УДК 621.867.17

С.Ю.Кошурников (5 курс, каф. ТМ), В.А.Павлова (5 курс, каф. ТКМ),
Г.П.Дзельтен, к.т.н., доц.

ВЫЧИСЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНЫХ ТЕМПЕРАУР ОТ МГНОВЕННЫХ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛА

При применении лазерной обработки необходимо вычислять максимальную температуру в заданной точке на поверхности детали в определенный момент времени. При исследовании температуры от мгновенного источника в неограниченном теле использовалось следующее приближение: источник тепла имел неограниченную температуру.

Известно [1], что температура в неограниченном теле, вызванная мгновенным точечным источником, расположенным в начале координат, находиться по формуле:

$$T(R_m,t) := \frac{Q}{C\cdot\rho}\cdot e^{\frac{-R_m^{\,2}}{4\cdot a\cdot t}}\cdot\frac{1}{\left(\sqrt{4\pi\cdot a\cdot t}\right)^m}, \tag{1}$$

где: Q – количество теплоты, внесенное в тело источника; C – удельная теплоемкость материала тела ; ρ – плотность материала тела; m – размерность пространства, (m = 1, 2, 3); R – расстояние от мгновенного источника тепла до точки тела, $R_1=\sqrt{x^2}$; $R_2=\sqrt{x^2+y^2}$; $R_3=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$; t – время, прошедшее с момента теплового импульса; a – коэффициент температуропроводности.

Для определения максимальной температуры, в заданной точке необходимо приведенную выше формулу (1) приравнять к нулю и продифференцировать по времени.

Данную задачу решаем символьно.

$$\frac{d}{dt}T\left(R_m,t\right) \rightarrow \frac{Q\cdot R_m^{\,2}\cdot e^{-\frac{R_m^{\,2}}{4\cdot a\cdot t}}}{4\cdot C\cdot a\cdot\rho\cdot t^2\cdot\left|2\cdot\sqrt{\pi}\cdot\sqrt{a\cdot t}\right|^m} - \frac{\sqrt{\pi}\cdot Q\cdot a\cdot m\cdot e^{-\frac{R_m^{\,2}}{4\cdot a\cdot t}}}{C\cdot\rho\cdot\sqrt{a\cdot t}\cdot\left|2\cdot\sqrt{\pi}\cdot\sqrt{a\cdot t}\right|^{m+1}}. \tag{2}$$

Используя оператор Solve, находим время достижения максимальной температуры:

$$(3)\ \frac{d}{dt}T\left(R_m,t\right)\ \text{solve}, t \rightarrow \begin{pmatrix} \dfrac{R_m^{\,2}}{2\cdot a\cdot m} \\ -\dfrac{R_m^{\,2}}{2\cdot a\cdot m}\end{pmatrix}$$

Далее, используя оператор Substitute, т.е. подставляя в исходную формулу (1), получаем:

$$T\left(R_m,t\right)\ \text{substitute}, t=\frac{1}{2}\cdot\frac{R_m^{\,2}}{m\cdot a} \rightarrow \frac{Q\cdot e^{-\frac{m}{2}}}{2^m\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^m\cdot C\cdot\rho\cdot\left(\sqrt{\frac{R_m^{\,2}}{m}}\right)^m\cdot\left|\sqrt{2}\right|^m\cdot\left|\sqrt{\pi}\right|^m}, \tag{4}$$

и получаем зависимость для определения максимальной температуры в заданной точке:

$$T_{max}(R_m) := e^{\frac{-1}{2}\cdot m}\cdot\frac{Q}{C\cdot\rho\cdot\left[2^{\frac{1}{2}}\cdot\left(\pi\cdot\frac{R_m^{\,2}}{m}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^m} \qquad (5)$$

.

Предложенная методика была успешно применена для решения задач с кусочно-распределенной и других видов тепловых нагрузок.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Карслоу Г., Егер Д., Теплопроводность твердых тел, Наука, Москва, 1964, 487 с.