

УДК 662.642:621.926.7

Н.И.Меницкая (5 курс, каф. МПУ), Л.М.Яковис, д.т.н., проф.

ОПТИМИЗАЦИЯ НАСТРОЕК ПРОПОРЦИОНАЛЬНО-ИНТЕГРАЛЬНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ ИНЕРЦИОННЫХ ОБЪЕКТОВ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ НА УПРАВЛЯЮЩИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

Для широкого класса технологических объектов, работающих в непрерывном режиме, характерны явления инерционности, проявляющиеся в том, что выходные переменные постепенно выходят на уровень, диктуемый управляющими воздействиями. Естественное стремление к преодолению инерционности приводит к большим по величине управляющим воздействиям, часто превышающим границы технологических допусков. Данная работа посвящена методам автоматизированной настройки параметров алгоритмов управления для инерционных объектов, подверженных случайным возмущениям и функционирующих в условиях ограничений на управляющие воздействия.

Пусть поведение выходной переменной $y(t)$ определяется управляющими воздействиями $u(t)$ и приведенными к выходу случайными возмущениями $n(t)$ в соответствии с динамической моделью в отклонениях:

$$y(t) = H(D)u(t) + n(t). \quad (1)$$

Здесь операторная передаточная функция объекта задается инерционным звеном первого порядка

$$H(D) = \frac{K}{TD + 1}, \quad (2)$$

а спектральная плотность возмущений имеет вид

$$S_{nn}(\omega) = \frac{2\sigma_n^2\alpha}{\omega^2 + \alpha^2}, \quad (3)$$

где σ_n – среднеквадратическое отклонение (СКО), характеризующее амплитуду, а α – коэффициент, определяющий плавность случайных вариаций выходной переменной в отсутствие управляющих воздействий.

Для компенсации возмущений используется наиболее распространенный в промышленной автоматике пропорционально-интегральный закон регулирования с отрицательной обратной связью, задаваемый соотношением

$$u(t) = -W(D)y(t), \quad (4)$$

где передаточная функция ПИ-регулятора имеет вид

$$W(D) = K_n + \frac{K_u}{D}. \quad (5)$$

Ограничения на управляющие воздействия $|u(t)| \leq \bar{u}$ могут быть записаны в приближенно эквивалентной форме

$$\sigma_u \leq \bar{\sigma}_u = \bar{u}/\rho, \quad (6)$$

где положительный коэффициент ρ зависит от допустимого риска нарушения ограничений. Так, при использовании известного правила “трех сигм” следует принять $\rho = 3$.

Задача оптимальной настройки параметров регулятора формулируется в виде

$$\min_{K_n, K_u} \left\{ \sigma_y(K_n, K_u) \mid \sigma_u(K_n, K_u) \leq \bar{\sigma}_u \right\}, \quad (7)$$

где фигурирующие в (7) значения СКО σ_y и σ_u рассчитываются по известным формулам статистической динамики через передаточные функции замкнутой системы управления [1]

$$\sigma_y(K_n, K_u) = \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} H_{ny}^{(3)}(p) H_{ny}^{(3)}(-p) S_{nn}(\omega) \Big|_{\omega=ip} dp \right\}^{1/2}, \quad (8)$$

$$\sigma_u(K_n, K_u) = \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} H_{nu}^{(3)}(p) H_{nu}^{(3)}(-p) S_{nn}(\omega) \Big|_{\omega=ip} dp \right\}^{1/2}, \quad (9)$$

$$H_{ny}^{(3)}(p) = \frac{1}{1 + H(p)W(p)}, \quad H_{nu}^{(3)}(p) = \frac{W(p)}{1 + H(p)W(p)}, \quad (10)$$

причем в соотношения (8) ÷ (10) подставляются выражения (2), (3) и (5).

Для получения простых конечных результатов ограничимся субоптимальными настройками, полагая в дальнейшем $K_u = K_n / T$. Такое допущение мотивировано рекомендациями, содержащимися в [1, 2]. Оно позволяет после взятия интегралов (8) и (9) прийти к соотношениям

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha + KK_u}} \sigma_n, \quad \sigma_u = \sqrt{\frac{K_u T^2 KK_u \alpha + 1}{K KK_u + \alpha}} \sigma_n. \quad (11)$$

Из полученных формул видно, что минимизация σ_y требует максимального увеличения коэффициента ПИ-регулятора K_u . Поскольку, как несложно доказать, определяемая (11) зависимость σ_u от K_u является монотонно возрастающей, то ясно, что решение задачи (7) может быть получено из граничного условия

$$\sqrt{\frac{K_u T^2 KK_u \alpha + 1}{K KK_u + \alpha}} \sigma_n = \bar{\sigma}_u. \quad (12)$$

Решив соответствующее квадратное уравнение, найдем все соотношения, необходимые для расчета коэффициентов ПИ-регулятора

$$K_u = \frac{(K\beta^2 - 1) + \sqrt{(K\beta^2 - 1)^2 + (2T\alpha\beta)^2 K}}{2T^2 K \alpha}, \quad \text{где } \beta = \frac{K\bar{\sigma}_u}{\sigma_n}; \quad K_n = TK_u. \quad (13)$$

Использование регулятора с настройками (13) обеспечивает приближенно-оптимальную стабилизацию инерционного объекта (2) по критерию минимума СКО выходной переменной при ограничениях на управляющие воздействия (7).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Первозванский А.А. Курс теории автоматического управления. М.: Наука, 1986.
2. Кондрат А.С., Яковис Л.М. Компенсационный метод настройки регуляторов для инерционных объектов с запаздыванием // XXXII Неделя науки СПбГПУ: Ч. IV. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2004, с.27-28.

