XXXIV Неделя науки СПбГПУ. Материалы межвузовской научно-технической конференции.
Ч.I: С.181-182, 2006.

УДК 519.86

Е.В.Барулина (3 курс, каф. ИОГХ), В.А.Ярцев (асп., каф. ИОГХ), Е.Г.Семин, д.т.н., проф.

УРБАНИСТИЧЕСКИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ТИПА БЕГУЩИХ ВОЛН В ПРОБЛЕМАХ ГРАДОФОРМИРОВАНИЯ

В соответствии с моделью градоформирования В.-Б.Занга, количество различных форм городских структур в структурно устойчивых системах весьма ограничено. Таким образом, в связи с неустойчивостью многообразие городских структур увеличивается. По Зангу, рассматривая модель города, можно показать, как неустойчивость усложняет городскую систему. При этом модель ведет себя подобно бегущей волне.

Предполагается, что численность населения на протяжении всего периода изучения остается постоянной. Демографические и миграционные процессы между городом и «внешним миром» учитываться не будут.

Для описания городской системы, согласно Зангу, используются следующие динамические уравнения:

$$n_t(r,t) = \alpha\left[f(q) - n\right] + \Theta n_{rr},$$
$$q_t(r,t) = -\delta q + H\left(I(n,q)\right), r \in G,$$

где G – область городского пространства, α – параметр адаптации, Θ и δ – параметр диффузии населения и скорость разрушения жилого фонда, соответственно. Предельные начальные и конечные условия системы соблюдаются.

С помощью уравнений можно определить, каким образом качество жилья изменяется во времени. Параметр $-\delta q$ позволяет описать эффект разрушения жилого фонда. Считается, что владельцы жилищ устанавливают значение расходов на содержание жилого фонда, и доход владельца влияет на стоимость жилья. В качестве общего дохода обозначим I. Согласно уравнению, доход в конкретной точке зависит от плотности населения и качества жилого фонда т.е. $I = I(n,q)$. Производная I_q имеет положительный знак, так как повышение качества жилья при определенном уровне плотности населения приведет к увеличению дохода владельца. Для упрощения, функцию затрат на поддержку жилого фонда запишем как

$$H(I) = \frac{\mu n q^2}{1+\sigma n},$$

где σ и n – положительные коэффициенты. Принимая $\frac{q^2}{1+\sigma n}$ в качестве ренты единицы жилого фонда получим, что отношение $\frac{nq^2}{1+\sigma n}$ является полным доходом домовладельца в данной точке. А величину μ определим как отношение затрат на поддержку фонда к общему доходу.

Таким образом, первоначальную систему можно записать в виде:

$$N_t(r,t) = g(Q) - N + \gamma N_{rr},$$
$$Q_t(r,t) = -\upsilon Q + \frac{NQ^2}{1+N}.$$

Для определения существования интересующих нас периодических решений типа бегущих волн вблизи асимптотического статического равновесия применяется теория бифуркации.

Такие решения характерны для уравнений в частных производных и не редко встречаются в физике, химии и биологии.

Решение системы типа бегущей волны так же можно определить как:

$$N = (r,t) = N(r - \varepsilon t),$$
$$Q(r,t) = Q(r - \varepsilon t),$$

где ε – параметр, имеющий положительное значение. Периодическая городская структура типа бегущей волны представляет собой решение, периодическое по отношению к величине $r - \varepsilon t$. Записав функцию $W(r - \varepsilon t) = N'(r - \varepsilon t)$ и, подставив ее в уравнения системы, получим:

$$N' = W,$$
$$\gamma W' = N - \varepsilon W - g(Q),$$
$$\varepsilon Q' = \upsilon Q - \frac{NQ^2}{1 + N}.$$

Итак, решение заключается в доказательстве существования конечного цикла в системе. А существование предельных циклов определяется с помощью упоминавшейся выше теории бифуркации, согласно которой при небольших возмущениях бифуркационного параметра образуется новая городская структура.