

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ЗАДАЧАХ АКУСТИЧЕСКОГО КАРОТАЖА

В данной работе рассматривается анализ распространения упругих волн в задачах акустического каротажа [1].

В основе исследования волновых процессов в линейной теории упругости изотропного тела лежит следующая система уравнений:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \rho \ddot{\mathbf{u}} \\ \boldsymbol{\sigma} = K \mathbf{E} \operatorname{tr} \boldsymbol{\varepsilon} + 2\mu \left(\boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{3} \mathbf{E} \operatorname{tr} \boldsymbol{\varepsilon} \right) \\ \boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \mathbf{u} \nabla) \end{cases}, \quad (1)$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ — тензор напряжений, \mathbf{u} — вектор перемещений, $\boldsymbol{\varepsilon}$ — тензор деформаций, \mathbf{E} — единичный тензор второго ранга, K — модуль объемного сжатия, μ — модуль сдвига, tr — операция "след тензора", ∇ — набла оператор Гамильтона.

Решение системы (1) вместе с заданными начальными и граничными условиями описывает процесс распространения упругих волн. Упругая волна представляет собой, по существу, две независимо распространяющихся волны. В одной из них смещение направлено по направлению распространения самой волны, такая волна называется волной растяжения–сжатия. В другой волне смещение направлено в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения; такая волна называется волной сдвига. Для того чтобы разделить эти две волны, представим тензор напряжений в виде суммы напряжений, отвечающих за деформацию чистого сдвига и всестороннего сжатия. Для этого достаточно записать тождество:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{3} \mathbf{E} \operatorname{tr} \boldsymbol{\sigma} + \left(\boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} \mathbf{E} \operatorname{tr} \boldsymbol{\sigma} \right). \quad (2)$$

Первый член этого выражения отвечает за деформацию всестороннего сжатия, а второй — деформацию чистого сдвига [2].

Для анализа распространения волн нам понадобятся скалярные характеристики обоих слагаемых выражения (2), которые должны быть инвариантными относительно выбора системы координат и описывать распространение фронтов обоих типов волн. Для первого слагаемого в качестве такой характеристики может выступать $\operatorname{tr} \boldsymbol{\sigma}$. Для второго слагаемого такой характеристикой может быть интенсивность напряжений по Мизесу:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{3}{2} \left(\boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} \mathbf{E} \operatorname{tr} \boldsymbol{\sigma} \right) \cdot \left(\boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} \mathbf{E} \operatorname{tr} \boldsymbol{\sigma} \right)} \quad (3)$$

Рассмотрим типовую задачу акустического каротажа, решенную с помощью метода конечных элементов (КЭ) в программном пакете LS-DYNA. Имеется горная порода, в которой пробурена скважина, заполненная буровым раствором (рис. 1). Горная порода моделируется как изотропная упругая среда, а буровой раствор — как идеальная сжимаемая жидкость (т.е. тензор напряжений представлен лишь шаровой частью). В скважину погружен прибор, в состав которого входят: излучатель, испускающий сигнал в окружающее пространство, и набор приемников, записывающих доходящие до них возмущения. Излучатель моделируется как цилиндр, к боковой поверхности которого прикладывается

давление, зависящее от времени. Приемники моделируются как набор узлов КЭ модели, с которых снимаются результаты. Результаты представляются в виде гистограмм, т. е. графиков зависимости давления от времени (рис. 2). По разнице времени прихода возмущений к приемникам судят о скоростях распространения различных волн в системе "горная порода — буровой раствор". Эти скорости зависят от упругих постоянных и плотности материала:

$$V_p = \sqrt{\frac{K + 4\mu/3}{\rho}} \quad \text{и} \quad V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \quad (3)$$

где V_p — скорость волн растяжения–сжатия, а V_s — сдвига. При этом всегда имеет место неравенство $\sqrt{3}V_p > \sqrt{4}V_s$ [2]. Таким образом, определив скорости распространения, можно судить о свойствах изучаемой горной породы.

Введенные ранее скалярные характеристики позволяют провести анализ полученной гистограммы. После того, как сигнал, испускаемый излучателем, доходит до границы раздела "буровой раствор — горная порода", в горной породе возбуждаются два типа волн. При этом волна растяжения–сжатия имеет меньшую амплитуду, чем волна сдвига. А так как $\sqrt{3}V_p > \sqrt{4}V_s$, то первые малые возмущения, дошедшие до приемников, характеризуют волну растяжения–сжатия. По тангенсу наклона прямой, проведенной через эти возмущения, можно судить о скорости распространения волны растяжения–сжатия в горной породе. Аналогичный анализ можно провести и для сдвиговой волны. Эти две волны образованы в результате прямого и обратного преломления через границу "буровой раствор — горная порода". Однако наибольшую амплитуду имеет волна (так называемая головная волна), образующаяся вследствие прямого прохождения возмущения через буровой раствор (рис. 2).

Варьируя параметры созданной в рамках настоящей работы КЭ модели (геометрию исследуемой области, свойства сред, характеристики излучаемого сигнала), удалось обнаружить особенности, наблюдаемые в реальных экспериментах, такие как сложные картины многократных отражений волновых фронтов вблизи скважины.



Рис. 1

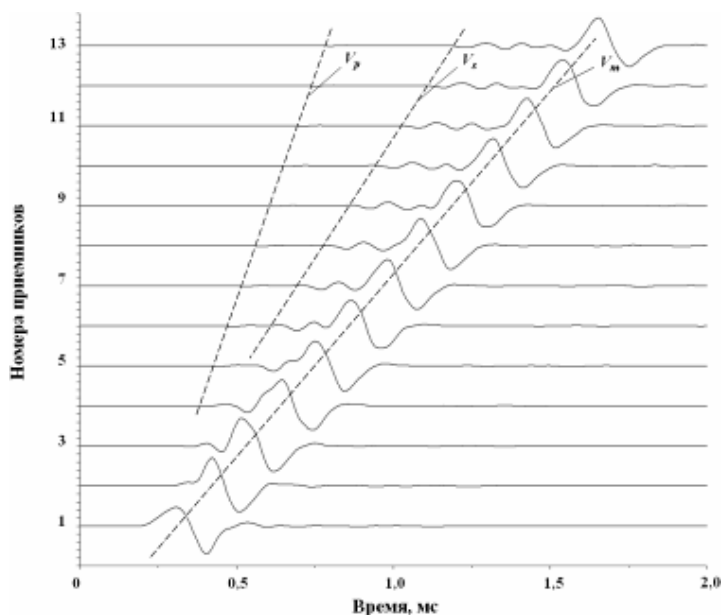


Рис. 2

ЛИТЕРАТУРА:

1. Гилёв Е.Е., Шубин С.Н., Михалюк Д.С., Боровков А.И. Моделирование различных типов излучателей в устройствах акустического каротажа. В этом же сборнике.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. — М.: Изд-во Гостехлит, 1954. 795 с.