

УДК 539.3

И.К.Королёв (5 курс, каф. МиПУ), Д.В.Шевченко (асп., каф. МиПУ),  
А.И.Боровков, к.т.н., проф.

## КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ ПЛАСТИН И ЦИЛИНДРОВ, ОСЛАБЛЕННЫХ ТРЕЩИНОЙ

В линейной механике разрушения коэффициент интенсивности напряжений (КИН) является одним из наиболее важных параметров. Предельное значение КИН, при котором возникает страгивание трещины ( $K_c$ ), – отражает одну из характеристик материала – вязкость разрушения. Соотношение  $K \geq K_c$  является силовым критерием разрушения.

Для большинства реальных конструкций аналитическое определение КИН не представляется возможным в силу сложной геометрии трещины. В связи с этим большую роль приобретают численные методы определения значений КИН, среди которых наиболее эффективным является метод конечных элементов (МКЭ).

Целью работы является КЭ определение значений КИН для различных задач и исследование зависимости его значения от геометрических параметров с использованием программной системы КЭ анализа ANSYS 6.0.

При решении всех задач использовалась линейная упругая изотропная модель материала. Нагружение в задачах осуществлялось таким образом, чтобы реализовать состояние нормального отрыва ( $K_I \neq 0$ ,  $K_{II} = 0$ ,  $K_{III} = 0$ ).

В работе рассматривается два метода определения КИН на основе МКЭ:

1. Метод асимптотического разложения компонент тензора напряжений вблизи вершины трещины (метод асимптотического разложения). В основе этого метода лежит предельный переход:

$$K_I = \lim_{\substack{r \rightarrow 0 \\ \varphi = 0}} \sqrt{2\pi r} \cdot \sigma_y(r, \varphi), \quad (r > 0)$$

2. Метод использования узловых перемещений, найденных в окрестности вершины трещины с использованием сингулярных элементов (метод сингулярных элементов). Сингулярными называются элементы, серединные узлы которых смещены в сторону вершины трещины на  $1/4$  стороны. Они всегда располагаются вокруг вершины трещины.

При вычислении КИН используются узловые перемещения, найденные в окрестности

вершины трещины:  $K_I = \sqrt{2\pi} \frac{2GA}{1 + \chi}$ , где  $A = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{|\Delta y|}{\sqrt{r}}$ ,  $|\Delta y|$  – перемещение одной поверхности

трещины относительно другой,  $G$  – модуль сдвига,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $\chi = 3 - 4\nu$  для плоской деформации или  $\chi = 3\nu/(1 + \nu)$  для плосконапряженной постановки.

Плоская задача о пластине конечных размеров с эксцентрично расположенной трещиной. Геометрические параметры: ширина пластины  $2W=0.2$ м, высота пластины  $2H = 0.2$ м, длина трещины  $l = 0.006, 0.012, 0.0018, 0.024, 0.036$  м, расположенная на расстоянии  $e = 0.04, 0.06$  м от оси  $OY$  и лежащая на оси  $OX$ . Геометрическая модель показана на рис. 1. В силу симметрии, геометрии и нагрузок относительно оси  $OX$  можно рассматривать лишь половину пластины.

Граничные условия (нулевые естественные граничные условия не указываются):

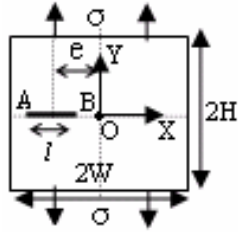


Рис. 1

$$\sigma_y^{\infty}|_{y=0.1} = 10 \text{ МПа}, U_y|_{y=0, -0.1 < x < -e-l} = 0, U_y|_{y=0, -e+l < x < 0.1} = 0.$$

Определим значение КИН в точках А и В при  $l = 0.018$  м и  $e = 0.04$  м. Параметры КЭ модели: число элементов (NE) – 11452, число узлов (NN) – 33566, число степеней свободы (NDF) – 67132. В качестве базы для сравнения используются значения  $K_I^M$ , приведенные в [1]. Для рассматриваемых значений параметров  $K_{IA}^M = 2.509 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}}, K_{IB}^M = 2.492 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}}$  (получено на основании разложения комплексных функций напряжения в ряд Лорана). Расхождение с КЭ решением вычисляется как  $\varepsilon = \frac{|K_I^M - K_I^{(i)}|}{K_I^M} \cdot 100\%$ . На основе применения методов асимптотического разложения и

наименьших квадратов значение КИН равно  $K_{IA}^A = 2.481 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}}, K_{IB}^A = 2.470 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}}$ . Зависимость значений КИН от NDF задачи приведена в табл. 1. В случае применения сингулярных элементов значение КИН на основе найденных полей напряжений равно  $K_{IA}^C = 2.516 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}}, K_{IB}^C = 2.498 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}}$ . Сходимость значения КИН в зависимости от NDF задачи представлена в табл. 2.

Таблица 1

NDF	$K_{IA}^A$	$\varepsilon_{A}^A, \%$	$K_{IB}^A$	$\varepsilon_{B}^A, \%$
9 962	2.318	-7.6	2.350	-5.7
31 234	2.424	-3.4	2.432	-2.3
67 132	2.481	-1.1	2.470	-0.9

Таблица 2

NDF	$K_{IA}^C$	$\varepsilon_{A}^C, \%$	$K_{IB}^C$	$\varepsilon_{B}^C, \%$
9 782	2.538	1.15	2.516	0.94
30 868	2.519	0.33	2.502	0.38
57 516	2.517	0.27	2.498	0.22

Необходимо отметить, что даже при малом NDF применение сингулярных элементов позволяет получить высокую степень точности для значения КИН, так как различие значений составляет порядка 1%, а метод асимптотического разложения имеет при малом NDF погрешность более 7.5%.

В табл. 3 приведены значения КИН при варьировании параметров  $l$  и  $e$ .

Таблица 3

Значения параметров		$K_{IA}^M$	$K_{IA}^A$	$K_{IA}^C$	$K_{IB}^M$	$K_{IB}^A$	$K_{IB}^C$
$e=0,04$ м	$l=0,006$ м	1.381	1.375	1.383	1.381	1.375	1.382
	$l=0,036$ м	4.237	4.192	4.251	4.036	3.957	4.077
$e=0,06$ м	$l=0,012$ м	2.023	2.009	2.032	2.008	1.953	2.012
	$l=0,024$ м	3.405	3.368	3.437	3.157	3.114	3.1736t

Рассмотрена также трехмерная задача о растяжении бесконечного цилиндра с полуэллиптической поверхностной трещиной. На рис. 2 представлена геометрическая модель поперечного сечения цилиндра. Значение КИН находится в точке С. В силу симметрии геометрии и нагрузок относительно плоскости OXZ можно рассматривать лишь половину цилиндра.

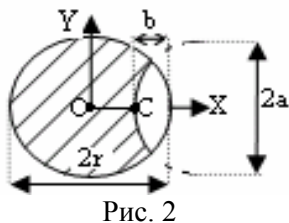


Рис. 2

Граничные условия (нулевые естественные граничные условия не указываются):  $U_z|_{z=0} = 0, \sigma_z^{\infty} = 10 \text{ МПа}$ . Параметры КЭ модели: NE – 4140, NN – 19082, NDF – 57246. Значение КИН, вычисленное на основе метода объемных сил и приведенное в [1] равно  $K_I^M = 7.582 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}}$ . На основе применения метода наименьших квадратов получено значение КИН, равное

$K_I^A = 7.369 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}}$ . Сходимость значения КИН представлена в табл. 4.

Таблица 4

№	NDF	$K_I^A, \text{МПа} \cdot \text{м}^{0,5}$	$\varepsilon, \%$
1	11 061	7.129	-6.913
2	39 129	7.327	-3.731
3	79 872	7.369	-2.811

Дальнейшее увеличение измельчения сетки не приводит к уменьшению значения  $\varepsilon$ . Это связано с приближенностью методов асимптотического разложения и объемных сил.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Мураками Ю. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: В 2-х т. – М.: Мир, 1990.– Т.1–2.