ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР
ОТДЕЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

№ 2 1952

Член-корр. АН СССР И. М. РАБИНОВИЧ

О ШАРНИРНЫХ МЕХАНИЗМАХ А. Г. ГАГАРИНА

Андрей Григорьевич Гагарин (1855—1921 гг.) известен широким кругам инженеров в СССР по созданному им прессу для испытания материалов — прессу Гагарина; что касается работы по кинематике механизмов, то она почти забыта и даже специалистам в большинстве случаев неизвестна. Между тем предложенные им шарнирные механизмы являются результатом оригинальной творческой мысли талантливого геометра и инженера и принадлежат к наиболее интересным примерам того класса механизмов, который предназначается для непрерывного вычерчивания тех или иных плоских кривых.

В связи с исполнившимся в минувшем году тридцатилетием со дня смерти А. Г. Гагарина уместно напомнить об его научном наследстве.

Принадлежа по своему происхождению и положению к крупной дворянской аристократии, он представлял собой довольно редкое для этой среды исключение как человек, серьезно увлекавшийся научной работой. Он окончил физико-математический факультет Петербургского университета и Артиллерийскую академию. Круг его научных интересов охватывал, с одной стороны, конструирование испытательных машин, а с другой стороны, теоретические вопросы геометрии движения в связи с теорией механизмов.

После Великой Октябрьской социалистической революции А. Г. Гагарин работал в Москве в качестве конструктора новых приборов в Научно-экспериментальном институте путей сообщения, основанном в 1918 г. В то же время он вернулся к своим старым, выполненным почти за 40 лет до этого работам по кинематике механизмов. Он задумал применить кинематическую схему своей «круговой линейки» к разборным металлическим мостам. По его замыслу пролетное строение должно было иметь круговое очертание, причем одни и те же стандартные элементы (треугольники) должны были служить для образования арок с широким диапазоном пролетов и с любой стрелой подъема.

Автор данной статьи, с которым А. Г. Гагарин несколько раз обсуждал отдельные вопросы, связанные с кинематическим методом расчета такой системы, имел возможность следить за развитием этой интересной работы. Преждевременная смерть прервала ее.

К сожалению, никаких биографических данных об А. Г. Гагарине, кроме нескольких строк, помещенных в статье Ю. Н. Морозова [1], в литературе, повидимому, до сих пор не опубликовано. Этот пробел следовало бы восполнить.

1. Проблема точного направляющего механизма

Задача о построении шарнирного механизма, позволяющего преобразовать круговое движение в прямолинейное, была впервые введена в науку П. Л. Чебышевым в 1854 г. [2]. В его постановке задача сводилась к изысканию метода наилучшего приближения траектории одной из точек к прямолинейному очертанию. К этой задаче П. Л. Чебышев неоднократно возвращался в течение своей жизни, и в связи с нею же он предложил обессмертившие его имя функции, наименее уклоняющиеся от нуля. Точного решения задачи он не дал и, повидимому, не искал.

Точное решение было представлено П. Л. Чебышеву в 1871 г. студентом Петербургского технологического института Л. Липкиным [3]. Разработанный последним шарнирный механизм состоял из семи стержней (не считая неподвижного звена) и осуществлял точную инверсию окружности в прямую. Впоследствии выяснилось, что такой же механизм был предложен французским военным инженером Поселье, который опубликовал в печати подробное его описание лишь в 1873 г., т. е. позже, чем Липкин.

Чебышев весьма высоко оценил вклад, внесенный Липкиным в теорию механизмов, что выразилось, между прочим, в том, что он исхлопотал для Липкина стипендию. Он же привлек к этому открытию широкое внимание математиков. О том, какое впечатление оно произвело, свидетельствует следующее высказывание математика Сильвестера, относящееся к 1874 г., которое мы заимствуем из одной книги, изданной Льежским университетом в 1886 г. [4]: «...я показал ту же модель (модель инверсора по схеме, которую Чебышев показал Сильвестеру.— *И. Р.*) моему другу Вилльяму Томсону из Глазго, который ее рассматривал с восхищением, и когда ее хотели у него забрать, воскликнул: «Нет, мне еще не хочется расстаться с ней; это — самая прекрасная вещь, которую я когда-либо видел».

Восторг, испытанный Томсоном, проявили многие другие выдающиеся математики.

Проблема, решенная Липкиным и Поселье, вызвала необыкновенный интерес. В течение нескольких лет были предложены десятки других решений, одно остроумнее другого. В частности, Кемпе решил задачу о вычерчивании л ю б о й плоской алгебраической кривой при помощи шарнирного механизма.

Увлечение этой проблемой захватило и А. Г. Гагарина, которому было тогда около 25 лет. В литературе было опубликовано, по его словам, 47 приборов, совершающих точное преобразование кругового движения в прямолинейное. Отсюда ясно, что нелегко было сказать в этом вопросе новое слово. Тем не менее Гагарину удалось предложить решение, в известном отношении превосходящее все решения, предложенные зарубежными учеными: в е г о м е х а н и з м е п р я м о л и н е й н о е д в и ж е н и е о п и с ы в а е т н е о д н а т о ч к а, а ц е л а я п р я м а я; она перемещается вдоль собственного направления. Правда, такой эффект можно было бы получить также при помощи двух направляющих механизмов, шарнирно связанных дополнительным стержнем. Но тогда потребовалось бы по меньшей мере 11 стержней, в то время как механизм Гагарина содержит только 8 подвижных стержней (не считая самой движущейся прямой).

2. Направляющие механизмы Гагарина

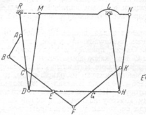
Механизмы, предложенные Гагариным, были описаны им в небольшой статье [5], опубликованной в 1882 г. Первый из них показан на фиг. 1 [1]. Он состоит из девяти стержней; четыре из них образуют параллелограмм $RLHD$; стержни MD и HN параллельны между собой стержень BEF шарнирно связан в E со стержнем DEH. За расстояния между шарнирами приняты только две длины:

$$AB = DE = EF = HK \quad \text{и} \quad BE = AD = EH = FK = AB\,(1 + \sqrt{2}).$$

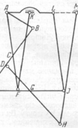
[1] Мы сохранили буквенные обозначения Гагарина и общее расположение линий на схеме, но устранили неясность в расположении и характере шарниров.

При движении механизма прямая MN будет скользить вдоль прямой RL.

Доказательство Гагарин проводит следующим образом. Соединив B с D воображаемой прямой, мы найдем, что треугольники BDA и BDE



Фиг. 1



Фиг. 2

равны между собой при всех положениях механизма, значит $\triangle ABC = \triangle CDE$. Таким же образом доказывается равенство $\triangle EFG = \triangle GHK$. Кроме того, $\angle DEC = \angle FEG$, $DE = EF$ и $EB = EH$. Отсюда следует равенство треугольников ABD, BDE, EFH и FHK, что в свою очередь приводит к равенствам

$$BD = FH, \quad \angle EBD = \angle BDA = \angle GFH = \angle GHF,$$

из которых вытекает равенство треугольников BCD и FGH. Наконец, $\triangle CDE = \triangle EFG$, так что $\triangle CDE = \triangle GHK$ и углы ADH и DHK на концах прямой DH равны между собой. Отложив на направлениях AD и HK произвольные длины $DR = HN$, найдем, что точки R и N лежат на прямой, параллельной DH. В параллелограммах, построенных на сторонах DR, DH и HN, DH, стороны RL и MN, оставаясь параллельными прямой DH, имеют относительное движение. Если одну из сторон RL, MN закрепить неподвижно, то другая будет скользить вдоль нее. Амплитуда движения получится тем бо́льшая, чем длиннее будут сделаны стержни DR и HN.

На фиг. 2 показано видоизменение этого механизма. предложенное А. Г. Гагариным в той же статье. Дано

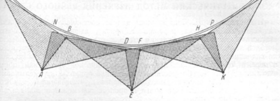
$$AB = EF, \quad AF = BE = AB\,(1 + \sqrt{2}).$$

Доказывается, что прямая AL перемещается прямолинейно вдоль линии KM. Доказательство вполне аналогично предыдущему.

При выборе соотношений между длинами стержней А. Г. Гагарин руководствовался идеей о необходимости доведения до минимума влияния «ошибок в фабрикации». Эта идея, получившая в наше время в отечественной литературе широкое развитие, была в то время еще новой.

3. «Круговая линейка» Гагарина

Предложенная А. Г. Гагариным «круговая линейка» представляет собой шарнирный механизм, составленный из неопределенного числа одинаковых треугольных дисков. Его вершины всегда располагаются так, что образуют правильный многоугольник; при движении механизма радиус окружности, проходящей через эти вершины, непрерывно меняется. Таким образом, «круговая линейка» дает возможность проводить дуги окружностей весьма больших радиусов. С этой целью механизм снабжен гибкой стальной лентой, которая, прижимаясь к вершинам, принимает форму окружности. Тот же механизм может служить



Фиг. 3

для образования шкивов, могущих изменять свой диаметр. До Гагарина эта задача приближенно решалась П. Л. Чебышевым.

Схема механизма круговой линейки показана на фиг. 3. Образующие ее равные треугольники *ABM, AND, BFE, DEH* и т. д. шарнирно связаны в точках *A, B, D, E, F, H, K*...

В каждом треугольнике, например в *ABM*, соблюдены следующие соотношения размеров:

$$AM = 2AB, \quad MB = AB\sqrt{3}, \quad \angle BMA = 30^\circ,$$

$$\angle MAB = 60^\circ, \quad \angle MBA = 90^\circ.$$

Доказательства того, что многоугольники *MBFP*... и *NDHL* всегда правильные, мы здесь не приводим.

Статья поступила в редакцию
3 сентября 1951 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Морозов Ю. Н. Первая модель крешерного пресса системы Гагарина. Инженерный сборник, т. IV, вып. 2, 1948.
2. Чебышев П. Л. Соч., т. I, статья «Теория механизмов, известных под именем параллелограммов», 1899.
3. Lipkin L. Über eine genaue Gelenk-Geradführung. Bull. de l'Acad. des sciences de St.-Pétersbourg, t. XVI, 1871; то же — в Mélanges mathématiques et astronomiques de l'Acad. des sciences de St.-Pétersbourg, t. IV, 1867—1872.
4. Neuberg M. J. Conférences sur quelques systèmes des tiges articulées; tracé mécanique des lignes. Liège, 1886.
5. Гагарин А. Круговая линейка и прямолинейное движение прямой. Журнал русского физико-химического общества при Петербургском университете, т. XIV, вып. 2, физический отдел, стр. 52—57, 1882. Краткая заметка Гагарина напечатана также в Comtes Rendus des céances de l'Acad. des sciences, t. XIV, p. 711—713, 1881.