

УДК 336.

Н.Ю.Гращенко (асп., каф. МЭО), В.Р.Окороков, д.э.н., проф.

ОБЛАСТИ РАЦИОНАЛЬНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КРИТЕРИЕВ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ С ПРИРОДОЙ

В процессе управления Лицо Принимающее Решение (ЛПР) может принимать решения, последствия которых затрагивают интересы и влияют на жизнь многих людей. Поэтому ошибки при принятии решений могут привести к серьезным негативным последствиям. В большинстве случаев приходится принимать решения в условиях повышенного риска и неопределенности.

Остановимся на рассмотрении процесса принятия решений в условиях неопределенности. Критерии выбора решений в этих обстоятельствах в большей степени определяются склонностями и субъективными привязанностями ЛПР, т.е. интенсивно используются опыт, интуиция и искусство руководителя.

Все множество ситуаций принятия решений в условиях неопределенности можно разделить на три класса:

I класс. Ситуации, в которых против ЛПР действует разумный противник, интересы которого полностью или частично противоречат интересам ЛПР. В результате, его действия направлены на нанесения вреда ЛПР, он делает все, чтобы помешать ЛПР достичь намеченных результатов.

II класс. Ситуации, в которых против ЛПР действует некий субъект, который безразличен к действиям ЛПР. Поведение субъекта совершенно непредсказуемо и нет оснований предполагать, что он может предпринять определенные шаги с целью помешать достижению намеченных целей ЛПР.

III класс. Это синтез ситуаций, относящихся к I и II классу.

В ситуациях, относящихся к I классу, теоретической основой нахождения оптимального решения является теория игр.

В данной работе остановимся на рассмотрении вопроса принятия решений в ситуациях, относящихся ко II классу, их еще принято называть ситуации неопределенности с природой (т.е. когда против ЛПР не выступает разумный противник).

Для принятия решений в таких условиях, когда неизвестны вероятности наступления возможных состояний природы, могут быть использованы следующие критерии:

1. Критерий Вальда или критерий гарантируемого результата (максимин);
2. Критерий сожаления Сэвиджа (минимакс);
3. Критерий максимакса.
4. Критерий Гурвица (оптимизма-пессимизма);
5. Критерий Лапласа (равновероятности);
6. Критерий Байеса-Лапласа.

Рассмотрим суть и области рационального использования критериев принятия решений в условиях неопределенности с природой.

Определенных правил применимости того или иного критерия не существует. Основными факторами, оказывающими влияние на выбор критерия, являются:

- степень ответственности за неверно принятое решение (в одних ситуациях допускается риск, в других – нужен гарантируемый результат),
- характер ЛПР (одни люди предпочитают всегда действовать осторожно, другие склонны к риску).

Элементами, описывающими ситуации для ЛПР, принимающего решения в условиях неопределенности, являются:

1. Множество возможных стратегий (поведений ЛПР) $U = \{U_1, U_2, \dots, U_m\}$.
2. Множество возможных состояний природы (множество гипотез) $Z = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_n\}$.

На множестве $U \times Z$ может быть задана функция полезности $f(U_i, Z_j)$ результаты которой определяют «полезность» каждой альтернативы. Если множества U и Z конечны, то данные могут быть представлены в виде матрицы, строки которой соответствуют действиям ЛПР, столбцы возможным состояниям природы, а элементами являются выигрыши $f(U_i, Z_j)$, при реализации U_i стратегии в условиях состояния природы Z_j .

	Z_1	Z_2	. . .	Z_m
U_1	$f(U_1, Z_1)$	$f(U_1, Z_2)$		$f(U_1, Z_m)$
U_2	$f(U_2, Z_1)$	$f(U_2, Z_2)$		$f(U_2, Z_m)$
. . .				
U_n	$f(U_n, Z_1)$	$f(U_n, Z_2)$		$f(U_n, Z_m)$

Критерий Вальда

Критерий Вальда позволяет ЛПР выбрать такую стратегию, которая обеспечит наилучший результат при наихудшем стечении обстоятельств.

$$f(U_{\text{опт.}}) = \max_i \min_j [f(U_i, Z_j)],$$

Данный подход ориентирует ЛПР на слишком осторожное поведение, т.е. ЛПР совершенно не склонен к риску. Такая повышенная осторожность может быть оправдана в тех случаях, когда принятие неправильного решения может привести к необратимым процессам, в противном случае применение данного критерия является неоправданным.

Критерий сожаления Сэвиджа

Критерий Сэвиджа состоит в том, чтобы не допустить чрезмерно высоких потерь, к которым могут привести ошибочные решения.

$$f(U_{\text{опт.}}) = \min_i \max_j [\max_k f(U_i, Z_j) - f_i(U_i, Z_j)], \quad j = \overline{1, m}$$

Данный критерий позволяет выбрать стратегию, которой соответствуют минимальные потери из всех возможных максимальных потерь при наихудших условиях.

Критерий Сэвиджа, как и критерий Вальда, относится к числу осторожных критериев.

Критерий Максимакса

Критерий максимакса используют когда надеются на наилучшее состояние природы и, естественно, это связано с большой степенью риска. Данный критерий позволяет ЛПР выбрать такую стратегию, которая обеспечит наилучший результат при наилучшем состоянии природы.

$$f(U_{\text{опт.}}) = \max_i \max_j [f(U_i, Z_j)]$$

Этот критерий может быть использован лишь тогда, когда потери, вызванные неправильно выбранным решением, не будут являться катастрофическими.

Основным недостатком выше рассмотренных критериев является то, что они полностью игнорируют участие ЛПР (его опыт, интуицию знания). Кроме того, рассмотренные критерии для принятия решений используют лишь небольшую часть имеющейся у них информации, они оперируют только данными соответствующими наихудшему (наилучшему) стечению обстоятельств.

Критерий Гурвица

Критерий Гурвица представляет собой комбинацию критерия Вальда и критерия оптимизма, он предполагает ориентацию не только либо на наихудшее, либо на наилучшее состояние природы, а на некую промежуточную позицию, принимаемую на основании оценки наилучших и наихудших условий одновременно.

ЛПР для каждой стратегии задает показатель оптимизма α ($0 \leq \alpha \leq 1$) – вероятность наступления такого состояния природы, при котором данная стратегия дает наиболее благоприятный результат. Данный показатель характеризует отношение ЛПР к риску.

$$f(U_{\text{опт.}}) = \max_i [\alpha \max_j f(U_i, Z_j) - (1-\alpha) \min_j f(U_i, Z_j)]$$

Причем если $\alpha = 0$, то критерий Гурвица сводится к критерию Вальда, если $\alpha = 1$, то к критерию максимакса.

Чем ситуация опаснее, тем α ближе к единице.

Критерий Лапласа

Данный критерий предполагает, что если о наступлении того или иного состояния природы ничего не известно, то можно предположить, что любое из состояний природы не более вероятно, чем другое, т.е. их можно считать равновероятными $p_1 = p_2 = \dots = p_m$, где p_j – вероятность наступления Z_j состояния природы.

$$f(U_{\text{опт.}}) = \max_i \left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n f(U_i, Z_j) \right]$$

Использование данного критерия связано с большим риском, так как в действительности вероятности наступления событий различны, а априорное предположение о их равновероятности может привести к большим потерям и необратимым последствиям. Критерий Лапласа можно использовать, если ситуация соответствует низкому уровню ответственности за неправильно принятое решение и ЛПР склонен к риску, в противном случае, велика вероятность больших потерь.

Критерий Байеса

Предлагаемый критерий отступает от условий полной неопределенности. Предполагается, что возможным состояниям природы Z_j можно приписать определенную вероятность их наступления, соответственно равную p_1, p_2, \dots, p_m ,

$$\text{где } p_1 + p_2 + \dots + p_m = 1.$$

Это дает возможность вычислить математическое ожидание, соответствующие отдельным стратегиям U_i .

$$f(U_{\text{опт.}}) = \max_i \left[\sum_{j=1}^n f(U_i, Z_j) * p_j \right], i = \overline{1, n}$$

Критерий Байеса можно использовать, если есть возможность определить вероятность возникновения отдельных состояний природы. Это можно сделать, если рассматриваемые состояния природы многократно проявлялись и если принятое решение теоретически допускает бесконечно большое количество реализаций, в противном случае, максимизация мат. ожидания не ведет к достижению максимального среднего результата. Данный критерий имеет наибольшее практическое значение, он оперирует всей доступной информацией о состоянии природы для принятия решений, что делает его выводы наиболее приближенными к действительности.

Итоги вышеизложенного для простоты представим в виде таблицы, которая демонстрирует области рационального применения критериев принятия решений в условиях неопределенности с природой.

		Уровень ответственности		
		Высокий	Средний	Низкий
Склонность ЛПР к риску	не склонен	Критерий Вальда, Критерий Сэвиджа	Критерий Гурвица	Критерий Лапласа
	склонен		Критерий Гурвица, Критерий Байеса	Критерий оптимизма

Как видно, одна область, соответствующая ЛПР, склонному к риску, при высоком уровне ответственности осталась пустой. Ни один из этих критериев не может быть использован в данной ситуации, для принятия решений в таких условиях необходима дополнительная информация, иначе риск будет являться неоправданным.