

УДК 681.5.037

А.И.Меркулов (асп., каф. ТОИ), Л.С.Чечурин, к.т.н., доц.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСЛОВИЙ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ ГРАВИТАЦИОННОГО МАЯТНИКА НА УПРУГОМ ПОДВЕСЕ

В данной работе определяются условия потери устойчивости нелинейной системы, сведенные к условию возбуждения первого параметрического резонанса линеаризованного по главному движению уравнения с применением метода стационаризации – частотного метода оценки в первом приближении.

Рассматриваются плоские движения гравитационного маятника без диссипации на упругом подвесе (см. рис. 1).

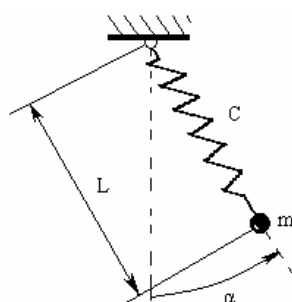


Рис. 1. Гравитационный маятник на упругом подвесе.

Система описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$m\ddot{L} - mL\dot{\alpha}^2 - mg\cos\alpha + c(L - L_0) = 0,$$

$$L\ddot{\alpha} + 2\dot{L}\dot{\alpha} + g\sin\alpha = 0.$$

Для определения условий возникновения первого параметрического резонанса модель системы сначала была линеаризована при $x = x^* = X \cos(\varpi_x t - \phi)$, $\alpha = \alpha^* = 0$:

$$\ddot{\tilde{x}} + \varpi_x^2 \tilde{x} = 0,$$

$$\ddot{\tilde{\alpha}} \left(1 + \frac{x^*}{L_s}\right) + \frac{2\dot{x}^*}{L_s} \dot{\tilde{\alpha}} + \varpi_\alpha^2 \tilde{\alpha} = 0,$$

где $x = x^* + \tilde{x}$, $\alpha = \alpha^* + \tilde{\alpha}$.

После этого было составлено уравнение Хилла [1] с синхронно изменяющимися коэффициентами относительно угловой координаты. С использованием метода стационаризации [2], было найдено условие возбуждения первого параметрического резонанса по угловой координате, а именно, граничное значение амплитуды основных колебаний по X :

$$X = \frac{8L_s}{3\varpi_x^2} \left| \frac{\varpi_x^2 - 4\varpi_\alpha^2}{4} \right| = \frac{2L_s}{3} |1 - \lambda^2|, \text{ где } \lambda = \frac{2\varpi_\alpha}{\varpi_x}.$$

Для проверки полученных теоретических результатов были проведены численные эксперименты в пакете Matlab. Экспериментальные результаты отличались от теоретических очень незначительно. При значениях параметра λ от 0 до 2 отличие теоретических результатов от экспериментальных не превышало 5%.

В работе была предпринята попытка применения метода стационаризации к сложному динамическому объекту. Полученные результаты говорят о том, что применение метода

для оценки условий потери устойчивости оправдано, в частности, в силу относительной несложности расчетов по нему (в отличие от классических математических методов исследования). Также возможно применение метода для более широкого класса динамических нестационарных систем.

ЛИТЕРАТУРА:

1. К. Магнус. Колебания, Мир, М., 1982, 303 с.
2. С.Л. Чечурин. Параметрические колебания и устойчивость периодического движения, Из-во ленинградского университета, Л., 1983, 219 с.