

УДК 681.3.06

Н.Е.Горбунов (асп., каф. ЭОП), А.И.Шишкин, к.т.н., проф.

ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ КРАЕВЫХ УСЛОВИЙ ПРИ СХЕМОТЕХНИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ЗАДАЧ КДП И ПВ

Двухмерная стационарная модель КДП и ПВ для неконсервативных веществ, которая достаточно широко используется в инженерной практике, может быть записана в виде:

$$v_x \cdot \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \right) - k_1 \cdot C, \quad (1)$$

где C – концентрация загрязняющего вещества, мг/л; v_x – средняя скорость течения, м/с; D_y – коэффициент поперечной диффузии, м²/с; k_1 – коэффициент биохимического окисления, 1/сут; x – продольная координата, м; y – поперечная координата, м.

$$v_x \cdot \frac{\partial C}{\partial (v_x \cdot t)} = D_y \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - k_1 \cdot C. \quad (2)$$
$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_y \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - k_1 \cdot C.$$

В итоге система конечно-разностных уравнений может быть представлена в виде:

$$\frac{dC_i}{dt} = A \cdot C(m, n+1) - B \cdot C(m, n) + A \cdot C(m, n-1), \quad (5)$$

где $A = \frac{D_y}{h_y^2}$ и $B = \frac{2 \cdot D_y}{h_y^2} + k_1$ – коэффициенты модели; $m = 1, \dots, m_x$; $n = 1, \dots, n_y$.

Пространственная координата y может быть представлена набором дискретно расположенных сечений. В конкретный момент времени в соответствии с аппроксимацией центральной разностью, концентрация в любом сечении выражается через концентрации в соседних сечениях. Можно варьировать число элементов N , соответственно уменьшая или увеличивая h_y . В общем случае количество участков по длине и ширине реки определяется параметрами m_i и n_i соответственно (рис. 1). При выборе этих параметров должно выполняться соотношение:

$$\lambda = \frac{D_y \cdot h_x}{h_y^2 \cdot v_x} < \frac{1}{4}, \quad (6)$$

где h_x , h_y – величина шага (интервала дискретизации) по длине и ширине реки, соответственно.

В соответствии с методикой задания граничных и начальных условий, концентрации задаются в расчётных элементах n_z (элементы сетки, в которые осуществляется сброс загрязняющего вещества), а на границах реализуется условие: $\frac{\partial C}{\partial y} = 0$ (граничные условия

1-го рода). На модельной схеме это условие реализуется в виде начального напряжения на интеграторе (для случая нахождения источника сбросов в начале расчётного участка, рис. 1) или как задание напряжения импульсного источника напряжения, (для случаев расположения источников сброса в любом ином месте расчётного участка, рис. 2).

Для реализации граничных условий 2-го рода, имитирующих непроницаемость через боковые поверхности, производится задание равных значений величин в двух граничных

парах сечений. Для первого сечения принимается, что $C_{i-1} = C_i$ (где $i = 1$); для n -го сечения – $C_{i+1} = C_i$ (где $i = n$) (граничные условия 2-го рода). На схеме это выглядит как подача на вход последнего интегратора суммы напряжений предыдущего интегратора, умноженного на соответствующую константу, и самого этого интегратора дважды, умноженного как на вторую, так и на третью константу (рис. 3). То есть вместо напряжения последующего интегратора на границах (по берегу) берётся напряжение того же последнего интегратора.

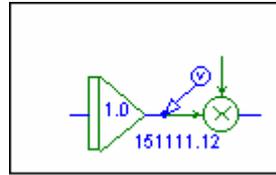


Рис. 1. Реализация на схеме граничных условий первого рода при расчёте по двумерной модели

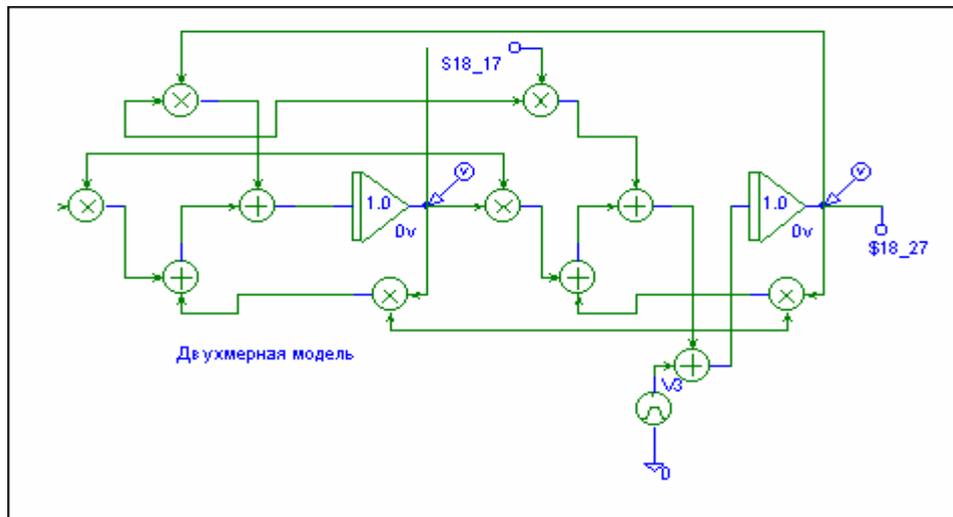


Рис. 2. Реализация добавления на схеме дополнительного источника сбросов (граничные условия первого рода) при двумерной модели

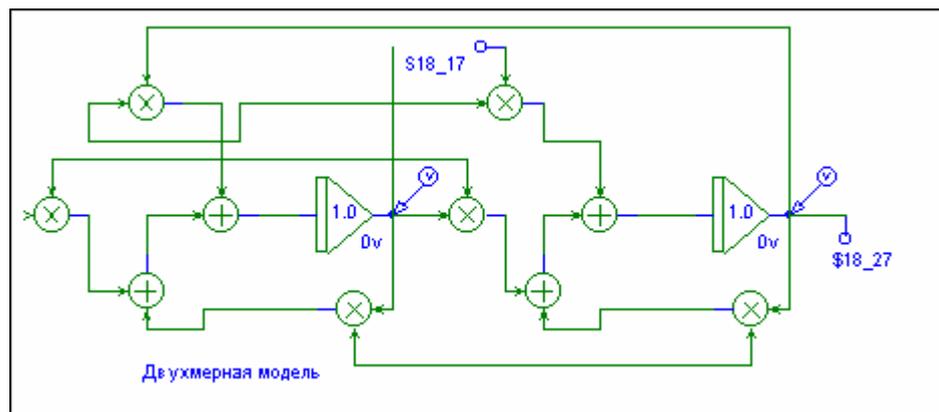


Рис. 3. Реализация на схеме граничных условий второго рода при расчёте по двумерной модели

При реализации одномерного нестационарного уравнения КДП и ПВ принцип задания граничных условий аналогичен и подробно рассмотрен в работе.