XXXIII Неделя науки СПбГПУ. Материалы межвузовской научно-технической конференции. Ч.XII: С.73-74, 2005.

УДК 519.6

Е.М.Григорьев (4 курс, каф. ТОИ), Л.С.Чечурин, к.т.н., доц.

МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ЧИСЛЕННОСТИ ПОПУЛЯЦИЙ И ИГРА «ПАРАДОКС ЗАКЛЮЧЕННЫХ»

В работе проведено исследование динамики сожительства двух популяций или игры [1], взаимоотношения игроков в которой заданы определенным шаблоном, называемым стратегией. Рассматриваются простейшие стратегии, при которых описание исследуемой системы можно было задать системой нелинейных дифференциальных уравнений, которая отличается от классической системы Лотки-Вольтерра, и, насколько позволяет сделать вывод обзор доступной литературы, сделанный к настоящему времени, ранее не изучалась [2].

Задачи работы включали в себя анализ исходной системы уравнений динамики популяций, анализ правил математической игры «Парадокс заключенных», предположение о виде коэффициентов системы уравнений для этой игры, сравнение двух систем и разработка правил игры для классического случая.

Цели работы – изучить возможность использования математических моделей в разных областях знаний и попытаться сформировать новую или адаптированную модель.

Объект исследования – математическая модель игры, динамики популяций биологической системы. Методы исследования – анализ литературы и научных публикаций, математическое моделирование, методы анализа нелинейных уравнений, численный анализ. Один из результатов исследования – математическая модель итерированной круговой игры «Парадокс заключенных» при участниках, применяющих одну из двух элементарных стратегий. Предполагая, что прирост численности каждой из популяций пропорционален заработанным очкам, получаем систему вида

$$\begin{cases} \dot{x} = k_1 x^2 - k_3 xy \\ \dot{y} = -k_2 y^2 + k_4 xy \end{cases}.$$

Чтобы составленная система имела вид классической системы Лотки-Вольтерра, нужно изменить правила игры таким образом, чтобы каждый представитель популяции играл с ограниченным числом особей той же популяции.

Фазовые траектории полученной системы незамкнуты. Фокусом является только начало координат, а вместо второго, нетривиального фокуса имеется два луча, выходящих из точки (0; 0) и делящих первый квадрант на три сектора. При попадании фазовой траектории на эти лучи одна из составляющих градиента становится нулевой (т.к. $\dot{x} = 0 \Leftrightarrow y = \frac{b_0}{b}x$, $\dot{y} = 0 \Leftrightarrow y = \frac{a}{a_0}x$). Возможны два варианта поведения траекторий, определяющиеся взаимным расположением лучей. В случае $\frac{b_0}{b} < \frac{a}{a_0}$ численность обеих популяций в итоге стремится к нулю, т.е. наблюдается вымирание, а при $\frac{b_0}{b} > \frac{a}{a_0}$ численность обеих популяций в итоге неограниченно возрастает.

Таким образом, модифицированные уравнения Лотки-Вольтерра использовались в работе для описания динамики численности популяций определенных видов в игре, основанной на итеративном парадоксе заключенных. Получены условия устойчивости этой модели, проведен анализ свойств решения. Можно предположить, что данную модель уместно использовать для моделирования биологических или экологических катастроф. Результаты работы будут использоваться в рамках интернет-проекта Института инноватики «Страна».

ЛИТЕРАТУРА:

1. Р. Докинз. Эгоистичный ген. – http://www.strana.spb.su/.

2. Свирежев Ю.М., Логофет Д.О. Устойчивость биологических сообществ. – М.: «Наука», 1978. – 352 с.