УДК 621.315.626.2

А.С.Бондаренко (5 курс, каф. ЭиЭА), Л.Н.Карпенко, к.т.н., доц.

РАСЧЁТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТОКА ПО ПОПЕРЕЧНОМУ СЕЧЕНИЮ ПРОВОДНИКОВ С ГАРМОНИЧЕСКИМИ ТОКАМИ

При протекании по проводникам переменного тока из-за поверхностного эффекта и эффекта близости по отдельным частям проводников протекают токи различной плотности. Знание распределения плотности токов используется для расчёта тепловыделения в отдельных частях проводников или для расчёта электромагнитных усилий, действующих как на проводники в целом, так и на отдельные его части.

Допустим, что имеются два одинаковых длинных проводника произвольного сечения (рис. 1) с прямым и обратным токами $\mathrm{i} = \mathrm{I_m} \sin(\omega \mathrm{t})$. Разобьем поперечное сечение каждого проводника на элементарные площадки, по возможности квадратные. Размеры площадок – ячеек должны быть в несколько раз меньше, чем эквивалентная глубина проникновения поля $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\gamma}}$, где μ, γ – магнитная проницаемость $\left(\text{Гн}/\text{м}\right)$ и удельная объёмная электропроводность материала проводника $\left(1/\text{Ом}\cdot\text{м}\right)$. Во втором проводнике разбивка сечения производится аналогично, так, чтобы каждой элементарной площадке соответствовала такая же площадка первого проводника. При таком разбиении элементарные площадки в проводнике с прямым током и соответствующие им площадки в проводнике с обратным током можно рассматривать как сечения элементарных проводников со своим током $\mathrm{I_k}$, где k – номер площадки.

Допустим, что площадки пронумерованы от 1 до n. В силу симметрии токи $\mathrm{I_k}$ в элементарных проводниках с обратным и прямым токами одинаковые. Такие два элементарных проводника можно рассматривать как проводники k-го элементарного контура с током $\mathrm{I_k}$. Таким образом, реальные проводники заменяются системой n элементарных контуров, в каждом из которых протекает свой ток. Если найти токи в каждом элементарном контуре, а затем плотность тока в элементарных проводниках, то задача по определению поля плотности тока во всём проводнике будет решена.

Длина проводников в направлении оси z равна l (рис. 1). Для системы n элементарных контуров можно составить электрическую схему замещения (рис. 2). На схеме обозначены: i – мгновенное значение суммарного тока в проводнике; i_1, i_2, …, i_n – мгновенные значения токов в элементарных проводниках; $L_{1,1}$, $L_{2,2}$, …, $L_{n,n}$ – собственные индуктивности элементарных контуров; R_1, R_2, …, R_n – активные сопротивления элементарных контуров.

Для схемы замещения на рис. 2 можно составить следующие уравнения

$$\begin{cases} \dfrac{d\Psi_{1,2}}{dt} + i_1 \cdot R_1(T) - i_2 \cdot R_2(T) = 0; & \dfrac{dT_1}{dt} = \dfrac{i^2 \cdot R_1(T)}{m \cdot c \cdot (1 + \alpha \cdot T_1)} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \dfrac{d\Psi_{n-1,n}}{dt} + i_{n-1} \cdot R_{n-1}(T) - i_n \cdot R_n(T) = 0; & \dfrac{dT_n}{dt} = \dfrac{i^2 \cdot R_n(T)}{m \cdot c \cdot (1 + \alpha \cdot T_n)} \\ i = \sum\limits_{k=1}^{n} i_k \end{cases} \qquad (*)$$

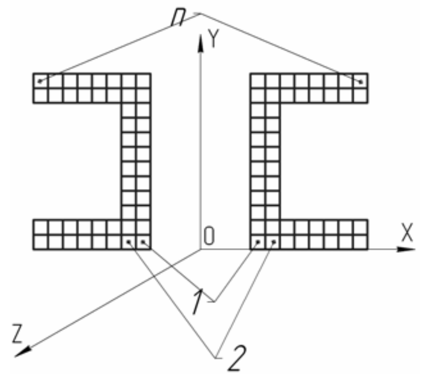
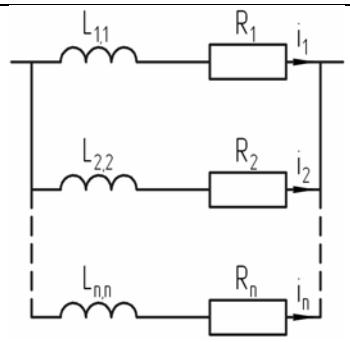
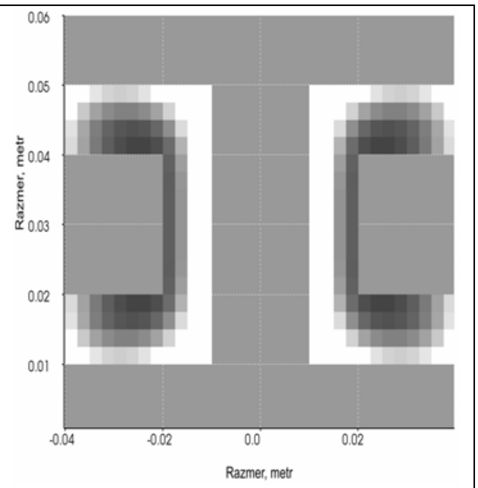
где $\Psi_{1,2} = \Psi_1 - \Psi_2; \ldots\ldots; \Psi_{n-1,n} = \Psi_{n-1} - \Psi_n$, T_1, …, T_n – температуры участков.

В предыдущие уравнения входят потокосцепления элементарных контуров Ψ_k, k=1,…, n, которые определяются следующим образом:

$$
\begin{array}{l}
\Psi_1 = L_{1,1} \cdot i_1 + L_{1,2} \cdot i_2 + \ldots + L_{1,n} \cdot i_n \\
\ldots. \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad , \\
\Psi_n = L_{n,1} \cdot i_1 + L_{n,2} \cdot i_2 + \ldots + L_{n,n} \cdot i_n
\end{array}
$$

где $L_{k,k}$ – собственная индуктивность элементарного контура; $L_{k,m}$ – взаимная индуктивность k-го и m-го контуров [1].

Таким образом, решением системы уравнений (*) определяются токи во всех элементарных участках. Плотность тока σ_k в каждом элементарном проводнике определяется по формуле $\sigma_k = \dfrac{I_k}{S_k}$. Картина распределение плотности тока приведена на рис. 3. По данному алгоритму была написана программа в среде Microsoft Visual Fortran 6.6c.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Рис. 1. Разбиение шин</td>
<td>Рис. 2. Схема замещения</td>
<td>Рис. 3. Распределение плотности тока по шинам</td>
</tr>
</table>

ЛИТЕРАТУРА:

1. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчёт индуктивностей. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 488 с.