

УДК 621.38

Ж.О.Акмаганбетова, Д.С.Товстуха (4 курс, каф. САиУ), А.Н.Фирсов, к.т.н., доц.

## ОДНА ПРОСТАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ ПРЕДПРИЯТИЯ

В последние 10–15 лет для анализа экономической ситуации стали широко применяться математические модели рыночной экономики. Результаты таких исследований, к сожалению, мало использовались в приложении к конкретным предприятиям (экономическим подсистемам). При написании данной работы стояла задача применения одной из популярных математических моделей экономической динамики к реальному крупному российскому предприятию.

В настоящей работе используются следующие обозначения:  $D$  – спрос;  $Y$  – объем производства;  $I$  – капиталовложения;  $G$  – приток капитала (извне);  $C$  – потребление;  $s$  – предельная склонность к сбережению.

В основу нашего исследования мы положили следующую модель экономического баланса [1]:

$$D(t) = (1 - s) \cdot Y(t - \tau) + I(t - \tau) + I(t) + G. \quad (1)$$

В этой модели учтен тот факт, что производство реагирует на изменение спроса не мгновенно, а с запаздыванием. Параметр  $\tau$  отражает время адекватной реакции производства на изменение спроса, и для развитой рыночной экономики его можно считать малым по сравнению с характерным временем изменения экономических показателей данного предприятия. В уравнении (1) все величины приведены к безразмерному виду. Таким образом, параметр  $\tau$  попадает в промежуток  $(0, 1)$ , и малость  $\tau$  можно трактовать как условие  $\tau^2 \ll \tau$ .

Чтобы эффективно использовать последнее предположение, разложим по формуле Тейлора величину  $Y(t - \tau)$ :

$$Y(t - \tau) = Y(t) - \tau \cdot Y'(t) + O(\tau^2) \quad (2)$$

и пренебрежем слагаемым  $O(\tau^2)$ . Примем далее для простоты, что приток капитала извне  $G = 0$ . Тогда на основании сделанных предположений, уравнение (2) запишется в следующем виде:

$$Y(t - \tau) = Y(t) - \tau \cdot Y'(t).$$

Таким образом, стабильное экономическое функционирование предприятия определяется соотношением (3), которое по существу является условием баланса:

$$(1 - s) \cdot \tau \cdot Y'(t) = -s \cdot Y(t) + I(t). \quad (3)$$

Уравнение (3) содержит две неизвестных функции  $I(t)$  и  $Y(t)$ . Следовательно, для замыкания задачи следует использовать дополнительные предположения. В работе использовался один из наиболее употребительных принципов математической экономики, носящий название принципа акселератора [2], который выглядит следующим образом:

$$I'(t) = b \cdot (a \cdot Y'(t) - I(t)). \quad (4)$$

Опыт показывает, что эта модель хорошо согласуется с реалиями развитой рыночной экономики.

Дифференцируя (3) по  $t$  и используя (4), получаем следующее уравнение, которое будет основой для численного анализа:

$$(1-s) \cdot \tau \cdot Y'' + (s-b \cdot a + (1-s) \cdot \tau \cdot b) \cdot Y' + s \cdot b \cdot Y = 0. \quad (5)$$

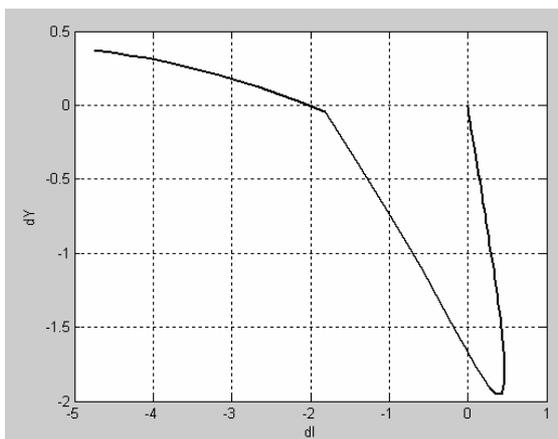


Рис. 1.

Авторы попытались, используя данные статистики производства предприятия, с помощью метода наименьших квадратов оценить коэффициенты  $a$ ,  $b$  в (4) и, основываясь на этих данных и используя уравнение (5), прогнозировать возможный характер экономической динамики предприятия. Данные по параметрам предприятия были взяты за промежуток времени равный двум годам. При этом  $\tau \approx 1/24$ . Расчеты в программной среде Mat Lab для  $a$ ,  $b$  и  $s$  дали следующие численные значения:  $a = -0.004$ ;  $b = 92.292$ ;  $s = 0.614$ .

В результате численного решения уравнений (4) и (5) с указанными числовыми значениями  $a$ ,  $b$  и  $s$ , мы получили решение, которое показано на рис. 1. Часть фазовой кривой, соответствующая резкому падению скорости производства с одновременным ростом скорости изменения инвестиций, связана с процессом переоборудования производства, которое приводит на первом этапе к большим инвестициям и снижению производства (в процессе переоборудования). Далее наблюдается увеличение скорости роста производства при снижении скорости роста инвестиций.

Эти данные дают возможность охарактеризовать экономический процесс на предприятии как соответствующий рыночным принципам, и прогнозировать стабильное экономическое развитие предприятия.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Arrosmith D.K., Place C.M. Ordinary differential equations. Chapman, London, 1982.
2. Hayes P. Mathematical methods in the Social and Managerial sciences. Wiley, New York, 1975.