N \cdot \Delta(0) + \eta_w \cdot L^3}}, \quad (2)$$

где L – длина нефтяного пятна; N – Значение выдавливающей силы на единицу длины.

Расчеты показали, что утонение слоя воды под действием пятна нефти длиной 20 м и толщиной 0.2 м с 1 мм до 0.1 мм происходит приблизительно за 10^4 секунд, что составляет около 3-х часов. Таким образом, при расчете распространения нефтяного пятна уменьшением толщины слоя воды между льдом и нефтью можно пренебречь.

Для определения сил, действующих на пятно нефти, воспользуемся методом контрольного объема. Из законов сохранения массы и баланса количества движения, примененных для рассматриваемого контрольного объема, получаем систему двух дифференциальных уравнений, которая является модификацией модели мелкой воды Сен-Венана, пренебрегая конвективными членами в которой, получаем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} + \sum_{i=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_i} (v_i \cdot h) &= 0; \\ h \frac{\partial v_i}{\partial t} + g \left[\Delta \cdot \frac{\partial h}{\partial x_i} \rho_r + h \frac{\partial h}{\partial x_i} (2\rho_r - 1) \right] &= \frac{\tau_i^{wt}}{\rho_o} + \frac{\tau_i^{wb}}{\rho_o}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где h – толщина нефтяного пятна; v_i – средняя скорость нефти внутри пятна; t – время; $\rho_r = \frac{\rho_w - \rho_o}{\rho_o}$ – относительная плотность, где ρ_w – плотность воды; ρ_o – плотность нефти; ν_o – кинематическая вязкость нефти; τ_i^{wt} – касательные напряжения, возникающие на верхней поверхности нефтяного пятна (при $\Delta = 0$ τ_i^{wt} считается по формуле $\tau_i^{wt} = \eta_o b_i$, а при $\Delta \neq 0$ – $\tau_i^{wt} = \eta_w b_i$); и τ_i^{wb} – касательные напряжения, возникающие на верхней и нижней поверхностях нефтяного пятна; $a_i = \frac{b_i}{h} - \frac{\tau_i^{wb}}{\eta_o \cdot h}$; $c_i = \frac{\tau_i^{wt}}{\eta_w} \Delta$.

Для определения неизвестных величин полученной системы уравнений h и v_i зададим начальные условия: $h(x_1, x_2, t = 0) = 0.20$ м, $v_i(x_1, x_2, t = 0) = 0$ м/с, $g = 9.81$ м/с, $\rho_r = 0.155$ кг/м³, $\rho_o = 866$ кг/м³, $\tau_i^{wb} = 0.01$ Н/м², что соответствует скорости подледного течения равной 0.1 м/с. Касательные напряжения τ_i^{wt} , как было сказано выше, определяются по формулам $\tau_i^{wt} = \begin{cases} \eta_w b_i; \\ \eta_o b_i, \end{cases}$ где $\eta_w = 1.42 \cdot 10^{-3}$ кг/м·с, $\eta_o = 0.124$ кг/м·с, а $b_i(x_1, x_2, t = 0) = 0$.

Условия на фронте пятна являются важнейшей характеристикой, определяющей скорость распространения нефти и скорость ее движения в пространстве. Из условия равновесия сил, действующих на выделенный граничный элемент, можно записать:

$$\pm F_{hst} \pm F_{cur}^{vb} \pm F_{cur}^{hb} \pm F_{ice} = 0, \quad (4)$$

где F_{hst} – гидростатическая сила, действующая на граничный элемент ($F_{hst} = (\rho_w - \rho_o)g \frac{h^2}{2}$); F_{cur}^{vb} – сила, действующая со стороны подледного потока, действующая на вертикальную границу-фронт ($F_{cur}^{vb} = \tau_i^{wb} k_s h$, где k_s – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения касательных напряжений); F_{cur}^{hb} – влекущая сила со стороны подледного потока, воздействующая на нижнюю горизонтальную поверхность нефтяного пятна ($F_{cur}^{hb} = \eta_o b_i k_s h$); F_{ice} – сила воздействующая на верхнюю границу пятна со стороны пленки воды между льдом и нефтью ($F_{ice} = \eta_w c_i k_s$, где η_o – динамическая вязкость нефти).

Подставляя выражения для сил в уравнение (4) получаем:

$$\pm \rho_r g \frac{h}{2} \pm \nu_o b_i k_s \pm \nu_w c_i k_s \pm \frac{1}{\rho_o} \tau_i^{wb} k_s = 0. \quad (5)$$

Предварительное значение $k_s = 2500$ было взято из результатов экспериментов, представленных Уара путем приведения модели к осе-симметричному виду и верифицировано по модели Rajaratnam'a. Эксперименты, проведенные в гидравлической лаборатории СПбГПУ, подтвердили это значение.

Таким образом, анализ проведенных расчетов показал, что учет наличия слоя воды между нефтью и льдом увеличивает скорость распространения пятна по сравнению с растеканием нефти с эффектом прилипания [2].

ЛИТЕРАТУРА:

1. Гиргидов А.Д. Техническая механика жидкости и газа: Учеб. для вузов. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 1999. 395 с.
2. Гиргидов А.А. Математическая модель растекания нефти в воде под сплошным ледовым покровом. СПбГТУ. Ч.I: Материалы межвузовской научной конференции. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2001.