УДК 621.01

А.Г.Варфоломеев (6 курс, каф. ТММ), В.А.Терешин, к.т.н., доц.

ДИНАМИКА СТАТИЧЕСКИ НЕУСТОЙЧИВОГО ШАГАЮЩЕГО РОБОТА

Актуальность создания шагающих аппаратов не вызывает сомнения. Развитие этой темы шло от шагающих машин П.Л.Чебышева и шестиногого планетохода Д.Е.Охоцимского до роботов-футболистов и многих других современных проектов. Большое количество докторских диссертаций и международных научных конференций в последние годы посвящено шагающим аппаратам. При этом абсолютное большинство разработок представляют собой статически устойчивые системы, весьма тяжелые и медлительные [1]. Для повышения их маневренности необходимо снижать степень статической устойчивости. Работоспособность таких машин должна обеспечиваться динамической устойчивостью [2], предполагающей разветвленную, быстродействующую систему управления.

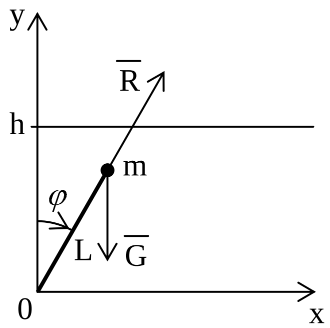

Рис. 1. Расчетная схема шагающего аппарата

В силу громоздкости задачи о динамике пространственного многозвенного механизма не удается синтезировать систему управления, способную обеспечить аппарату динамическую устойчивость и одновременно движение около требуемой траектории. В работе сделана попытка приступить к решению этой задачи, понять принципиальные математические и технологические трудности, оценить возможности создания таких машин на современном этапе. Для этого была исследована возможность стабилизации ходьбы наиболее простой модели плоского двуногого шагающего аппарата с точечной массой, невесомыми ногами и нулевыми размерами стоп, показанного на рис. 1. Уравнения движения такой системы имеют в упрощенной форме следующий вид:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}R \\ m\ddot{y} = \dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}R - G \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} L\ddot{\varphi} + 2\dot{L}\dot{\varphi} - \text{g}\sin\varphi = 0 \\ \ddot{L} - L\dot{\varphi}^2 + g\cos\varphi = \text{R} \end{cases}, \ R = -\,k_x(x - x_{\text{п}}(t)) - k_y(y-h)$$

где m – масса аппарата; x и y – координаты центра тяжести; $L = \sqrt{x^2+y^2} \in (0;L_{\max})$ – длина ноги; $G = mg$ – сила тяжести; $R \geq 0$ – реакция ноги; φ – угол наклона ноги; k_x и k_y – коэффициенты обратных связей; $x_{\text{п}}(t)$ и h – координаты программного положения центра тяжести. При моделировании ходьбы в определенный момент скачком изменялось значение x или φ и L, что соответствует опиранию на другую ногу, остальные переменные при этом, в том числе и x-$x_n(t)$, сохраняли непрерывность. Подбирая темп ходьбы, ширину шага, начальные условия и коэффициенты обратных связей удалось найти режимы движения, не заканчивающиеся падением машины (см. рис.2). Для отслеживания программного движения продолжается совершенствование алгоритма управления. Более простой задачей оказалось отыскание периодических решений, соответствующих установившемуся режиму. Однако и решение этой задачи потребовало значительных вычислительных ресурсов. Поэтому для удовлетворительной оценки первого приближения система уравнений должна быть линеаризована в

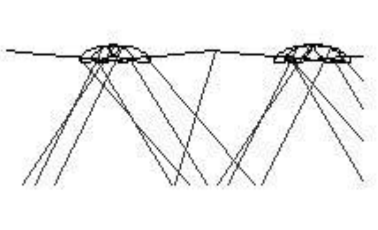
Рис. 2. Первый результат устойчивой походки

окрестности малых φ, $\dot{\varphi}$ и $\dot{L}$. Первое уравнение в полярных координатах приобретает следующий вид:

$$\ddot{\varphi} - k^2\varphi = 0, \text{ где } k = \sqrt{g/L}.$$

Его решение представимо сумой гиперболических функций. Для связи начальной скорости с темпом и шириной шага зададимся требованием одинаковых углов в начале и в конце шага.

$-\varphi(0) = \varphi(\mathrm{T})$ или $-\varphi(0) = \varphi(0)\cdot \mathrm{ch}(kT) + \dfrac{\dot{\varphi}(0)}{k}\mathrm{sh}(kT)$, где Т – время движения на одной ноге (половина продолжительности шага). Умножим последнее равенство на Lk/sh(kT) и введем в рассмотрение среднюю скорость $V_{ср} = -2x(0)/T$. Тогда получим:

$$\frac{\dot{x}(0)}{V_{cp}} = -\frac{kT}{2}\cdot\frac{1+\mathrm{ch}(kT)}{\mathrm{sh}(kT)} \approx \sqrt{1+\frac{(kT)^2}{4}}.$$

Линеаризация исходных уравнений является вынужденной мерой для получения хорошего первого приближения. Приведенная замена не ухудшила качества приближения, но позволила выразить kT в явном виде. После возведения слагаемых последнего равенства в квадрат можно получить связь средней скорости с начальными условиями и с темпом шагов:

$$V_{cp}^2 = \dot{x}^2(0) - k^2x^2(0) \quad \text{и} \quad T = -2x(0)/\sqrt{\dot{x}^2(0) - k^2x^2(0)}.$$

На основании этих соотношений был получен режим движения, показанный на рис. 3.

Для оценки параметров вертикальных колебаний удобно линеаризовать второе уравнение в декартовых координатах:

$$m\ddot{y} + k_y y = k_y h - k_x(x - vt) - mg$$

Рис. 3. Устойчивая периодическая походка

Для оценки параметров вертикальных колебаний удобно линеаризовать второе уравнение в декартовых координатах:

$$m\ddot{y} + k_y y = k_y h - k_x(x - vt) - mg.$$

Статическое смещение и период колебаний нелинейной системы хорошо согласуются с полученными значениями из последнего уравнения.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Чернышев В.В. Теория механизмов и машин: Периодический научно-методический журнал. – 2007. № 2 (10). – С. 72-84.
2. Белецкий В.В. Двуногая ходьба: модельные задачи динамики и управления. – М.: Наука, 1984. – 464с.