XXXIII Неделя науки СПбГПУ. Материалы межвузовской научно-технической конференции. Ч.III: С.62-63, 2005.
 УДК 514.18

М.В.Белова (1 курс, каф. ТМ), М.С.Кокорин, к.т.н., доц.

ГРАФИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ВИНТОВОМ ПЕРЕМЕЩЕНИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

В теоретической механике доказывается теорема о том, что всякое перемещение твердого тела в трехмерном пространстве может рассматриваться как винтовое, состоящее из поступательного перемещения вдоль некоторой оси и поворота его вокруг той же оси на определенный угол.

В настоящей работе предлагается графический метод решения задачи о винтовом перемещении твердого тела. Это решение сводится к определению положения в пространстве оси вращения, угла поворота тела, направления вращения и величины сдвига вдоль оси, по заданным начальному и конечному положениям движущегося тела.

Пусть общий случай движения твердого тела задан первоначальным (точки ABC) и конечным положением (точки $A_1B_1C_1$). Рассмотрим его как винтовое перемещение вокруг некоторой оси. Предположим, что искомая ось вращения J задана в пространстве. Тогда процесс винтового перемещения будет складываться из поворота треугольника АВС вокруг оси J в положение $A_3B_3C_3$ и затем поступательного движения его на длину $C_3C_1=A_3A_1=B_3B_1$ вдоль той же оси из положения $A_3B_3C_3$ в окончательное положение $A_1B_1C_1$. При повороте треугольника ABC вершины его описывают дуги окружностей в плоскости P, перпендикулярной оси J.

Если весь процесс винтового перемещения спроецировать на некоторую плоскость Q, перпендикулярную оси вращения J, то мы получим два равных треугольника abc и $a_1b_1c_1$, повернутых на угол φ вокруг центра j, так как из теории начертательной геометрии известно, что длина прямолинейных отрезков не изменяется при повороте.

Отсюда следует, что направление оси J определится, если известно положение плоскости Q, которое в свою очередь определяется из условия равенства проекций abc и $a_1b_1c_1$ треугольников ABC и $A_1B_1C_1$.

Перенесем треугольник $A_1B_1C_1$ в параллельное положение $A_2B_2C_2$ так, чтобы вершина C_1 заняла положение C_2, совпадающее с вершиной C, и будем искать такое положение плоскости P, проходящей через вершину C, при котором треугольники ABC и $A_2B_2C_2$ проецируются на эту плоскость одинаковыми фигурами. Такой плоскостью является плоскость параллельная двум скрещивающимся прямым AA_2 и BB_2. Назовем эту плоскость плоскостью параллелизма треугольников ABC и $A_2B_2C_2$. Ее определение является основным этапом графического решения задачи.

Таким образом, можно предложить следующий порядок построений для определения положения оси винтового перемещения, угла поворота и длины поступательного перемещения, угла поворота и длины поступательного перемещения, т.е. элементов винтового движения:

- построение плоскости параллелизма P двух скрещивающихся линий AA_2 и BB_2;
- определение размера сдвига C_1C_3 вдоль оси винта;
- построение винтовой оси;
- определение угла поворота и направления вращения.

Графическое решение задачи основано на использовании метода дополнительного ортогонального проецирования, позволяющего преобразовать плоскость параллелизма общего вида в положение плоскости уровня. Таким образом, истинное значение угла поворота определяется в плоскости проекций π_4, а значение параллельного сдвига в плоскости π_3.

Таким образом, в работе предложен графический способ решения задачи теоретической механики о винтовом движении твердого тела, позволяющий определить числовые значения угла поворота, направление вращения и величину сдвига, параллельного оси вращения.