

УДК 629.113

И.В.Свириденко (5 курс., каф. КГМ), А.П.Чайкин, асс.

## ВЫБОР МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА ДЛЯ АНАЛИЗА ДИНАМИКИ ПОВОРОТА МНОГООСНОГО ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА С ЛОМАЮЩЕЙСЯ РАМОЙ

Транспортное средство с ломающейся рамой (далее – ТС) является сложной механической системой, в которой одновременно протекают различные процессы. В простейшем случае, модель механической части ТС – это система абсолютно твёрдых тел, соединённых цилиндрическими шарнирами, в которую входят две полурамы, соединённых вертикальным шарниром и  $2 \cdot i$  колёс, где  $i$  – количество осей ТС.

Цель данной работы – выбор математического аппарата для анализа динамики поворота ТС, наиболее удобного для применения систем компьютерной алгебры и минимизирующего количество изменений и дополнений в математической модели (и, соответственно, в расчётной программе) при изменении расчётной схемы (добавлении/удалении внешних сил, изменении количества осей).

Основные подходы к выводу уравнений движения ТС базируются на общих теоремах динамики или аппарате неголономной механики.

Общее уравнение динамики, в обобщённых координатах  $q$  имеет вид:

$$\sum_{i=1}^n \left( \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} - Q_i(q, \dot{q}, t) - R_i(q, \dot{q}, t) \right) \delta q_i = 0,$$

где через  $T$  обозначена кинетическая энергия системы, через  $Q_i(q, \dot{q}, t)$  – обобщённые силы, а  $R_i(q, \dot{q}, t)$  – обобщённые силы реакций неголономных связей.

Если исходить из общих уравнений динамики [1-3], получаются системы с большим числом уравнений и неизвестных, не оптимизированные для использования в системах аналитических вычислений. К недостаткам таких систем можно отнести большое число неизвестных и, соответственно, немалые затраты времени при расчёте систем с большим числом обобщённых координат, а также трудоёмкость модифицирования математической модели при изменении расчётной схемы. В случае систем с голономными связями [4] или некоторых частных случаях [5] это можно обойти, но для такого неоднозначного процесса, как движение ТС, подобные упрощения сделать нельзя.

Многие проблемы удаётся решить, идя по второму пути и используя векторно-матричную форму записи уравнений [6,7]. В этом случае будет удобно использовать системы аналитических вычислений. Для рассматриваемого ТС, из разработанных уравнений динамики наиболее удачно подходит уравнение Аппеля, записанное в виде:

$$\left( \frac{\partial S}{\partial \ddot{\Pi}} \right)^T = \Pi,$$

где функция  $S = \frac{1}{2} \sum_{v=1}^n m_v \omega_v^2$  называется энергией ускорений или функцией Аппеля,  $\Pi$  –  $r$ -мерный вектор обобщённых сил. Аналитический вывод этого уравнения из уравнения Лагранжа-Феррера можно получить, сопоставив работы [6] и [7]. Именно такая математическая модель применена в работах [7,8] для похожих механических систем. При изменении расчётной схемы, например, добавлении новой неголономной связи, в математической модели потребуется изменить только матрицу, характеризующую неголономные связи; при грамотном программировании метода, во всех остальных уравнениях это изменение расчётной схемы будет учтено автоматически.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Пятницкий Е.С. Динамика неголономных систем: Сб. научно-методических статей по теоретической механике. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 2000, №23.
2. Шувалов Е.А., Бойков А.В., Добряков Б.А., Пантюхин М.Г. Теория и расчёт трактора «Кировец»/Под общей ред. А. В. Бойкова. — Л.: Машиностроение, Ленингр. Отд-ние, 1980. - С. 36–43.
3. Березинская С.Н., Кугушев Е.И. Об уравнениях движения механических систем с условными односторонними связями. – М.: ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, 2002.
4. Горский А.А. Об одном подходе к компьютерному моделированию механических систем с голономными связями: Сб. научно-методических статей по теоретической механике. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 2000, №23.
5. Саратов Ю.С. К вопросу формирования дифференциальных уравнений движения нелинейных систем. Сборник научно-методических статей по теоретической механике. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 2000, №23.
6. Мартыненко Ю.Г. О матричной форме уравнений неголономной механики: Сб. научно-методических статей по теоретической механике. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 2000, №23.
7. Охоцимский Д.Е., Мартыненко Ю.Г. Новые задачи динамики и управления движением мобильных колёсных роботов // Журнал «Успехи механики», №1, январь-март 2003.
8. Гусев Д.М., Мартыненко Ю.Г. Об одном способе вибрационного ускорения колёсного робота // В сб.: Мобильные роботы и мехатронные системы. Матер. науч. школы-конф., 3-4 дек. 2001. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2001. - С. 14–28.