

Д.Г.Редин (аспирант, каф. СмиТУ), В.В.Лалин, д.т.н., проф

ВАРИАЦИОННЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА ДИНАМИКИ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ФУНДАМЕНТАХ ЭНЕРГОАГРЕГАТОВ

При проектировании специальных строительных конструкций атомных и тепловых электростанций, значительное внимание уделяется динамическим расчетам сооружений. К таким сооружениям относятся фундаменты турбоагрегатов АЭС и ТЭС. Динамические нагрузки на них возникают по нескольким причинам: массовый дисбаланс роторов системы «турбина - генератор», неравножесткость роторов (различные моменты инерции в горизонтальном и вертикальном направлениях), особые воздействия на конструкцию (сейсмика, аварийные режимы работы) и пр.

В современных вычислительных комплексах в основном осуществляются динамические расчеты конструкций в стационарных, так называемых, установившихся режимах работы. Однако, в начальные моменты времени, при особых воздействиях величины возмущающих сил могут возрастать в несколько раз по сравнению с нагрузками в рабочих режимах. Этот факт, наряду с довольно жесткими нормативными требованиями, предъявляемыми к значениям амплитуд вынужденных колебаний системы «турбоагрегат - фундамент», делает важным изучение поведения строительных конструкций во время переходных процессов.

Стандартный подход заключается в пошаговом решении задачи Коши; при этом, дискретизация модели в пространстве осуществляется при помощи метода конечных элементов (МКЭ). Цель работы - сформулировать вариационную постановку задачи Коши, численное решение которой можно получить стандартным алгоритмом МКЭ как по координате, так и по времени. На первом этапе получено решение краевой задачи только по времени. Впоследствии предполагается ввести в рассмотрение и координату. Вопрос рассмотрен на примере решения задачи с первой производной и задачи о колебаниях с учетом и без учета демпфирования. Ниже приведены дифференциальная и вариационная постановки для первых двух задач.

Задача Дифференциальная Вариационная постановка
постановка

<p>(1) $\frac{d}{dt}U + a \cdot U = 0 \quad a > 0$ $U(0) = U_0$</p>	$\Phi(U) = \frac{1}{2} \cdot \int_0^T \left(\frac{d}{dt}U + a \cdot U \right)^2 dt$ <p>$\Phi(U) - \min$ $U(0) = U_0$</p>
<p>(2) $\frac{d^2}{dt^2}U + a \cdot U = 0, \quad a > 0$ $U(0) = U_0$ $\frac{d}{dt}U(0) = V_0$</p>	$\Phi(U) = \frac{1}{2} \cdot \int_0^T \left[\left(\frac{d^2}{dt^2}U \right)^2 - 2a \cdot \left(\frac{d}{dt}U \right)^2 + a^2 \cdot U^2 \right] dt + a \cdot \frac{d}{dt}U(T) \cdot U(T)$ <p>$\Phi(U) - \min$ $U(0) = U_0$ $\frac{d}{dt}U(0) = V_0$</p>

На рисунке изображены графики точного и полученного решений задачи колебательного процесса без учета демпфирования. Начальные условия задачи, а также, точное и полученное решения на конце промежутка приведены справа от графика.



В результате проведенных исследований можно утверждать следующее:

- матрицы жесткости системы для всех трех задач - диагонально преобладающие;
- метод - безусловно устойчив;
- решение не обладает фазовой ошибкой;
- имеется незначительное (около 2.5 %) алгоритмическое затухание по амплитуде, что при незначительной продолжительности переходных процессов не внесет большой погрешности в решение.

Проведенные расчеты показали приемлемость решения задачи Коши вариационными методами; для достижения инженерной точности расчетов (с 5%-ной погрешностью), рекомендуемое число конечных элементов на период точного решения - от 5 до 15, в зависимости от условий задачи.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы.-М.: Наука, 1977.
2. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. — М.: Наука, 1989.
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Наука, 1989.
4. Лалин В.В., Колосова Г.С. Численные методы в строительстве. Решение одномерных краевых задач методом конечных элементов.: Учеб. пособие. СПб.: СПбГТУ, 2001, 72 с.
5. Постнов В.А. Численные методы расчета судовых конструкций. - Л.: Судостроение, 1977.