

УДК 621.4.621.56

Н.В.Круглов (5 курс, каф. КВХТ), Р.А.Измайлов, д.т.н., проф.

АНАЛИЗ ФИЗИКИ ПУЛЬСАЦИЙ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦЕНТРОБЕЖНЫХ КОМПРЕССОРАХ С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДОВ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ

Пусть положение любой системы во времени описывается различными параметрами $x_1(t), x_2(t), \dots, x_d(t)$, зависящими от времени (например, давление и температура для термодинамической системы). Тогда d -параметр во времени t формирует вектор $\vec{x}(t)$ в d -мерном пространстве, называемом фазовым (из начала координат проводится d -осей, перпендикулярных друг другу, $d \rightarrow \infty$). Если параметризовать функцию, описывающую этот вектор, то получим новый вектор $\partial_t \vec{x}(t) = \vec{F}(x)$, который также постоянно меняется во времени, и конец которого описывает в фазовом пространстве кривую, называемую *аттрактором* (рис. 1а). Ввиду невозможности отображения на плоскости d -мерного пространства, будем изображать 3 его проекции.

Если в фазовом пространстве провести плоскость Пуанкаре (плоскость, которая с любой осью образует угол либо 0° либо 90°), а затем аттрактор, то точки пересечения аттрактора с плоскостью называются рекурсивными. Каждая n -ая и $(n-1)$ точка характеризуется временем j и i , соответственно, а так же векторами $\partial_t \vec{x}_j$ и $\partial_t \vec{x}_i$. Отсюда следует определение карты возврата (КВ): КВ – это совокупность черных и белых точек, нанесенных на плоскость квадратной матрицы (по обеим осям отложено время – рис. 1б), которая характеризуется соотношением [1]:

$$R_{i,j} = \Theta\left(\varepsilon - \left\| \vec{x}_i - \vec{x}_j \right\| \right), \quad i, j = 1, \dots, N, \quad (1)$$

где Θ – функция Хэвисайда (Heaviside), ε – окрестность i -ой и j -ой точки на аттракторе, $\| \ \|$ – норма (линейная, квадратичная или по бесконечности). Если функция принимает значение 0, то на матрицу наносится белая точка, если 1 – то черная. Для синусоиды, которая после параметризации вырождается в окружность в фазовом пространстве (рис. 2), учитывая периодичность функции, можно положить $\varepsilon = 0$ (аттрактор пересекает поверхность Пуанкаре постоянно в одних и тех же двух точках), тогда карта возврата будет представлять собой (рис. 2в) множество прямых линий, расположенных друг от друга по временной шкале на расстоянии, равном периоду синусоиды, и наклоненных к нижней оси под углом в 45° .

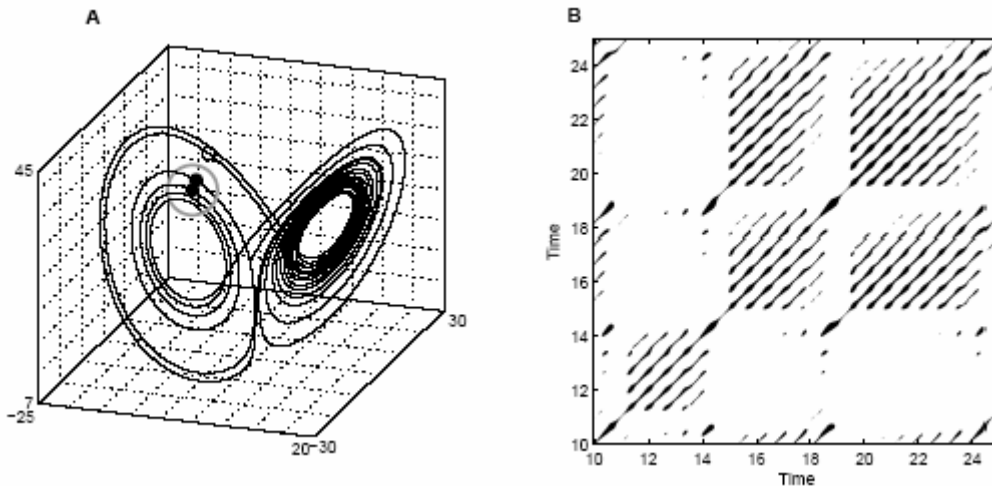


Рис. 1. Аттрактор Лоренца в фазовом пространстве и карта возврата для него

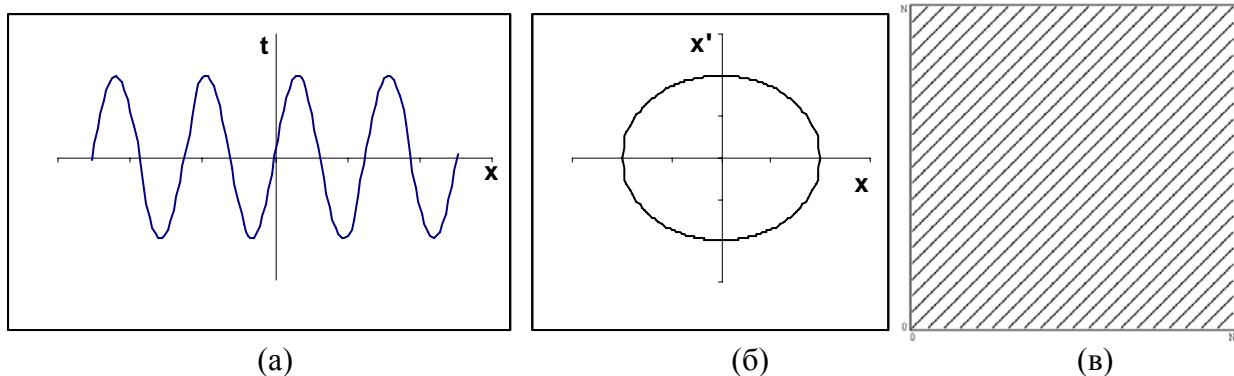


Рис. 2. Синусоида (а), вырождаемая в окружность в фазовом пространстве (б) и карта возврата (в)

КВ применяются в анализе динамических систем, они позволяют визуализировать изменение параметров многомерных нестационарных процессов, т.к. функция (1) не дискретна. Поскольку КВ содержит в себе информацию не только о текущем, но и предшествующем периоде времени, возможно предсказание поведения системы в будущем. В частности, в области турбокомпрессоростроения, интересна попытка обнаружения вращающегося срыва (или даже предсрыва), предшествующего помпажу, по результатам исследования нестационарных процессов в центробежных компрессорах, полученных с помощью многоточечных параллельных цифровых записей пульсаций давления. Дальнейшая обработка производится в среде MATLAB.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Докторская диссертация Норберта Морвана (Norbert Morwan), Current developments of concepts based on recurrence plots and their applications, Physics University, Potsdam, 2003.
2. Collet Eckman, Iterated maps on the interval as dynamical systems, Basel Boston, Stuttgart, 1980.