

УДК 539.3

С.Г.Семенов (5 курс, ТМ), А.С.Семенов, к.ф.-м.н., доц., Б.Е.Мельников, д.т.н., проф.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РОСТА ТРЕЩИН С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭНДОХРОННОЙ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ

В основу классических теорий пластичности положено понятие поверхности текучести, но существует класс теорий, не использующих концепцию предельных поверхностей. Наличие материалов со слабо выраженным пределом текучести, накопление необратимых (микропластических) деформаций при циклическом нагружении ниже предела текучести, зависимость формы поверхности текучести от допуска на остаточные деформации, невыпуклость поверхности при малых допусках указывает на актуальность в ряде случаев построения теории пластичности без явного введения понятия предельной поверхности. Ярким представителем этого класса теорий является эндохронная теория пластичности (ЭТП), предложенная Валанисом К.К. [1] (аналогичные соотношения ранее были представлены Кадашевичем Ю.И. [2]). В данной теории в качестве определяющих уравнений предлагается использовать функционал наследственного типа (1), позволяющий использовать единую систему уравнений для нагрузки и разгрузки.

$$\mathbf{s} = 2\mu \int_0^z M(z-z') \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial z'} dz', \quad \text{и} \quad M(z) = \sum_{k=0}^n C_k e^{-\alpha_k(z)}, \quad (1)$$

$$\text{tr} \boldsymbol{\sigma} = 3K \cdot \text{tr} \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2)$$

где $\boldsymbol{\sigma}$, \mathbf{s} – тензор и девиатор напряжений; $\boldsymbol{\varepsilon}$, \mathbf{e} – тензор и девиатор деформаций; K , μ – упругие константы материала; z – внутреннее время; C_k, α_k – безразмерные коэффициенты интегрального ядра; n – число членов интегрального ядра.

Валанисом К.К. [1] предложено вычислять внутреннее время z (3) на основе ζ – длины пути (4), пройденного состояниями материала в пятимерном пространстве приведенных деформаций $\boldsymbol{\eta}$ (5).

$$dz = d\zeta / f(\zeta), \quad (3)$$

$$d\zeta = \sqrt{\frac{2}{3}} d\boldsymbol{\eta} \cdot d\boldsymbol{\eta}, \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{e} - \frac{\chi}{2\mu} \mathbf{s}. \quad (5)$$

Кинематическое упрочнение определяется соотношением констант интегрального ядра (1), а изотропное – функцией $f(\zeta)$ из (3). χ – дополнительный параметр модели, $\chi \in [0; 1]$.

Для реализации мягкого нагружения в пакете Constitutive Equation Studio (CES) определяющие уравнения (1) были инвертированы и записаны в форме, позволяющей вычислить девиатор деформаций по заданной истории изменения напряжений (6)

$$\mathbf{e} = \frac{1}{2\mu} \int_0^z N(z-z') \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial z'} dz', \quad \text{и} \quad N(z) = \sum_{k=0}^n D_k e^{-\beta_k(z)}. \quad (6)$$

Связь между коэффициентами в интегральных ядрах в пространстве изображений интегрального преобразования Фурье выглядит следующим образом: $\bar{N} = 1/M p^2$. В пространстве образов обратного интегрального преобразования Фурье удалось получить связь лишь для ряда частных случаев, когда в интегральное ядро входит один (7) и два (8) члена ряда (для трех членов ряда выражение не приводится).

$$M(z) = e^{-\alpha z} \quad N(z) = (1 + \alpha z), \quad (7)$$

$$M(z) = C + (1 - C)e^{-\alpha z} \quad N(z) = \frac{1}{C} + \left(1 - \frac{1}{C}\right)e^{-\alpha z} \quad (8)$$

Для исследования возможностей ЭТП в пакете CES были решены и сопоставлены с экспериментом ряд задач при сложном нагружении [3], некоторые из которых представлены на рис. 1,2. Результаты анализа неоднородного напряженного состояния в вершине трещины, полученные в конечно-элементном пакете PANTOCRATOR [6], показаны на рис. 3.

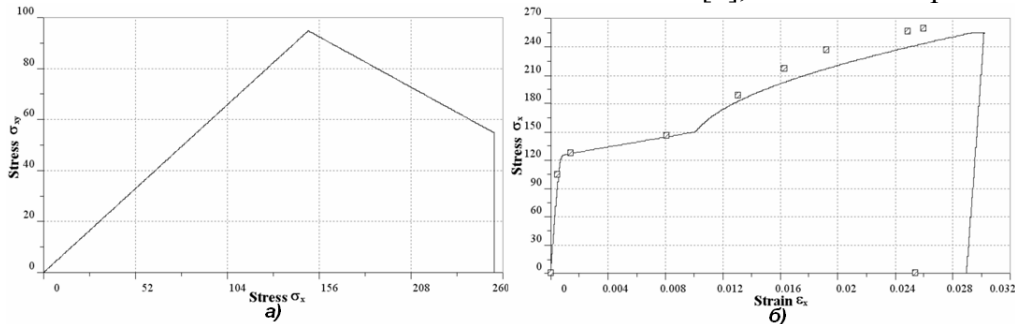


Рис. 1. Непропорциональное мягкое нагружение. Эксперимент L.Szabo [4] (а – заданный путь нагружения в пространстве напряжений, б – рассчитанный путь в пространстве деформаций)

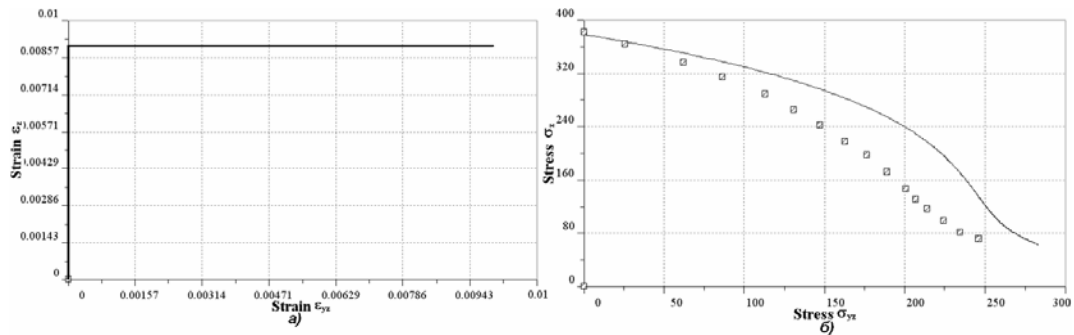


Рис. 2. Непропорциональное жесткое нагружение (сталь 45). Эксперимент Вавакина [5] (а – заданный путь нагружения в пространстве деформаций, б – рассчитанный путь в пространстве напряжений)

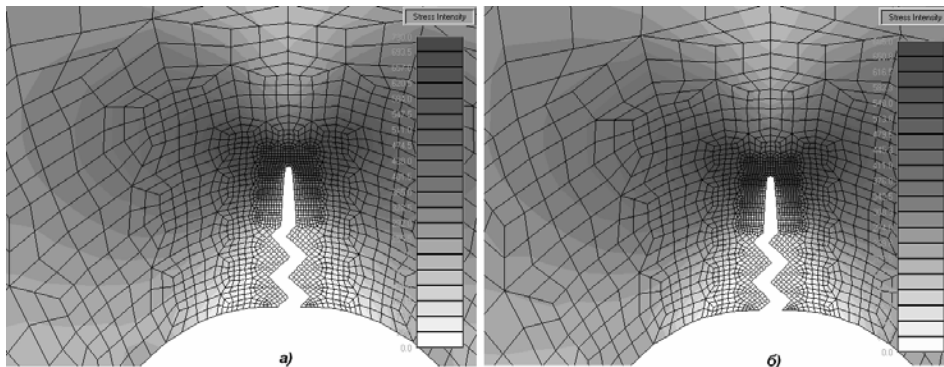


Рис. 3. Интенсивность напряжений (по Мизесу) в вершине трещины (а – теория течения, б – ЭТП)

ЛИТЕРАТУРА:

1. Valanis K.C. Arch. Mech. Stasow. 1971. V. 23. N 4. P. 517-551.
2. Кадашевич Ю.И. Исследования по упругости и пластичности. Л.: ЛГУ, 1967. Вып. 6. С. 39-45.
3. Семенов С.Г., Семенов А.С., Мельников Б.Е. Нелинейные проблемы механики и физики деформируемого твердого тела. С - Петербург.: Изд-во «Соло», 2005. Вып. 9. С. 76-85.
4. Szabo L. Period. Politech. Mech. Eng. 1984. V. 28. N. 2. P. 153-161.
5. Вавакин А.С., Викторов В.В., Мосолов А.Б., Степанов Л.П. Уругопластическое деформирование стали 45 при сложном нагружении. Препринт 359 ИП Механики АН. М. 1988. 36 с.
6. Семёнов А.С. Труды V Межд. конф. "Научно-технич. пробл. прогнозир. надежн. и долговечн. констр. и методы их решения". С - Петербург. Изд-во СПбГПУ, 2003. С. 466-480.