

УДК 532.517

Н.А.Щур (асп., каф. ГАД), Д.К.Зайцев, к.ф.-м.н., доц.

РАЗРАБОТКА МЕТОДА РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ ЖИДКОСТИ НА ДЕФОРМИРУЕМЫХ СЕТКАХ И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЕ К РАСЧЕТУ АВТОКОЛЕБАНИЙ ЦИЛИНДРА В ОДНОРОДНОМ ПОТОКЕ

Метод деформируемых сеток идеально подходит для расчета течения жидкости в условиях сравнительно небольшого перемещения (деформации) границ расчетной области. Добавление данного метода в современный программный расчётный комплекс значительно расширяет его возможности. В настоящей работе метод был реализован в программном комплексе SINF, предназначенном для расчёта течений жидкости и газа в областях сложной геометрии (см. например [1]). Применительно к задаче об автоколебаниях цилиндра метод деформируемых сеток использовался, например, в работе [2].

В методе деформируемых сеток изначально созданная расчетная сетка деформируется в соответствии с движением границы, не меняя своей структуры и размерности. Баланс массы и импульса жидкости в каждой ячейке сетки описывается уравнениями Навье-Стокса (1-2), записанными для произвольного объёма Ω , поверхность S которого движется со скоростью v_b .

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \int_S \rho (\vec{v} - \vec{v}_b) \cdot \vec{n} dS = 0, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho \vec{v} d\Omega + \int_S \rho \vec{v} (\vec{v} - \vec{v}_b) \cdot \vec{n} dS = \int_S (\underline{\underline{\tau}} \cdot \vec{n} - p \vec{n}) dS. \quad (2)$$

Нетривиальным моментом при дискретизации уравнений (1-2) является необходимость выполнения кинематического тождества (3), которое можно трактовать как условие сохранения пространства при движении и деформации объёма Ω . Нарушение данного требования может приводить к появлению в уравнениях паразитных источников массы и импульса и, соответственно, к искажению численного решения, обусловленному деформацией сетки (см., например, [2]).

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} d\Omega - \int_S \vec{v}_b \cdot \vec{n} dS = 0. \quad (3)$$

Фактически, соотношение (3) накладывает ограничение на способ вычисления скорости движения сетки v_b , который должен быть согласован со способом аппроксимации поверхностных интегралов и производных по времени в уравнениях (1-2). В частности, при использовании неявной трехслойной схемы второго порядка точности по времени, дискретный аналог соотношения (3) для ячейки расчетной сетки может быть записан в следующем виде:

$$\sum_c (\vec{v}_b \cdot \vec{n})_c S_c = \frac{3\Delta\Omega^m - \Delta\Omega^{m-1}}{2\Delta t}, \quad (\vec{v}_b \cdot \vec{n})_c S_c = \frac{3\delta\Omega_c^m - \delta\Omega_c^{m-1}}{2\Delta t}. \quad (4)$$

Здесь c – индекс суммирования по всем граням ячейки, S_c – площадь грани, $\Delta\Omega^m \equiv \Omega^m - \Omega^{m-1}$ – приращение объёма ячейки при переходе с временного слоя $m-1$ на слой m , $\delta\Omega_c^m$ – объём, омеаемый гранью ячейки ($\Delta\Omega^m \equiv \sum_c \delta\Omega_c^m$). Соотношение (4) определяет «правильный» способ вычисления нормальной составляющей скорости движения грани.

Описанный метод был реализован в программном комплексе SINF, разрабатываемом на кафедре гидроаэродинамики. Для тестирования метода были проведены расчеты ряда стационарных потоков, которые при использовании деформируемой сетки фактически рассматривались как нестационарные. Кроме того, были сопоставлены результаты решения задачи о внезапном приведении в движение тела (с использованием деформируемой сетки) и эквивалентной ей задачи о внезапном начале движения жидкости. Тестирование показало, что применение разработанного алгоритма расчета движения жидкости на деформируемой сетке не сказывается на точности получаемых результатов и эффективности работы программы.

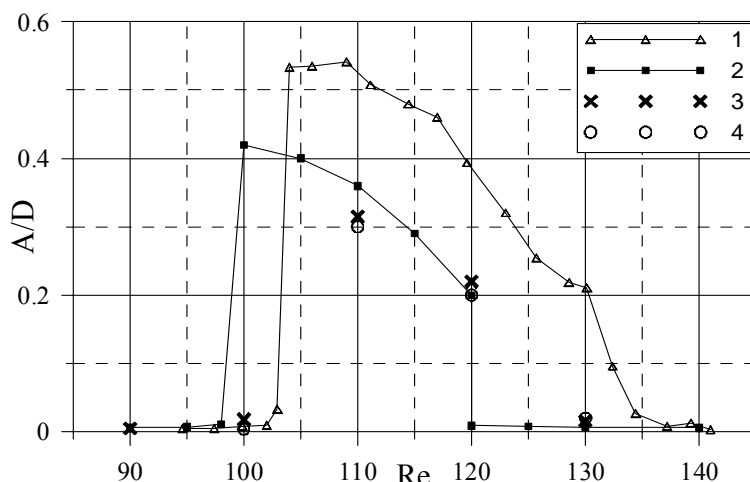


Рис. 1. Зависимость амплитуды установившихся колебаний цилиндра от числа Рейнольдса: 1 – эксперимент [3], 2 – настоящий расчет, 3,4 – расчёты [4,5]

Доработанная версия программного комплекса SINF была использована для расчета поперечных автоколебаний цилиндра на упругой подвеске в однородном потоке. Получены зависимости амплитуды и частоты колебаний от скорости потока (числа Рейнольдса). Продемонстрирован “захват частоты” – эффект синхронизации срыва вихрей с колебаниями цилиндра, сопровождаемый резонансным увеличением амплитуды колебаний.

На рис. 1 представлены итоговые данные по амплитуде установившихся колебаний цилиндра. Результаты настоящего расчета сопоставлены с экспериментальными и расчётными данными других авторов. В целом результаты расчета резонансной амплитуды неплохо согласуются с данными измерений [3]. Ширина области захвата частоты соответствует экспериментальной, хотя сама область сдвинута по числам Рейнольдса влево. Видно также, что результаты настоящей работы хорошо совпадают с расчётными данными других авторов, что является косвенным подтверждением правильности расчёта.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Смирнов Е.М., Зайцев Д.К. Научно-технические ведомости, 2004, №2(36), с. 70-81.
2. Ferziger J.H., Peric M. Computational methods for fluid dynamics. – Berlin: Springer, 1999, 389p.
3. Anagnostopoulos P., Bearman P.W. Journal of Fluids and Structures, 1992, N6, pp. 39-50.
4. Sarrate J., Huerta A. In: Comp. Methods for Fluid-Structure Interaction, 1999, pp. 143-152.
5. Nomura T. Comp. Meth. in Applied Mechanics and Engineering, 1994, 112 (1-4), pp. 291-308.