

**Министерство общего и профессионального образования
Российской Федерации**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

А.С. СМИРНОВ

Прикладная физика

Физика газового разряда

Учебное пособие

**Санкт-Петербург
Издательство СПбГТУ**

1997

УДК 537(075.8)

Смирнов А.С. Прикладная физика, Физика газового разряда: Учеб. пособие. СПб.; Изд-во СПбГТУ, 1997, 68 с.

Пособие соответствует государственному образовательному стандарту дисциплины “Прикладная физика: Физика плазмы и УТС” направления бакалаврской подготовки 553100 “Техническая физика”.

Рассмотрены гидродинамическая и кинетическая теория положительного столба тлеющего разряда постоянного тока, катодная область тлеющего разряда постоянного тока, высокочастотный емкостной разряд высокого и низкого давления. Основное внимание уделено высокочастотным емкостным разрядам, которые в последнее время нашли широкое применение в плазменной технологии и лазерной технике. При анализе процессов в разряде особо выделено кинетическое описание явлений. Это позволяет качественно и количественно описать процессы в разрядах низкого давления.

Предназначено для студентов четвертого курса физико-технического и радиофизического факультетов, изучающих дисциплину “Прикладная физика: Физика плазмы и УТС” в рамках бакалаврской подготовки.

Табл. 7. Ил. 24. Библиогр.: 10 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Санкт-Петербургского государственного технического университета.

© Санкт-Петербургский государственный
технический университет, 1997

1. Введение.

Данное пособие предназначено для студентов, специализирующихся в области физики плазмы, физической электроники, плазменной технологии полупроводниковых материалов и изучающих физику газового разряда. В его основе лежит курс лекций по физике газового разряда, читаемый автором на физико-техническом факультете. Предполагается, что читатель знаком с основными понятиями физики плазмы и атомных столкновений [1]. Поскольку различные вопросы физики и техники газового разряда излагаются в большом количестве учебных пособий и монографий [2-10], в данной книге рассмотрены только, по нашему мнению, наиболее важные или недостаточно полно раскрытые вопросы. В частности, за пределами рассмотрения остались широко применяемые в технике дуговые разряды, СВЧ разряды, коронные и искровые разряды, процессы пробоя.

Основное внимание уделяется высокочастотным емкостным разрядам, которые нашли в последнее время широкое применение в плазменной технологии и лазерной технике. Поскольку интерес к таким разрядам появился только в последние десятилетия, они практически не рассматриваются в имеющихся учебниках. При анализе процессов в разряде особый упор сделан на кинетическое описание явлений. Дело в том, что в большинстве руководств по газовому разряду для качественного анализа используется гидродинамический подход, основанный на замене распределения электронов его средним представителем. Функция распределения используется только при вычислении частоты ионизации и других неупругих процессов. При этом создается впечатление, что кинетическая теория - это сложная наука, позволяющая вычислять скорость неупругих процессов, а также поправки к кинетическим коэффициентам (подвижность, коэффициент диффузии и т.д.) порядка 20%. Однако такое представление в корне неверно. Многие явления в тлеющем разряде являются чисто кинетическими и не могут быть описаны в рамках гидродинамики. В частности, это относится к приэлектродным областям, стратам, положительному столбу низкого давления. Однако особенно важен кинетический подход для понимания процессов в высокочастотном емкостном разряде низкого давления. В таком разряде нагрев электронов и ионизация происходят в различных областях пространства, поэтому он не может быть описан в рамках гидродинамической модели даже качественно.

2. Положительный столб тлеющего разряда.

2.1. Структура и основные свойства тлеющего разряда.

Тлеющим разрядом называется самостоятельный разряд постоянного тока с холодными электродами. Характерным признаком тлеющего разряда является наличие положительного столба неравновесной плазмы. Классический тлеющий разряд зажигается при пониженном давлении (единицы или доли миллиметра ртутного столба) в длинных стеклянных трубках. Схеме включения разрядной трубки показана на рис.2.1,а. Необходимым элементом разрядной цепи является балластное сопротивление, служащее для ограничения и регулирования тока. Дело в том, что дифференциальное сопротивление разряда обычно чрезвычайно мало, то есть он имеет горизонтальную или даже падающую вольт-амперную характеристику. При использовании источника напряжения с малым внутренним сопротивлением разрядный ток будет неограниченно возрастать, что может привести к переходу разряда в дуговую форму, характеризующуюся меньшей величиной падения напряжения. Для устойчивого горения разряда необходимо его питание от источника тока, что и достигается использованием балластного сопротивления. Одним из наиболее распространенных примеров тлеющего разряда являются газоразрядные лампы.

Структура свечения тлеющего разряда, а также качественный ход распределения свечения, электрического поля и потенциала показаны на рис.2.1,а,б. Основная часть разрядной трубки заполнена светящимся положительным столбом. Свечение положительного столба может быть однородным вдоль оси трубки или может быть заполнено поперечными полосами - стратами. В зависимости от условий эксперимента могут наблюдаться страты, распространяющиеся от катода к аноду, от анода к катоду или стоячие. Вблизи электродов всегда наблюдается неоднородное свечение. Наиболее сложную структуру имеет катодный слой. У самой поверхности катода наблюдается темное Астоново пространство. За ним пленка слабого катодного свечения. Далее - темное катодное пространство, яркое отрицательное свечение и темное Фарадеево пространство. Следует отметить, что отрицательное свечение и темное Фарадеево пространство всегда видны отчетливо, в то время как катодное свечение и, соответственно, темное Астоново пространство наблюдать значительно сложнее, особенно при высоких давлениях, когда толщина прикатодной области уменьшается. Вблизи анода также наблюдается область темного пространства и анодного свечения.

На рис.2.1,б,в показано распределение электрического поля и потенциала по длине разрядного промежутка. Вблизи катода электрическое поле максимально и падает к области темного Фарадеева пространства

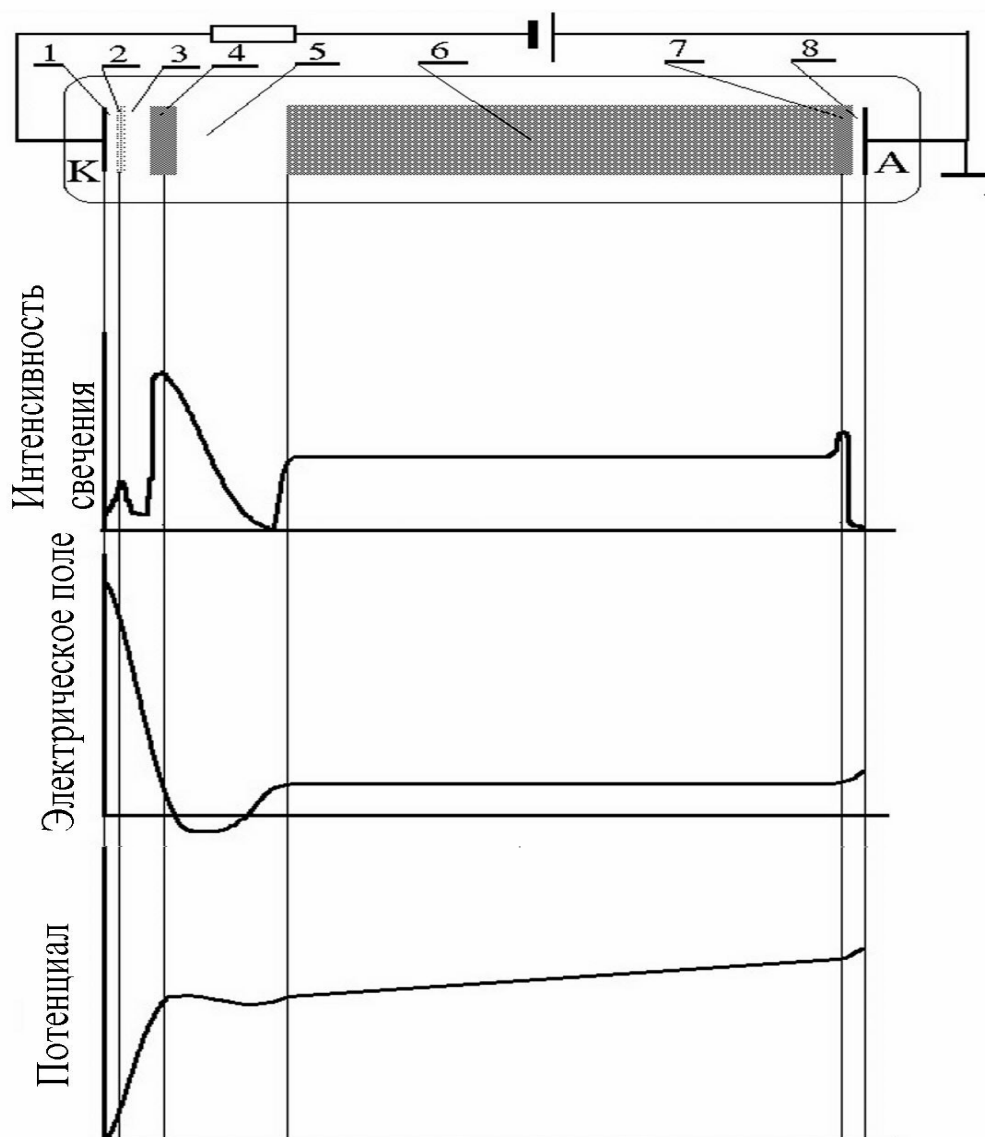


Рис.2.1

приблизительно линейно. Величина катодного падения потенциала в широком диапазоне условий не зависит от разрядного тока и давления и лежит в диапазоне от 100 до 400 В в зависимости от сорта газа и материала электрода. В темном Фарадеевом пространстве величина электрического поля значительно меньше, чем вблизи катода, и во многих случаях оно бывает направлено противоположно направлению протекания тока. Величина приведенного электрического поля в положительном столбе составляет порядка десятков В/(см Тор), и при малых давлениях и не слишком большой длине трубки

падение напряжения на положительном столбе мало по-сравнению с прикатодным падением напряжения.

Падение напряжения в анодном слое может быть положительным (см. рис.2.1,в), а при больших плотностях тока - отрицательным, как и в Фарадеевом пространстве. При изменении длины разрядной трубки толщина прикатодных и прианодных областей остается постоянной, а меняется только длина положительного столба. Если длина межэлектродного зазора становится равна толщине приэлектродных слоев, положительный столб вообще исчезает. При этом свойства приэлектродных слоев не меняются. Это означает, что положительный столб не является необходимым элементом разряда, а просто заполняет лишнее пространство между катодом и анодом. Тем не менее начнем анализ свойств разряда именно с положительного столба, поскольку, с одной стороны, процессы в нем наиболее просты, а с другой стороны, положительный столб играет основную роль в большинстве приложений тлеющего разряда.

2.2 Теория однородного положительного столба в диффузионном режиме.

Рассмотрим однородный вдоль оси цилиндрической трубки положительный столб разряда. Очевидно, что в стационарном разряде число заряженных частиц, образующихся за счет ионизации, должно быть равно числу частиц, гибнущих за счет рекомбинации в объеме плазмы и на стенках трубки, то есть должно выполняться уравнение баланса частиц

$$\operatorname{div}\Gamma = I - R, \quad (2.1)$$

где Γ - поток заряженных частиц, I , R - плотность ионизации и рекомбинации, соответственно. Будем считать, что длина свободного пробега ионов значительно меньше радиуса трубки, так что поток плазмы определяется амбиполярной диффузией

$$\Gamma = -D_a \frac{dn}{dr}. \quad (2.2)$$

Здесь $D_a = b_i \frac{T_e}{e}$ - коэффициент амбиполярной диффузии, T_e - электронная температура, b_i - подвижность ионов, e - элементарный заряд, n - концентрация плазмы. Будем также предполагать, что объемная рекомбинация пренебрежимо мала по сравнению с выносом частиц на стенку, а ионизация происходит за счет электронного удара из основного состояния атома. Тогда (2.1) принимает вид

$$-\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r D_a \frac{dn}{dr} \right) = \nu_i n. \quad (2.3)$$

Здесь ν_i - частота ионизации, которая не зависит от радиуса, поскольку электрическое поле однородно, а плотность нейтральных атомов не возмущается при малой степени ионизации. Решение уравнения (2.3) есть функция Бесселя

$$n = n_0 J_0 \left(\frac{r}{\sqrt{D_a/v_i}} \right). \quad (2.4)$$

Частицы, попадающие на стенку, рекомбинируют, поэтому граничным условием для (2.3) является равенство нулю концентрации при $r = a$, где $a = d/2$ - радиус трубки. Отсюда получаем

$$\frac{a}{\sqrt{D_a/v_i}} = 2.4,$$

или

$$v_i = \frac{D_a}{\Lambda^2} = \frac{T_e b_i}{e \Lambda^2}, \quad (2.5)$$

где $\Lambda = a/2.4$ - диффузионная длина (2.4 - первый корень функции Бесселя). Условие (2.5) есть просто равенство частоты ионизации обратному диффузионному времени жизни частиц. Частота ионизации вычисляется по известному сечению s_i и функции распределения $f(v)$

$$v_i = \frac{N}{n} \int_{\sqrt{\frac{2\varepsilon_i}{m}}}^{\infty} 4\pi v^3 \sigma_i f(v) dv. \quad (2.6)$$

Здесь ε_i - энергия ионизации; m , v - масса и скорость электрона; N - концентрация нейтральных атомов. В (2.6) учтено, что сечение ионизации при энергиях электронов меньше ε_i равно нулю, поэтому интегрирование ведется не от нуля, а от энергии ионизации. Для нахождения функции распределения необходимо решать кинетическое уравнение, что и будет сделано в дальнейшем. Сейчас же предположим для простоты, что функция распределения является Максвелловской с электронной температурой T_e

$$f = A e^{-\frac{mv^2}{2T_e}}, \quad (2.7)$$

где A - нормировочный коэффициент

$$A = n \left(\frac{m}{2\pi T_e} \right)^{3/2}. \quad (2.8)$$

Зависимости сечений ионизации от энергии для различных газов приведены в [2,7,8,10]. Для вычисления интеграла (2.6) воспользуемся тем обстоятельством, что вблизи потенциала ионизации сечение линейно возрастает с энергией электрона

$$\sigma_i = \begin{cases} 0, & \varepsilon < \varepsilon_i \\ \alpha_i (\varepsilon - \varepsilon_i), & \varepsilon > \varepsilon_i \end{cases}. \quad (2.9)$$

Значения коэффициентов α_i для некоторых газов приведены в таблице 2.1. Подставляя (2.7), (2.8), (2.9) в (2.6) и интегрируя получаем

$$v_i = N\alpha_i(\varepsilon_i + 2T_e)\sqrt{\frac{8T_e}{\pi m}} \cdot e^{-\frac{\varepsilon_i}{T_e}}. \quad (2.10)$$

Таблица 2.1

Род газа	Кратность ионизации	ε_l , эВ	ε_m , эВ	$\sigma_i(\varepsilon_m)$, 10^{-16} см ²	α_i , 10^{-16} см ² /эВ	Пределы применения, эВ	ε^* резонансный уровень, эВ	ε^* метастабильный уровень, эВ
H ₂	1	15.4	70	1.05	0.0480	16-25		
He	1	24.5	120	0.34	0.0130	25-35	20.55	19.77
Ne	1	21.5	170	0.85	0.0158	22-40	16.62	16.57
	2	62.4	200	0.05	0.0004	63-190		
Ar	1	15.7	100	3.4	0.200	16-25	11.6	11.5
	2	43.5	110	0.34	0.0090	43-80		
Hg	общий	-	100	6.5	0.850	10.5-	4.86	4.66
	"	-	"	6.5	0.268	12.5		
	1	10.4	100	4.8	-	10.5-28		
	2	29.1	120	0.56	0.0169	-		
	3	71	220	0.13	0.0170	30-50 71-150		
N ₂	1	15.8	110	3,1	0.0850	16-30		
O ₂	1	12.5	110	3.1	0.0565	13-30		
Воздух	1	-	130	2.8	0.0735	16-30		

Линейная аппроксимация сечения ионизации

$$\sigma_i = \alpha_i(\varepsilon - \varepsilon_i)$$

Подставив (2.10) в (2.5) получаем уравнение для электронной температуры:

$$\frac{T_e b_i}{e\Lambda^2} = N\alpha_i(\varepsilon_i + 2T_e)\sqrt{\frac{8T_e}{\pi m}} \cdot e^{-\frac{\varepsilon_i}{T_e}}. \quad (2.11)$$

Уравнение (2.11) решается методом последовательных приближений. Для этого задаемся каким-нибудь значением $T_e^{(0)}$ (например, равным ε_i), подставляем его во все члены (2.11), кроме показателя экспоненты, и определяем первое приближение:

$$T_e^{(1)} = \frac{\varepsilon_i}{\ln \left[\frac{N\alpha_i(\varepsilon_i + 2T_e^{(0)})e\Lambda^2}{T_e^{(0)}b_i} \sqrt{\frac{8T_e^{(0)}}{\pi m}} \right]}. \quad (2.12)$$

Аналогично можно получить второе, третье приближение и т. д. Однако из-за слабой логарифмической зависимости правой части (2.12) от T_e решение быстро сходится. Таким образом формула (2.12) позволяет определить электронную температуру в разряде, которая зависит от сорта газа (e_i , b_i), давления и радиуса трубки.

Для определения электрического поля E в положительном столбе надо воспользоваться уравнением баланса энергии:

$$\frac{e^2 E^2}{m\nu} = \frac{3}{2} k\nu T_e + \varepsilon_{\text{eff}} \nu_i. \quad (2.13)$$

Здесь k - доля энергии электрона, теряемая при упругом столкновении. Для атомарных газов $k = 2m/M$, в молекулярных газах для описания потерь энергии при возбуждении вращательных и колебательных уровней может быть введено $k_{\text{eff}} < 1$. В левой части стоит отнесенное к одному электрону джоулево тепловыделение. Первый член в правой части описывает потери энергии электронов при упругих столкновениях. Второй член описывает потери при неупругих столкновениях, включающих ионизацию и возбуждение электронных состояний атомов и молекул. Для точного вычисления неупругих потерь надо рассчитать частоту каждого из неупругих процессов и умножить ее на соответствующую величину потерь энергии, что является чрезвычайно сложной задачей. Однако для оценки можно считать, что частоты всех неупругих процессов пропорциональны частоте ионизации, а суммарные потери энергии характеризуются “ценой ионизации” - ε_{eff} . Для грубой оценки можно положить $\varepsilon_{\text{eff}} \approx 2\varepsilon_i$.

Упругие потери, пропорциональные частоте столкновений, возрастают с давлением. Неупругие потери пропорциональны частоте ионизации, которая в силу уравнения баланса (2.1) равна обратному времени жизни частиц. Если потери частиц определяются диффузией, частота ионизации уменьшается с ростом давления. Таким образом, при больших давлениях всегда преобладают упругие потери энергии электронов, а при малых (меньше 1 Тора) - неупругие.

Рассмотрим наиболее простой случай, когда преобладают упругие потери энергии электронов. Тогда из (2.13) можно определить электрическое поле в разряде

$$E = \frac{3}{2} \frac{k\nu^2 T_e m}{e^2}. \quad (2.14)$$

Как видно из (2.14) электрическое поле не зависит от величины разрядного тока, то есть вольт-амперная характеристика разряда горизонтальная. Это является следствием предположения, что основной механизм ионизации - прямая ионизация электронным ударом, которая пропорциональна концентрации электронов. Если это предположение не выполняется, то электрическое поле меняется с током. В частности, если существенна ступенчатая ионизация, электрическое поле будет уменьшаться с ростом тока.

Уравнение баланса заряженных частиц позволяет определить электронную температуру в плазме, а уравнение баланса энергии - электрическое поле. Концентрация же электронов в данном приближении никуда не входит. Для ее определения воспользуемся законом Ома и выражением для проводимости плазмы

$$I = \int_0^a 2\pi \frac{n(r)e^2}{mv} E r dr = 2\pi \frac{n_0 e^2}{mv} E \int_0^a J_0\left(2.4 \frac{r}{a}\right) r dr = 2.713 \cdot S \cdot \frac{n_0 e^2}{mv} E, \quad (2.15)$$

или

$$n_0 = 0.369 \frac{I \cdot m \cdot v}{S \cdot E \cdot e^2}, \quad (2.16)$$

где I - величина разрядного тока, S - площадь поперечного сечения трубки.

Согласно (2.12) электронная температура в положительном столбе зависит от сорта газа, диаметра трубки и плотности нейтралей N , которая входит в (2.12) в явном виде и через подвижность ионов, обратно пропорциональную N . Таким образом электронная температура зависит от произведения Nd (или Na).

В (2.14) плотность нейтралей входит только через частоту столкновений. Поскольку E и n входят в (2.14) во второй степени, отношение E/N не зависит от давления и определяется свойствами газа и электронной температурой, зависящей от Nd . Величины Nd и E/N называются параметрами подобия для разряда. При равных Nd разряд в различных трубках будет гореть при одинаковом значении E/N , то есть разряды будут подобны. Этот вывод справедлив и в случае преобладания неупругих потерь энергии электронов, так как частоты ионизации и возбуждения тоже пропорциональны плотности газа.

В старой литературе обычно используются параметры E/p и pd , а не E/N и Nd . Это связано с тем, что в большинстве экспериментов непосредственно измеряется давление газа, а не плотность. При нормальных условиях (при комнатной температуре газа), в которых обычно производят исследования тлеющего разряда, p и N однозначно связаны через число Лошмидта:

$$N[\text{н} \cdot \text{м}^{-3}] = 3.54 \cdot 10^{16} \cdot p[\text{О} \cdot \text{м}]. \quad (2.17)$$

Однако при сравнении данных, полученных при различной температуре газа, следует помнить, что физически в параметры подобия входит плотность газа, а не давление.

Законы подобия позволяют построить универсальную зависимость электронной температуры от Na . Такая зависимость приведена на рис.2.2. Значения константы C для некоторых газов приведены в таблице 2.2. Следует отметить, что, несмотря на весьма грубые предположения о форме функции распределения, расчет электронной температуры и электрического поля по приведенным выше формулам дает удовлетворительное совпадение с экспериментом.

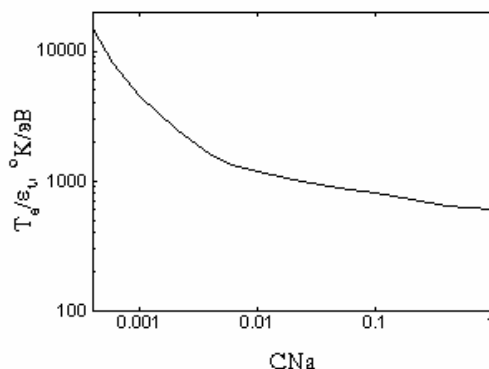


Рис.2.2

дает удовлетворительное совпадение с экспериментом.

Таблица 2.2

Газ	He	Ne	Ar	Hg	N ₂	H ₂	O ₂	Cs
C	$3.9 \cdot 10^{-3}$	$5.9 \cdot 10^{-3}$	$5.3 \cdot 10^{-2}$	0.11	$3.5 \cdot 10^{-2}$	$1.05 \cdot 10^{-2}$	$2.9 \cdot 10^{-2}$	0.12

3. Кинетическое описание плазмы положительного столба

3.1 Кинетическое уравнение Больцмана

Одной из основных проблем теории газового разряда является вычисление частоты ионизации и других неупругих процессов (см. главу 2). Для расчета частоты ионизации надо знать функцию распределения электронов (ФРЭ) $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$, которая представляет собой плотность частиц в фазовом пространстве и является решением кинетического уравнения

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \text{grad}(f) - \frac{e}{m} \left\{ \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v} \times \vec{H}] \right\} \cdot \text{grad}_{\vec{v}}(f) = \frac{\delta f}{\delta t}. \quad (3.1)$$

Это уравнение непрерывности в шестимерном фазовом пространстве. В правой части стоит член, характеризующий изменение функции распределения за счет столкновений. Он может быть представлен в виде интегралов для упругих

$$S_{\beta}^e = \int_{(\vec{v}_{\beta})} \int_{(\Omega)} (f'f'_{\beta} - ff_{\beta}) v \sigma d\Omega d\vec{v}_{\beta} \quad (3.2)$$

и неупругих столкновений

$$S_{\beta} = \sum_{j_{\beta}, j'_{\beta}} \int_{(\vec{v}_{\beta})} \int_{(\Omega)} (f'f'_{\beta} - ff_{\beta}) v \cdot \sigma_{j_{\beta}}^{j'_{\beta}} \cdot d\Omega d\vec{v}_{\beta}. \quad (3.3)$$

Здесь f_{β} - функция распределения частиц, с которыми происходят столкновения; v - относительная скорость частиц, участвующих в столкновении; σ - дифференциальное сечение столкновения, \vec{v}_{β} - скорость частиц сорта β ; Ω - телесный угол, в который происходит рассеяние; j_{β}, j'_{β} - квантовые числа, характеризующие состояния частицы до и после столкновения; f', f'_{β} - значения функций распределения в тех областях фазового пространства, куда частицы переходят после столкновения. Интегрирование происходит по скоростям частиц, на которых происходит рассеяние, и по всем углам рассеяния. Для неупругих столкновений производится суммирование по всем квантовым числам. Если существует несколько типов частиц, с которыми происходят столкновения, необходимо произвести суммирование по всем β . Видно, что кинетическое уравнение представляет собой сложное интегро-дифференциальное уравнение, зависящее от функций распределения всех частиц, с которыми происходят столкновения. Оно не может быть решено в общем виде и должно быть существенно упрощено. Рассмотрим решение кинетического уравнения для электронов в электрическом поле в предположении малой анизотропии функции распределения.

3.2 Кинетическое уравнение для электронов в электрическом поле в f_0, f_1 - приближении

Рассмотрим плазму в однородном электрическом поле E , направленном вдоль оси Z . В этом случае кинетическое уравнение (3.1) сведется к виду

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{eE}{m} \frac{\partial f}{\partial v_z} = \frac{\delta f}{\delta t}. \quad (3.4)$$

Пусть концентрация плазмы достаточно мала, так что столкновения заряженных частиц друг с другом несущественны. При упругих столкновениях с нейтралями электроны теряют направленную скорость и практически не теряют энергию. Следовательно из-за столкновений функция распределения становится почти изотропной. В этом случае ФРЭ можно искать в виде разложения по полиномам Лежандра, ограничившись для простоты двумя первыми членами:

$$f = f_0(v) + \frac{v_z}{v} f_1(v) = f_0(v) + \cos(\vartheta) \cdot f_1(v), \quad (3.5)$$

где ϑ - угол между направлением электрического поля и скорости. Коэффициенты разложения f_0 и f_1 зависят только от модуля скорости. Нетрудно убедиться, что функция f_0 определяет среднюю энергию электронов и вообще среднее значение любой величины, зависящей от модуля скорости. Действительно, усредняя $g(v)$, получаем

$$\begin{aligned} \langle g \rangle &= \frac{1}{n} \int_{\vec{v}} g(v) f(v) d\vec{v} = \frac{1}{n} \int_0^\infty v^2 dv \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin(\vartheta) d\vartheta g(v) [f_0(v) + f_1(v) \cos(\vartheta)] = \\ &= \frac{4\pi}{n} \int_0^\infty g(v) f_0(v) v^2 dv + 2\pi \int_0^\infty g(v) f_1(v) v^2 dv \int_0^\pi \cos(\vartheta) \sin(\vartheta) d\vartheta = \frac{4\pi}{n} \int_0^\infty g(v) f_0(v) v^2 dv \end{aligned} \quad (3.6)$$

Нормировка функции распределения также определяется f_0

$$n = \int_{\vec{v}} f(v) d\vec{v} = 4\pi \int_0^\infty f_0(v) v^2 dv. \quad (3.7)$$

Функция f_1 определяет направленную скорость электронов и, соответственно, все величины от нее зависящие

$$\begin{aligned} \langle v_z \rangle &= \frac{1}{n} \int_{\vec{v}} v \cdot \cos(\vartheta) [f_0 + f_1 \cos(\vartheta)] d\vec{v} = \frac{2\pi}{n} \int_0^\infty f_0 v^3 dv \int_0^\pi \cos(\vartheta) \sin(\vartheta) d\vartheta + \\ &= \frac{2\pi}{n} \int_0^\infty f_1 v^3 dv \int_0^\pi \cos^2(\vartheta) \sin(\vartheta) d\vartheta = \frac{4}{3} \frac{\pi}{n} \int_0^\infty f_1 v^3 dv \end{aligned} \quad (3.8)$$

Чтобы получить уравнения для f_0 и f_1 , подставим (3.5) в (3.4). Учитывая, что

$$\frac{\partial}{\partial v_z} = \frac{\partial v}{\partial v_z} \frac{\partial}{\partial v} = \frac{\partial \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}}{\partial v_z} \frac{\partial}{\partial v} = \frac{v_z}{v} \frac{\partial}{\partial v} = \cos(\vartheta) \frac{\partial}{\partial v}, \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial v_z} \frac{v_z}{v} = \frac{v - v_z \frac{\partial v}{\partial v_z}}{v^2} = \frac{1 - \cos^2(\vartheta)}{v}, \quad (3.10)$$

получаем

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} + \cos(\vartheta) \frac{\partial f_1}{\partial t} - \frac{eE}{m} \left[\cos(\vartheta) \frac{\partial f_0}{\partial v} + \cos^2(\vartheta) \frac{\partial f_1}{\partial v} + \frac{f_1}{v} - \frac{f_1}{v} \cos^2(\vartheta) \right] = \frac{\delta f}{\delta t}. \quad (3.11)$$

Домножим левую и правую часть (3.11) на $\cos(\vartheta)\sin(\vartheta)d\vartheta$ и проинтегрируем от 0 до π . Учитывая, что

$$\int_0^{\pi} \sin(\vartheta) d\vartheta = 0, \quad (3.12)$$

$$\int_0^{\pi} \cos(\vartheta) \sin(\vartheta) d\vartheta = 2, \quad (3.13)$$

$$\int_0^{\pi} \cos^2(\vartheta) \sin(\vartheta) d\vartheta = 0, \quad (3.14)$$

$$\int_0^{\pi} \cos^3(\vartheta) \sin(\vartheta) d\vartheta = \frac{2}{3}, \quad (3.15)$$

и поделив левую и правую часть на 2, получаем

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} - \frac{eE}{m} \left[\frac{1}{3} \frac{\partial f_1}{\partial v} + \frac{f_1}{v} - \frac{1}{3} \frac{f_1}{v} \right] = \frac{\partial f_0}{\partial t} - \frac{1}{3} \frac{eE}{m} \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} (v^2 f_1) = S_0. \quad (3.16)$$

Домножив левую и правую части (3.11) на $\sin(\vartheta)d\vartheta$, проинтегрировав от 0 до π и поделив на 2, получаем

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} - \frac{eE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v} = S_1. \quad (3.17)$$

В правой части (3.16), (3.17) стоит результат интегрирования столкновительного члена. Выражения для S_0 , S_1 могут быть получены при подстановке (3.5), (3.2), (3.3) в (3.4) и интегрирования. Тогда, решая систему (3.16), (3.17), можно определить f_0 и f_1 . Однако аккуратный вывод этих выражений требует сложных вычислений, поэтому мы получим их, используя качественные соображения.

3.3 Интеграл упругих столкновений электронов с нейтральными частицами

Рассмотрим вначале уравнение (3.17). В правой части должно стоять изменение f_1 за счет столкновений; f_1 характеризует

направленную скорость, а упругие столкновения приводят к потере направленной скорости. Следовательно, S_1 должно быть пропорционально частоте столкновений ν и f_1 . Потеря направленной скорости характеризуется транспортной частотой столкновений ν . Таким образом, (3.17) можно записать в виде

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} - \frac{eE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v} = -\nu f_1. \quad (3.18)$$

В правой части стоит знак минус, так как столкновения приводят к уменьшению анизотропии функции распределения.

Несколько сложнее ситуация с выражением для S_0 . Так же, как и в (3.17), в правой части (3.16) должно стоять изменение f_0 за счет столкновений. Если бы нейтралы имели бесконечную массу, столкновения с ними не приводили бы к изменению абсолютной величины скорости электронов и, следовательно, f_0 . В этом случае S_0 было бы равно нулю. Однако отношение масс, хотя и мало, но, конечно, и упругие столкновения приводят к малому

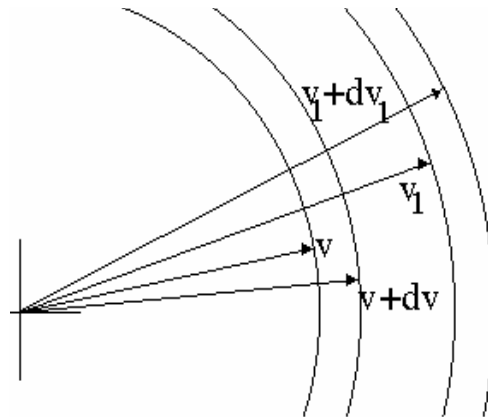


Рис.3.1

уменьшению энергии (скорости) электронов. Рассмотрим баланс частиц в тонком сферическом слое $v, v+dv$, показанном на рис.3.1. Электроны, которые испытывают столкновение, теряют энергию и уходят из слоя в область меньших скоростей. Число ушедших электронов пропорционально f_0 , транспортной частоте столкновений и объему слоя

$$f_0(v) \cdot \nu(v) \cdot 4\pi v^2 dv. \quad (3.19)$$

За счет столкновений же в слой $v, v+dv$ приходят электроны из слоя v_1, v_1+dv_1 , имевшие большую энергию. Число пришедших электронов

$$f_0(v_1) \cdot \nu(v_1) \cdot 4\pi v_1^2 dv_1.$$

S_1 равно изменению плотности электронов

$$S_0 = \frac{f_0(v_1) \cdot \nu(v_1) \cdot 4\pi v_1^2 dv_1 - f_0(v) \cdot \nu(v) \cdot 4\pi v^2 dv}{4\pi v^2 dv}. \quad (3.20)$$

Величина изменения энергии при упругих столкновениях пропорциональна $\kappa=2m/M$ и энергии. Отсюда следует

$$v^2 = (1 - \kappa)v_1^2, \quad dv = (1 - \kappa) \frac{v_1}{v} dv_1, \quad \Delta v = v_1 - v \cong \frac{1}{2} \kappa v. \quad (3.21)$$

Преобразуем (3.20) с учетом (3.21)

$$\begin{aligned}
S_0 &= \frac{1}{v^2} \frac{f_0(v_1) \cdot v(v_1) \cdot v_1^2 dv_1 - f_0(v) \cdot v(v) \cdot v^2 dv}{dv} = \\
&= \frac{1}{v^2} \frac{f_0(v_1) \cdot v(v_1) \cdot v_1^2 \frac{dv_1}{dv} \frac{1}{2} \kappa v - f_0(v) \cdot v(v) \cdot v^2 \frac{1}{2} \kappa v}{\frac{1}{2} \kappa v} = \\
&= \frac{1}{v^2} \frac{\frac{1}{2} f_0(v_1) \cdot v(v_1) \cdot v_1 \frac{v_1 dv_1}{v dv} \kappa v^2 - \frac{1}{2} f_0(v) \cdot v(v) \cdot v^3 \kappa}{\Delta v} = \\
&= \frac{1}{v^2} \frac{\frac{1}{2} f_0(v_1) \cdot v(v_1) \cdot v_1^3 \kappa - \frac{1}{2} f_0(v) \cdot v(v) \cdot v^3 \kappa}{\Delta v} \cong \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{1}{2} \kappa v v^3 f_0 \right)
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Здесь мы заменили приращение функции на дифференциал, воспользовавшись тем, что изменение энергии (скорости) при упругих столкновениях мало ($\kappa \ll 1$). Подставляя (3.22) в (3.16), получаем уравнение для f_0 в виде

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} - \frac{1}{3} \frac{eE}{m} \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} (v^2 f_1) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{1}{2} \kappa v v^3 f_0 \right) \tag{3.23}$$

или

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[v \left(\frac{1}{3} \frac{eE}{m} v f_1 + \frac{1}{2} \kappa v v^2 f_0 \right) \right] = 0. \tag{3.24}$$

В стационарных условиях функция распределения не зависит от времени. В этом случае из (3.18) получаем

$$f_1 = \frac{eE}{mv} \frac{\partial f_0}{\partial v}. \tag{3.25}$$

Подставляя (3.24) в (3.23), получаем уравнение для f_0 :

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[v^2 \left(\frac{1}{3} \frac{e^2 E^2}{m^2 v} \frac{\partial f_0}{\partial v} + \frac{1}{2} \kappa v v f_0 \right) \right] = 0. \tag{3.26}$$

Левая часть уравнения (3.26) представляет собой дивергенцию сферически симметричного потока в пространстве скоростей. Преобразуем это уравнение, перейдя от переменной v к кинетической энергии $\varepsilon = mv^2/2$:

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left[\sqrt{\varepsilon} \left(D_\varepsilon \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + \kappa v \varepsilon f_0 \right) \right] = 0. \tag{3.27}$$

Здесь введен коэффициент диффузии по энергии

$$D_\varepsilon = \frac{1}{3} (eE\lambda)^2 v, \tag{3.28}$$

где $\lambda = v/v$ - длина свободного пробега электронов. Таким образом, уравнение для симметричной части функции распределения

представляет собой условие равенства нулю дивергенции диффузионного и конвективного, со скоростью $V_\varepsilon = kv\varepsilon$, потоков в пространстве энергий.

Введение коэффициента диффузии по энергиям является не просто формальным обозначением, а имеет глубокую физическую природу. Величину коэффициента диффузии (3.28) можно получить из простых качественных соображений. Рассмотрим движение электрона в электрическом поле. Если энергия теплового движения электрона значительно больше энергии, которую он может набрать на длине свободного пробега в электрическом поле, то в промежутке между столкновениями, в зависимости от направления тепловой скорости, электрон может двигаться как против, так и вдоль направления электрического поля и, соответственно, набирать или отдавать энергию. Средняя величина энергии, которую электрон набирает или теряет между столкновениями, равна $eE\lambda$. При наличии градиента случайные блуждания приводят к диффузии с коэффициентом который равен одной трети произведения квадрата смещения на частоту блужданий, равную частоте столкновений (3.28).

3.4 Примеры решения кинетического уравнения в случае преобладания упругих столкновений

Уравнение (3.27) можно один раз проинтегрировать:

$$\sqrt{\varepsilon} \left(D_\varepsilon \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + kv\varepsilon f_0 \right) = \Gamma_\varepsilon = 0. \quad (3.29)$$

Физический смысл константы интегрирования Γ_ε - поток в пространстве энергий. Поскольку источники и стоки отсутствуют, поток должен быть равен нулю. Решение уравнения (3.29) может быть записано в виде:

$$f_0 = C \cdot \exp \left[- \int_0^\varepsilon \frac{V_\varepsilon}{D_\varepsilon} d\varepsilon \right] = C \cdot \exp \left[- \int_0^\varepsilon \frac{kv\varepsilon}{\frac{1}{3} (eE\lambda)^2 v} d\varepsilon \right]. \quad (3.30)$$

Константа C определяется из условия нормировки.

Подставляя (3.24) в выражение для направленной скорости (3.8), получаем

$$\langle v_z \rangle = \frac{4 \pi}{3 n_0} \int_0^\infty \frac{eE}{mv} \frac{\partial f_0}{\partial v} v^3 dv = b_e E, \quad (3.31)$$

где

$$b_e = \frac{4 \pi}{3 n_0} \int_0^\infty \frac{e}{mv} \frac{\partial f_0}{\partial v} v^3 dv \quad (3.32)$$

- подвижность электронов.

Конкретный вид функции распределения определяется зависимостью частоты столкновений от скорости. Рассмотрим несколько частных случаев.

3.4.1 Частота столкновений не зависит от скорости.

Наиболее проста ситуация для разрядов в гелии и водороде, для которых в диапазоне энергий 1-20 эВ, характерных для тлеющего разряда, можно считать, что частота столкновений не зависит от скорости. Если $v = \text{const}$, то из (3.30) следует Максвелловское распределение частиц по скоростям:

$$f_0 = C \cdot \exp \left[- \int_0^\varepsilon \frac{\kappa \varepsilon}{\frac{1}{3} \left(eE \frac{v}{v} \right)^2} d\varepsilon \right] = C \cdot \exp \left[- \int_0^\varepsilon \frac{\kappa v^2 \varepsilon m}{\frac{2}{3} (eE)^2 \varepsilon} d\varepsilon \right] =$$

$$C \cdot \exp \left[- \frac{\varepsilon}{\frac{2}{3} \frac{e^2 E^2}{m \kappa v^2}} \right] = C \cdot \exp \left(- \frac{\varepsilon}{T_e} \right) \quad (3.33)$$

где электронная температура

$$T_e = \frac{2}{3} \frac{e^2 E^2}{m \kappa v} \quad (3.34)$$

совпадает с (2.13) полученной из уравнения баланса энергии электронов. Из (3.32) получается выражение для электронной подвижности

$$b_e = \frac{4 \pi e}{3 n m v_0} \int_0^\infty v^3 \frac{\partial f_0}{\partial v} dv = \frac{4 \pi e}{3 n m v_0} \int_0^\infty 3 v^2 f_0 dv = \frac{e}{m v}, \quad (3.35)$$

совпадающее с формулой, полученной в гидродинамическом приближении.

3.4.2 Сечение столкновений не зависит от скорости.

Для многих газов, в частности для неона, в широком диапазоне энергий можно считать сечение электрон-атомных столкновений (длину свободного пробега электронов) не зависящим от скорости. В этом случае из (3.30) получаем

$$f_0 = C \cdot \exp \left[- \int_0^\varepsilon \frac{\kappa v \varepsilon}{\frac{1}{3} (eE \lambda)^2 v} d\varepsilon \right] = C \cdot \exp \left[- \frac{3 \kappa}{(eE \lambda)^2} \int_0^\varepsilon \varepsilon d\varepsilon \right] = C \cdot \exp \left[- \frac{3 \kappa \varepsilon^2}{2 (eE \lambda)^2} \right]. \quad (3.36)$$

Распределение (3.36) называется распределением Дрювестейна. Оно характеризуется более сильной, чем Максвелловское, зависимостью от скорости. Такой характер зависимости легко понять. Действительно, при постоянном сечении частота столкновений возрастает пропорционально скорости. Это приводит к возрастанию конвективного потока в пространстве энергий. Для его компенсации должен возрасти диффузионный поток, что может быть достигнуто при увеличении градиента функции распределения. Таким образом функция распределения оказывается обедненной быстрыми частицами, по сравнению с Максвелловской.

3.5 Интеграл неупругих столкновений электронов с нейтральными частицами.

Неупругие взаимодействия в газовом разряде можно условно разделить на два класса: столкновения с малыми потерями энергии - возбуждение вращательных и колебательных уровней в молекулярных газах и столкновения с большими потерями - возбуждение электронных состояний атомов и молекул и ионизация. Поскольку потери энергии при столкновениях первого типа малы по сравнению с энергией электронов, их также называют квазиупругими столкновениями. Учесть их влияние на функцию распределения можно введением в (3.23), (3.27) эффективной доли потерь энергии $\kappa \ll \kappa_{\text{eff}} \ll 1$. Зависимость κ_{eff} от скорости электронов для некоторых газов приведена на рис.3.2. Ниже мы будем рассматривать только неупругие столкновения с большой потерей энергии.

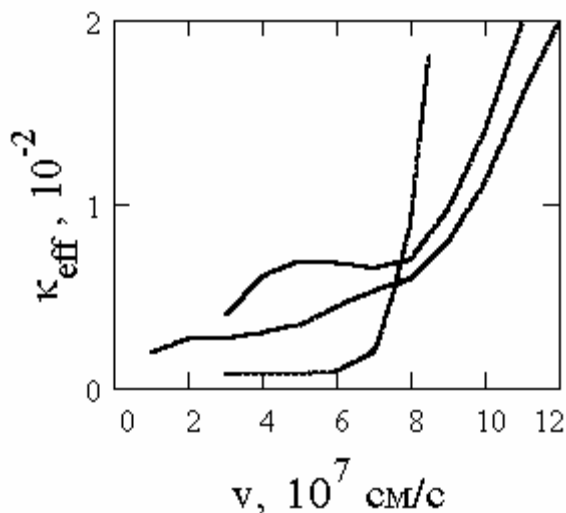


Рис.3.2

Сечение неупругих столкновений, как правило, значительно меньше, чем упругих, поэтому их влиянием на несимметричную часть функции распределения f_1 в (3.18) можно пренебречь. Влияние неупругих столкновений на симметричную часть функции распределения более существенно, так как они приводят вблизи порога процесса к потере всей энергии электрона, а не малой его части. Следовательно, неупругие столкновения становятся важны, если их частота ν^* превышает $\kappa\nu$, оставаясь в то же время значительно меньше

частоты упругих столкновений. Выражение для интеграла столкновений можно получить так же, как и для упругих столкновений.

Рассмотрим интервал скоростей dv в окрестности v (рис.3.1). Уход частиц из этого слоя за счет неупругих столкновений равен произведению частоты столкновений на ФРЭ в этой области, а приход - произведению частоты столкновений на функцию распределения в области v_1 , энергия в которой отличается на энергию неупругого удара ε^* ,

$$S_0 = \frac{-v^*(v) \cdot f_0(v) \cdot dv + v^*(v_1) \cdot f_0(v_1) \cdot dv_1}{dv}, \quad (3.37)$$

где

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \varepsilon^*. \quad (3.38)$$

При этом мы пренебрегаем так называемыми сверхупругими взаимодействиями, когда электрон сталкивается с возбужденной частицей и получает от нее энергию. Дифференцируя (3.38) и подставляя в (3.37), окончательно получаем

$$S_0 = -v^*(v) \cdot f_0(v) + \frac{v}{v_1} \cdot v^*(v_1) \cdot f_0(v_1). \quad (3.39)$$

Подставляя (3.39) в (3.23) и (3.27) получаем уравнение для определения f_0 :

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[v \left(\frac{1}{3} \frac{eE}{m} v f_1 + \frac{1}{2} kv v^2 f_0 \right) \right] = -v^*(v) \cdot f_0(v) + \frac{v}{v_1} \cdot v^*(v_1) \cdot f_0(v_1), \quad (3.40)$$

или в стационарных условиях

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left[\sqrt{\varepsilon} \left(D_\varepsilon \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + kv \varepsilon f_0 \right) \right] = v^*(v) \cdot f_0(v) - \frac{v}{v_1} \cdot v^*(v_1) \cdot f_0(v_1). \quad (3.41)$$

Уравнения (3.40), (3.41) получены в предположении, что существует только один вид неупругих ударов. В общем случае в правой части должна стоять сумма таких же членов, соответствующих всем видам неупругих столкновений.

3.6 Решение кинетического уравнения в случае преобладания неупругих столкновений. Приближение черной стенки

Рассмотрим упрощенную модель атома, содержащую только один возбужденный уровень с энергией возбуждения ε^* и энергией ионизации ε_i . Такая модель достаточно хорошо описывает атомы инертных газов. Поскольку в газовом разряде средняя энергия электронов значительно меньше ε^* , весь диапазон энергий электронов можно разбить на четыре области (рис.3.3). В области I вблизи начала координат энергия

электронов мала для неупругих ударов, поэтому в правой части (3.41) остается только второй член, связанный с приходом электронов из области $\varepsilon > \varepsilon^*$ испытавших неупругие столкновения. Так как функция распределения быстро спадает при $\varepsilon > \varepsilon^*$, ширина этой области невелика. В области II неупругие столкновения вообще не сказываются, так как, с одной стороны, энергия электронов здесь меньше потенциала возбуждения, а с другой стороны, электронов с энергией, большей на ε^* , практически нет. Таким образом функция распределения в этой области описывается уравнением (3.27). В областях III и IV в правой части (3.41) остается только первый член. Разница между этими областями заключается только в том, что в области IV надо учитывать ионизацию. Для получения точного вида функции распределения надо решать (3.41) во всех областях и сшивать на границах функцию и производную.

Рассмотрим решение в области II. Уравнение (3.27) можно один раз проинтегрировать

$$\left[\sqrt{\varepsilon} \left(D_{\varepsilon} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + kv\varepsilon f_0 \right) \right] = C_1. \quad (3.42)$$

Здесь константа интегрирования уже не равна нулю, так как существует поток в пространстве энергий $\Gamma_{\varepsilon} = C_1 / \sqrt{\varepsilon}$ в сторону больших энергий. Качественно процесс формирования функции распределения можно представить следующим образом. В области II

электроны за счет нагрева в электрическом поле диффузионно движутся в сторону больших энергий. В области III, где велика вероятность неупругого удара, электроны теряют свою энергию и переходят в область I. Малая доля электронов доходит до области IV, и производит ионизацию.

Уравнение (3.42) можно проинтегрировать, если известна зависимость частоты столкновений от энергии. Однако в большинстве случаев, когда существенны неупругие столкновения, потерями энергии при упругих столкновениях можно пренебречь. В этом случае (3.42) упрощается

$$D_{\varepsilon} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = \frac{C_1}{\sqrt{\varepsilon}} \quad (3.43)$$

и его решение имеет вид

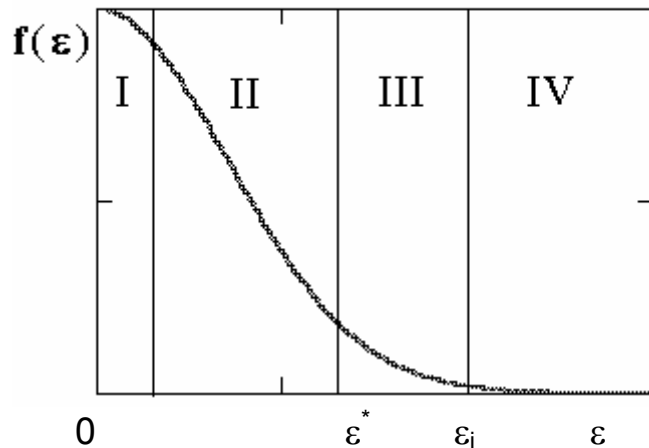


Рис.3.3

$$f_0 = \int \frac{C_1}{D_\varepsilon \sqrt{\varepsilon}} d\varepsilon + C_2. \quad (3.44)$$

Константа C_1 определяется из условия нормировки. Для определения константы C_2 необходимо получить решения в областях I и Ш и использовать граничные условия непрерывности функции и производной. Однако если электрическое поле не очень велико, электрон, имеющий энергию больше потенциала возбуждения, быстро испытывает неупругое соударение и уходит из области Ш. Поэтому величина функции распределения при $\varepsilon \geq \varepsilon^*$ мала и в первом приближении можно положить

$$f_0(\varepsilon^*) = 0. \quad (3.45)$$

Это приближение называется приближением черной стенки, так как оно соответствует предположению о том, что все электроны, достигающие ε^* , поглощаются там. Рассмотрим решение (3.42) для нескольких конкретных случаев.

3.6.1 Частота столкновений не зависит от скорости

В этом случае, подставляя в (3.44) выражение для коэффициента диффузии по энергии, получаем

$$f_0 = C_1 \int \frac{3mv}{2E^2 e^2 \varepsilon^{3/2}} d\varepsilon + C_2 = C_2 - C_1 \frac{3mv}{E^2 e^2 \sqrt{\varepsilon}}. \quad (3.46)$$

Граничное условие (3.45) дает

$$C_2 = C_1 \frac{3mv}{E^2 e^2 \sqrt{\varepsilon^*}}. \quad (3.47)$$

Подставляя (3.47) в (3.46) получаем

$$f_0 = C_1 \frac{3mv}{E^2 e^2 \sqrt{\varepsilon^*}} \left(\sqrt{\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon}} - 1 \right). \quad (3.48)$$

Таким образом, функция распределения в этом случае не является экспоненциальной, а зависит от энергии как $\varepsilon^{-1/2}$. Чтобы воспользоваться для определения константы C_1 условием нормировки (3.7), необходимо, вообще говоря, знать функцию распределения в областях I и III. Однако выше уже предполагалось, что значение f_0 в области III мало. Поскольку электроны испытывают неупругое столкновение, не успев набрать большую энергию в области III, ширина области I невелика. Поэтому можно пренебречь вкладом этих областей и записать условие нормировки в виде

$$n = 4\pi \int_0^{\sqrt{2\varepsilon^*}} f_0 v^2 dv = 4\pi \int_0^{\varepsilon^*} C_1 \sqrt{\frac{2}{m}} \left(\sqrt{\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon}} - 1 \right) \frac{3v\sqrt{\varepsilon} d\varepsilon}{e^2 E^2 \sqrt{\varepsilon^*}}. \quad (3.49)$$

Отсюда получаем

$$C_1 = \frac{ne^2 E^2 \sqrt{m}}{16\pi\sqrt{2}v\varepsilon^*}. \quad (3.50)$$

3.6.2 Сечение столкновений не зависит от скорости

В этом случае, подставляя (3.28) в (3.44), получаем

$$f_0 = -C_1 \int \frac{3\lambda d\varepsilon}{(eE\lambda)^2 v\sqrt{\varepsilon}} = -C_1 \int \sqrt{\frac{m}{2}} \frac{3\lambda d\varepsilon}{(eE\lambda)^2 \varepsilon} + C_2 = -C_1 \sqrt{\frac{m}{2}} \frac{3}{(eE)^2 \lambda} \ln \frac{\varepsilon}{\varepsilon^*}. \quad (3.51)$$

Здесь сразу использовано граничное условие (3.45) для определения C_2 . Таким образом, тело функции распределения в этом случае имеет логарифмическую зависимость от энергии электронов. Константа C_1 может быть определена из нормировки, как это было сделано в предыдущем разделе.

3.6.3 Сечение столкновений пропорционально энергии

Рассмотрим, наконец, случай, когда сечение упругих столкновений пропорционально энергии электрона, или, что то же самое, длина свободного пробега обратно пропорциональна ε :

$$\lambda = \lambda_0 \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}.$$

Такая зависимость характерна для аргона в диапазоне энергий 0.5÷10 эВ. В этом случае

$$f_0 = -C_1 \int \frac{3\lambda d\varepsilon}{(eE\lambda)^2 v\sqrt{\varepsilon}} = 3\sqrt{\frac{m}{2}} \frac{C_1 \varepsilon^*}{(eE)^2 \lambda_0} \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon^*} \right) \quad (3.52)$$

является линейной функцией энергии.

3.6.4 Вычисление числа неупругих ударов

Для вычисления числа неупругих столкновений z^* можно воспользоваться формулой (3.6)

$$z^* = \int v^*(v) \cdot f_0 4\pi v^2 dv, \quad (3.53)$$

подставляя туда зависимость от энергии частоты каждого из неупругих процессов. Интегрирование здесь проводится от порога возбуждения. Однако удобнее воспользоваться тем обстоятельством, что (3.53) есть интеграл по фазовому объему от правой части (3.40). В левой части

(3.40) стоит дивергенция потока в пространстве скоростей. Воспользовавшись теоремой Гаусса, можно заменить (3.53) на интеграл по поверхности от плотности потока Γ_v , который в силу сферической симметрии f_0 сводится к умножению на площадь поверхности:

$$z^* = \Gamma_v \cdot 4\pi v^2 \Big|_{v=\sqrt{\frac{2\varepsilon^*}{m}}} = - \left(D_\varepsilon \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + kv\varepsilon f_0 \right) 4\pi m \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}} \Big|_{\varepsilon=\varepsilon^*} \cong - \left(D_\varepsilon \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) 4\pi m \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}} \Big|_{\varepsilon=\varepsilon^*} \quad (3.54)$$

Таким образом, для вычисления полного числа неупругих ударов не обязательно знать функцию распределения в области III и зависимость сечения от энергии, а достаточно решить кинетическое уравнение в области II и определить поток электронов по энергии на границе этих областей.

3.6.5 Решение кинетического уравнения в области III, где существенны неупругие столкновения

Уравнение (3.41) в области III может быть существенно упрощено. Прежде всего можно пренебречь упругими потерями энергии, по сравнению с неупругими. При этом в левой части остается только диффузионный член. Поскольку энергия электронов в области III меняется незначительно (на 20÷30% для инертных газов), в первом приближении можно пренебречь зависимостью от энергии коэффициента диффузии и $\sqrt{\varepsilon}$. По этой же причине в правой части вместо (2.9) вблизи порога можно пользоваться линейной аппроксимацией частоты неупругих столкновений

$$v^* = v_0^* \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon^*} - 1 \right). \quad (3.55)$$

В результате получаем из (3.41)

$$D_\varepsilon \frac{d^2 f_0}{d\varepsilon^2} = v_0^* \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon^*} - 1 \right) f_0. \quad (3.56)$$

Решением (3.56) являются функции Макдональда. Однако для качественных оценок пренебрежем зависимостью от энергии частоты неупругих столкновений. Тогда (3.56) сводится к

$$D_\varepsilon \frac{d^2 f_0}{d\varepsilon^2} = v_0^* \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon^*} - 1 \right) f_0. \quad (3.57)$$

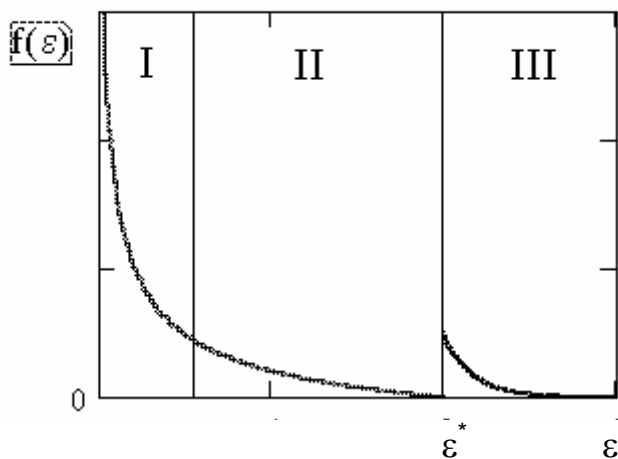


Рис.3.4

оценки величины этого масштаба нужно подставить частоту столкновений при энергии электронов, равной $\varepsilon^* + \Delta$

$$\Delta = \sqrt{\frac{D_\varepsilon}{v^*(\Delta)}} = \sqrt{\frac{D_\varepsilon}{v_0^* \left(\frac{\varepsilon^* + \Delta}{\varepsilon^*} - 1 \right)}} = 3 \sqrt{\frac{D_\varepsilon \varepsilon^*}{v_0^*}}. \quad (3.59)$$

Константа C определяется из условия сшивки производной функции распределения на границе областей II и III. Таким образом обеспечивается непрерывность потока в пространстве энергий, хотя полученная в данном приближении функция распределения является разрывной (рис.3.4). Выполнение условия непрерывности производной ФРЭ является физически более существенным, чем непрерывность самой функции, так как производная определяет диффузионный поток электронов по энергии, то есть нагрев электронов и ионизацию. Для вычисления частоты ионизации можно воспользоваться формулой (3.54) с заменой ε^* на ε_i .

3.7 Понятие о нелокальности функции распределения.

Выше предполагалось, что электрическое поле является однородным. Если характерный размер неоднородности велик, то функция распределения в каждой точке пространства все равно определяется локальным значением электрического поля. Очевидно, что если электрическое поле меняется на расстояниях меньше длины свободного пробега, то энергия электрона, а значит и функция распределения, зависит не от значения поля в данной точке, а от той разности потенциалов, которую электрон прошел. В чистом виде эта ситуация реализуется в вакууме.

Убывающее при больших энергиях решение этого уравнения

$$f_0 = C e^{-\frac{\varepsilon}{\sqrt{D_\varepsilon/v^*}}}. \quad (3.58)$$

Таким образом, в неупругой области функция распределения экспоненциально падает на характерном масштабе $\Delta = \sqrt{D_\varepsilon/v^*}$, который зависит от величины электрического поля и сечения неупругих столкновений. Для

Рассмотрим, например, электронную пушку, изображенную на рис.3.5. Электроны с катода ускоряются электрическим полем и

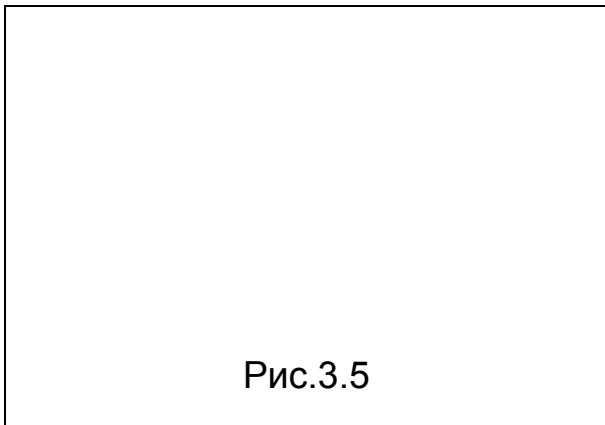


Рис.3.5

попадают в пространство дрейфа. Поле в этой области равно нулю, а электроны имеют энергию, определяемую потенциалом катода. Функция распределения в этом случае представляет собой δ -функцию. Если в пространстве дрейфа есть остаточный газ, электроны будут терять энергию, и функция распределения размажется по энергиям. Электроны потеряют

всю энергию и функция распределения станет соответствовать нулевому полю когда электроны испытают $1/kv$ столкновений. Если тепловая скорость много больше направленной, движение электрона является хаотическим, и его смещение пропорционально корню квадратному из числа блужданий. Следовательно, пространственный масштаб установления функции распределения равен

$$\lambda_{\varepsilon} = \frac{\lambda}{\sqrt{k}}. \quad (3.60)$$

Эта величина называется длиной энергетической релаксации электрона. В атомарных газах, где потери энергии электронов определяются упругими столкновениями, λ_{ε} значительно превышает длину свободного пробега. Таким образом, существует довольно широкий диапазон условий, где размеры системы L_0 (или характерный масштаб изменения электрического поля) превышают длину пробега, но меньше длины энергетической релаксации электрона. При этом электроны, с одной стороны, движутся хаотически, с другой стороны, почти не теряют энергию при столкновениях и, следовательно, в потенциальном поле движутся с сохранением полной энергии

$$W = \varepsilon - e\varphi. \quad (3.61)$$

Рассмотрим, к каким качественным эффектам это приведет. На рис.3.6 для примера приведено распределение потенциала в поперечном сечении положительного столба разряда. Оно представляет собой потенциальную яму для электронов. Движению электрона с сохранением полной энергии соответствует перемещение по горизонтальной прямой между потенциальными барьерами. Нагрев электрическим полем соответствует перемещению на более высокую траекторию. За счет упругих столкновений электрон смещается на более низкую траекторию, однако если $\lambda_{\varepsilon} \ll 2a$ (a - радиус трубки), это смещение происходит медленно по сравнению с движением в

радиальном направлении. Кинетическая энергия электрона, которая соответствует расстоянию до дна ямы, возрастает при перемещении к центру трубки. При этом в центре она может стать больше потенциала возбуждения, в то время как на периферии - меньше. Таким образом, существуют электроны, которые могут испытывать неупругие столкновения только в центре трубки. Поскольку функция распределения обычно быстро спадает с ростом энергии, почти все неупругие столкновения будут совершаться электронами с такой полной энергией. В результате ионизация и возбуждение (свечение плазмы) будут сосредоточены в центре разрядной трубки, а не распределены подобно концентрации электронов.

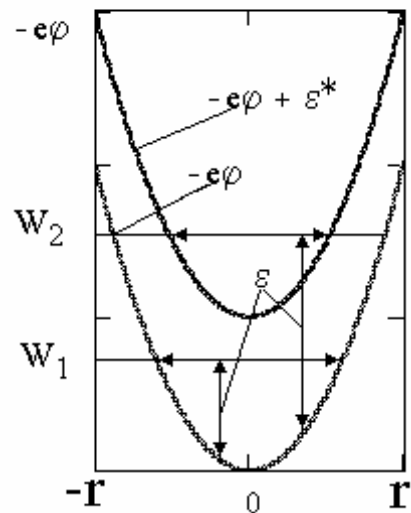


Рис.3.6

Из приведенных рассуждений видно, что даже в такой простой ситуации нелокальность функции распределения приводит к существенным макроскопическим эффектам. Особенно важны эти эффекты в приэлектродных слоях и в высокочастотных разрядах. Решение кинетического уравнения в неоднородных полях представляет собой сложную задачу. Однако можно показать, что при выполнении условия

$$\lambda \ll L_0 \ll \lambda_\varepsilon \quad (3.62)$$

кинетическое уравнение может быть приведено к виду, аналогичному (3.41) с заменой ε на W

$$\frac{1}{\sqrt{W}} \frac{\partial}{\partial W} \left[\sqrt{\varepsilon} \left(D_\varepsilon \frac{\partial f_0}{\partial W} + kv\varepsilon f_0 \right) \right] = v^*(v) \cdot f_0(v) - \frac{v}{v_1} \cdot v^*(v_1) \cdot f_0(v_1), \quad (3.63)$$

в котором функция распределения f_0 зависит только от полной энергии W , а коэффициент диффузии и частоты столкновений - от кинетической. Если задано распределение потенциала, решение (3.63) может быть получено так же, как и (3.41). Однако в большинстве случаев распределение потенциала надо определять самосогласованно. Поэтому мы в дальнейшем ограничимся качественным анализом эффектов, связанных с нелокальностью ФРЭ.

3.8 Функция распределения в переменных полях

Рассмотрим решение уравнений (3.16), (3.17) в переменном электрическом поле

$$E = E_0 \cos(\omega t). \quad (3.64)$$

Если частота поля ω меньше, чем обратное время установления функции распределения, производными по времени в (3.16), (3.17) можно пренебречь и функция распределения будет определяться стационарными уравнениями с мгновенным значением электрического поля. Если частота поля высока, влияние ее на f_0 и f_1 различно. Несимметричная часть функции распределения f_1 характеризует ток в плазме, поэтому она в любом случае меняется с частотой поля и член с производной по времени в (3.17) должен быть сохранен. Симметричная часть ФРЭ f_0 характеризует среднюю энергию частиц. Поэтому, если частота поля велика, f_0 снова становится стационарной, сохраняется только слабая модуляция с частотой равной удвоенной частоте поля. Обратное время релаксации f_0 в упругой области равно κv , а в неупругой - v^* . Эти величины могут различаться на несколько порядков величины, поэтому возможны случаи, когда часть функции распределения (ее тело) является стационарной, в то время как хвост распределения, где существенны неупругие процессы, стопроцентно промодулирован частотой 2ω . Мы ограничимся случаем высоких частот, когда

$$\omega \gg \kappa v, v^* \quad (3.65)$$

и f_0 можно считать независимой от времени. Будем искать f_1 в виде

$$f_1 = f_{11} \cos(\omega t) + f_{12} \sin(\omega t), \quad (3.66)$$

где f_{11} и f_{12} не зависят от времени. Подставляя (3.66) в уравнение для f_1 (3.18), получаем

$$(\omega f_{12} + v f_{11}) \cos(\omega t) - (\omega f_{11} + v f_{12}) \sin(\omega t) - \frac{eE_0}{m} \frac{df_0}{dv} \cos(\omega t) = 0$$

Приравнивая нулю коэффициенты при косинусе и синусе, находим выражения для f_{11} и f_{12}

$$f_{11} = \frac{eE_0 v}{m(\omega^2 + v^2)} \frac{df_0}{dv}, \quad (3.67)$$

$$f_{12} = \frac{eE_0 \omega}{m(\omega^2 + v^2)} \frac{df_0}{dv}. \quad (3.68)$$

Эти выражения определяют косинусоидальную и синусоидальную компоненты средней скорости электронов. Соответствующие компоненты подвижности:

$$b_r = \frac{4\pi e}{3 m_0} \int_0^\infty \frac{v v^3}{\omega^2 + v^2} \frac{df_0}{dv} dv, \quad (3.69)$$

$$b_i = \frac{4\pi e}{3 m_0} \int_0^\infty \frac{\omega v^3}{\omega^2 + v^2} \frac{df_0}{dv} dv. \quad (3.70)$$

Если частота столкновений не зависит от скорости, интегралы сводятся к нормировочному и получается известное гидродинамическое

выражение для действительной и мнимой частей высокочастотной подвижности

$$b_r = \frac{e}{m} \frac{v}{\omega^2 + v^2}, \quad b_i = \frac{e}{m} \frac{\omega}{\omega^2 + v^2}.$$

Заметим, что усреднение частоты столкновений в (3.69), (3.70) отличается от (3.32). Поэтому при сильной зависимости v от скорости средняя частота столкновений, которую надо подставлять в формулу для высокочастотной проводимости, отличается от той, что надо подставлять в формулу для проводимости в постоянном поле.

Перейдем теперь к определению f_0 . Для этого подставим выражение для f_1 (3.66), (3.67), (3.68) и E (3.64) в уравнение (3.16)

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} - \frac{1}{6} \frac{e^2 E_0^2}{m^2} \frac{1}{v^2} \left\{ [1 + \cos(2\omega t)] \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{v v^2}{\omega^2 + v^2} \frac{df_0}{dv} \right) + \sin(2\omega t) \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\omega v^2}{\omega^2 + v^2} \frac{df_0}{dv} \right) \right\} = S_0. \quad (3.71)$$

Как уже отмечалось выше, при выполнении условия (3.65) f_0 слабо модулирована, и в первом приближении ее можно считать независимой от времени. Уравнение в этом приближении можно получить усредняя (3.71) по времени

$$-\frac{1}{6} \frac{e^2 E_0^2}{m^2} \frac{1}{v^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{v v^2}{\omega^2 + v^2} \frac{df_0}{dv} \right) \right\} = S_0. \quad (3.72)$$

В следующем приближении с помощью (3.72) можно найти поправку к f_0 , которая, как видно из (3.72), меняется с частотой 2ω , однако мы не будем на этом останавливаться. Левая часть (3.72) определяет набор энергии электронами в электрическом поле. Как и ранее она может быть представлена как диффузия по энергиям. Для этого перейдем от переменной v к ε

$$-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\sqrt{\varepsilon} \frac{1}{6} \frac{e^2 E_0^2 v^2 v}{\omega^2 + v^2} \frac{df_0}{d\varepsilon} \right) = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\sqrt{\varepsilon} D_\varepsilon \frac{df_0}{d\varepsilon} \right) = S_0, \quad (3.73)$$

где

$$D_\varepsilon = \frac{1}{3} \frac{e^2 E_{rms}^2 v^2 v}{\omega^2 + v^2}. \quad (3.74)$$

Здесь вместо амплитуды электрического поля E_0 введено его действующее значение $E_{rms} = E_0 / \sqrt{2}$, которое определяет нагрев в синусоидальном электрическом поле. При $\omega = 0$ (3.74) совпадает с выражением для коэффициента диффузии по энергиям в постоянном поле (3.28). При $\omega \gg v$ (3.74) переходит в

$$D_\varepsilon = \frac{1}{3} \frac{e^2 E_{rms}^2 v^2 v}{\omega^2}. \quad (3.75)$$

Физический смысл коэффициента диффузии по энергиям остается таким же как и в постоянном поле. Действительно, в переменном поле электрон приобретает так называемую осцилляторную скорость

$$v_{osc} = \frac{eE_0}{m\omega}$$

При столкновениях эта скорость может переходить в тепловую. Изменение энергии при столкновении равно

$$\Delta\varepsilon = \frac{m(v + v_{osc})^2}{2} - \frac{mv^2}{2} \cong mvv_{osc}$$

Величина $\Delta\varepsilon$ может быть положительной и отрицательной, в зависимости от направления v и v_{osc} , то есть набор энергии происходит в результате случайных блужданий. Коэффициент диффузии, как и в постоянном поле, равен произведению $1/3$ квадрата смещения по энергии ($\Delta\varepsilon$) на частоту блужданий ν . Таким образом получается формула (3.75). (Отличие в $1/2$ связано с тем, что скорости складываются векторно.)

Можно ввести эффективное электрическое поле

$$E_{eff}^2 = \frac{E_0^2 \nu}{2(\omega^2 + \nu^2)}. \quad (3.76)$$

Тогда коэффициент диффузии и кинетическое уравнение принимают такой же вид, как и для постоянного тока. Поэтому результаты полученные в постоянном поле можно обобщить на случай высокочастотного поля. Иногда такое обобщение называют “постояннотокковой аналогией”.

4. Катодная область тлеющего разряда постоянного тока.

4.1 *Некоторые экспериментальные данные о катодном слое тлеющего разряда*

Катодная область представляет собой наиболее важную часть тлеющего разряда, так как в ней сосредоточена большая часть приложенного к разрядному промежутку напряжения и выделяется значительная мощность. Ускоренные в катодном слое ионы могут приводить к распылению материала катода и изменению состава плазмы.

Типичная вольт-амперная характеристика тлеющего разряда показана на рис.4.1. На ней можно различить два режима. В нормальном тлеющем разряде катодное падение напряжения не зависит от величины разрядного тока. При этом отрицательное свечение занимает лишь часть поверхности катода. С ростом разрядного тока площадь свечения пропорционально ему увеличивается так, что плотность тока на катоде остается постоянной.

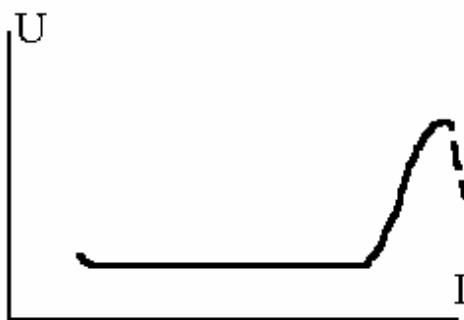


Рис.4.1

Когда свечение занимает всю поверхность катода, разряд переходит в аномальный режим, в котором катодное падение напряжения возрастает с током. Величина нормального катодного падения определяется сортом газа и материалом катода и не зависит от давления. Нормальная плотность тока на катоде возрастает пропорционально давлению газа. Значения нормального катодного падения напряжения и нормальной плотности тока приведены в таблицах 4.1 и 4.2.

4.2 *Процессы на поверхности холодного катода.*

Рассмотрим процессы, происходящие на холодном катоде тлеющего разряда. В плазме ток переносится электронами, которые имеют большую подвижность, чем ионы. Термоэмиссия электронов с холодного катода отсутствует, поэтому из области вблизи катода электроны выносятся током и образуется слой пространственного заряда, где ток должен переноситься, в основном, ионами (рис.4.2). Поток ионов на катод равен

$$\Gamma_i = b_i E, \quad (4.1)$$

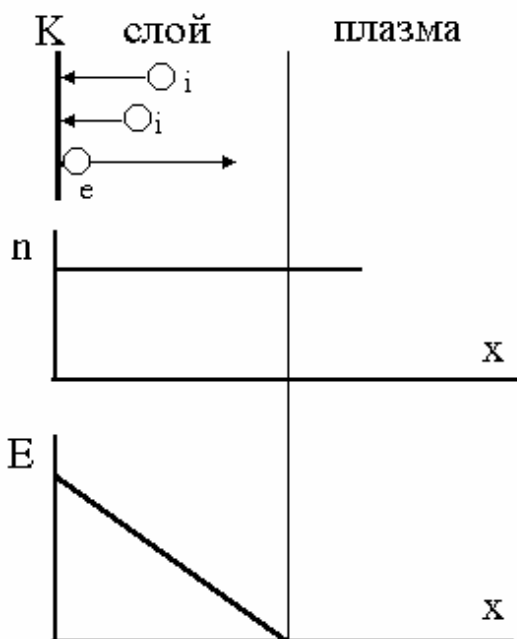


Рис.4.2

где E - электрическое поле вблизи катода. Взаимодействие плазмы с поверхностью катода приводит к тому, что с катода происходит эмиссия электронов, которая характеризуется коэффициентом γ , равным числу эмитированных электронов, приходящихся на один падающий на катод ион. Тогда электронный поток с поверхности катода равен

$$\Gamma_e = \gamma \Gamma_i. \quad (4.2)$$

Значения коэффициента γ для различных пар газ - металл приведены в таблице 4.3. Механизмы эмиссии могут быть различными. Наиболее важным, по-видимому, является потенциальное вырывание электронов ионами. Механизм этого процесса объясняется на рис.4.3, на котором

изображена структура энергетических зон металла и уровней иона,

Таблица 4.1

Нормальное катодное падение, В

Материал катода	Газ							
	Воздух	O ₂	N ₂	H ₂	He	Ne	Ar	Hg
Cu	370		208	214	177	220	130	447
Au	285		233	247	165	158	130	
Mg	224	310	188	153	125	94	119	
Zn	277	354	316	184	143		119	
Al	229	311	180	170	140	120	100	245
Fe	269	290	215	250	150	150	165	298
Ni	226		197	211	158	140	131	275
Pt	277	364	216	276	165	152	131	340

находящегося вблизи поверхности. Глубина положения уровня Ферми (ϵ_F) - работа выхода - для большинства металлов составляет около 4 эВ. Потенциал ионизации для большинства газов превышает 10 эВ. Следовательно, если ион нейтрализуется на поверхности металла в основном состоянии, высвобождается энергия, превышающая работу выхода металла. Эта энергия может передаться другому электрону металла, который после этого выходит в вакуум. Такой же процесс может происходить при снятии возбуждения метастабильных атомов,

бомбардирующей поверхность катода, так как энергия возбуждения низшего уровня гелия составляет 19.77 эВ. В принципе возможно также выбивание электронов за счет кинетической энергии ионов, однако, оно существенно только при энергии ионов, превышающей 1 кэВ. Возможна также фотоэлектронная эмиссия за счет излучения из плазмы. Таким образом, γ является неким эффективным коэффициентом, описывающим совместное действие нескольких механизмов, только один из которых непосредственно связан с потоком ионов. Следовательно, величина γ может зависеть не только от сорта газа и материала электрода, но и от режима горения разряда. Однако как будет видно из дальнейшего, зависимость основных параметров разряда от γ слабая, и неопределенность в этой величине незначительна.

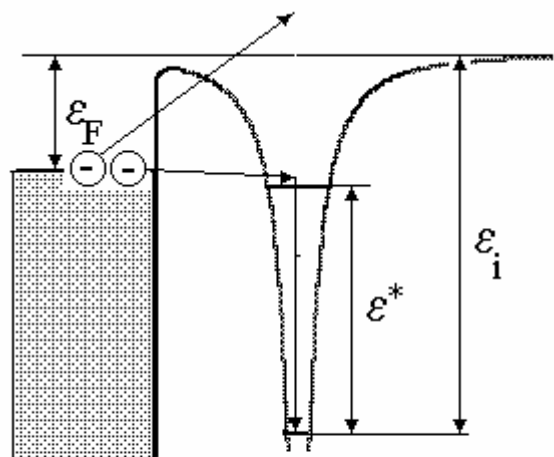


Рис.4.3
Таблица 4.2

Нормальная плотность тока j_n/p^2 , мкА/(см²•Тор)

Материал катода	Газ							
	Воздух	O ₂	N ₂	H ₂	He	Ne	Ar	Hg
Cu	240			64				15
Au	570			110				
Mg					3	5	20	
Zn				80				
Al	330			90				4
Fe			400	72	2.2	6	160	8
Ni			400	72	2.2	6		
Pt		550	380	90	5		130	

4.3 Теория приэлектродного слоя тлеющего разряда постоянного тока

Плотность тока на катоде равна сумме электронного и ионного токов

$$j = e(\Gamma_i + \Gamma_e) = e\Gamma_i(1 + \gamma). \quad (4.3)$$

Поскольку величина $\gamma < 1$, практически весь ток переносится ионами. Следовательно, электрическое поле у катода значительно больше, чем в плазме; электроны ускоряются в этом поле, производят ионизацию, вторичные электроны также ускоряются и производят ионизацию. Образуется электронная лавина. Размножение электронов удобно характеризовать коэффициентом Таунсенда α , равным числу

Таблица 4.3

Значения коэффициента γ

Материал катода	Газ					
	Воздух	N ₂	H ₂	He	Ne	Ar
Cu	0.025	0.066	0.05		0.02	0.058
Mg	0.038	0.089	0.12	0.03	0.11	0.077
Al	0.035	0.10	0.09	0.02	0.05	0.12
Fe	0.02	0.059	0.06	0.01	0.02	0.058
Ni	0.036	0.077	0.05	0.01	0.03	0.058
Pt	0.017	0.059	0.02	0.01	0.02	0.058

ионизаций, производимых одним электроном на единице длины,

$$\frac{d\Gamma_e}{dx} = \alpha \Gamma_e. \quad (4.4)$$

Очевидно, что частота ионизации равна произведению α на дрейфовую скорость

$$v_i = \alpha \langle v \rangle.$$

(4.5)

Из (4.4) следует

$$\Gamma_e(x) = \Gamma_e(0) \cdot \exp\left(\int_0^x \alpha(x') dx'\right) = \gamma \Gamma_i \cdot \exp\left(\int_0^x \alpha(x') dx'\right). \quad (4.6)$$

В стационарном разряде число ионизаций в слое должно быть равно числу ионов, вынесенных на катод - Γ_i . Число ионизаций в слое равно приращению электронного потока на длине слоя. Отсюда получаем

$$\Gamma_i = \Gamma_e(L) - \Gamma_e(0) = \gamma \Gamma_i \cdot \left[\exp\left(\int_0^L \alpha(x') dx'\right) - 1 \right], \quad (4.7)$$

где L - толщина слоя. Из (4.7) следует условие стационарности

$$\int_0^L \alpha(x') dx' = \ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right). \quad (4.8)$$

Поскольку α зависит от электрического поля, условие (4.8) связывает толщину слоя и напряженность поля в нем. Коэффициент α можно вычислить решая кинетическое уравнение, если известны сечения всех элементарных процессов. Однако удобнее пользоваться полуэмпирической аппроксимацией Таунсенда

$$\frac{\alpha}{p} = A \cdot \exp\left(-\frac{B}{E/p}\right), \quad (4.9)$$

где p - давление газа. Значения констант A и B для некоторых газов приведены в таблице 4.4. Для решения (4.8) необходимо знать распределение электрического поля, которое определяется распределением концентрации заряженных частиц в слое.

Распределение ионов и электронов, в свою очередь, определяется выносом их электрическим полем и ионизацией, которая тоже зависит от распределения поля. Таким образом, возникает сложная само-согласованная задача. Для упрощения можно предположить, что электрическое поле линейно спадает от катода к границе слоя (рис.4.2):

Таблица 4.4

Газ	$A,$ (см Тор) $^{-1}$	$B,$ В/(см Тор)	Диапазон $E/p,$ В/(см Тор)
Воздух	8.6	254	36-180
N_2	8.8	275	27-200
	12	342	100-600
H_2	2.8	127	45-154
	5	130	150-600
He	3	25	3-10
	3	34	20-150
Ar	12	180	100-600

$$E = E_0 \left(1 - \frac{x}{L}\right). \quad (4.10)$$

Такое распределение близко к наблюдаемому экспериментально. Оно соответствует постоянной плотности ионов в слое n и пренебрежимо малой концентрации электронов (см. рис.4.2). Из уравнения Пуассона получаем

$$E_0 = 4\pi enL. \quad (4.11)$$

Предполагая, что поток ионов пропорционален электрическому полю, из (4.3) получаем

$$enb_i E_0 = \frac{j}{1 + \gamma}. \quad (4.12)$$

Из (4.11), (4.12) получаем выражение для E_0

$$E_0 = \sqrt{\frac{4\pi jL}{b_i(1 + \gamma)}}. \quad (4.13)$$

Подставляя (4.13), (4.10), (4.9) в (4.8) получаем уравнение для L

$$\int_0^L A p \cdot \exp\left[-\frac{Bp}{\sqrt{\frac{4\pi jL}{b_i(1 + \gamma)}} \left(1 - \frac{x'}{L}\right)}\right] \cdot dx' = \ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right). \quad (4.14)$$

Интеграл в (4.14) выражается через интегральный логарифм. Однако мы для простоты будем считать поле в слое постоянным и равным E_0 . Тогда вместо (4.14) имеем

$$\frac{B_p}{\sqrt{b_i(1+\gamma)}} = \ln \left(\frac{A_p \cdot L}{\ln \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right)} \right). \quad (4.15)$$

Зависимости от L левой и правой частей уравнения (4.15) при различных плотностях тока j приведены на рис.4.4. Из рисунка видно, что при больших токах кривые пересекаются вблизи нуля логарифма. Отсюда следует, что в пределе больших токов

$$\ln \left(\frac{A_p L}{\ln \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right)} \right) = 0, \quad L = L_0 \equiv \frac{\ln \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right)}{A_p}, \quad (4.16)$$

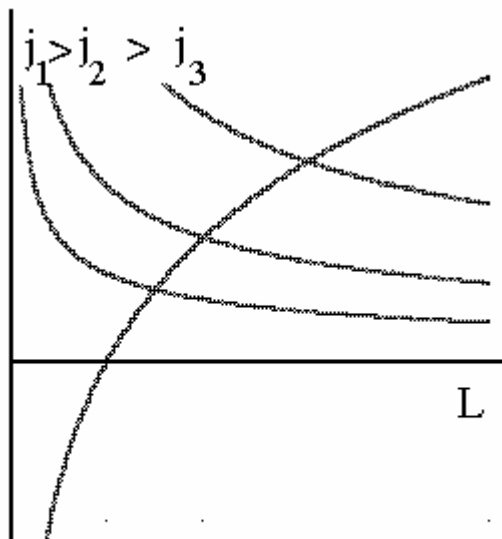


Рис.4.4

то есть толщина слоя не зависит от тока. Согласно (4.13), в этом случае электрическое поле и падение напряжения в слое возрастают пропорционально \sqrt{j} . При больших плотностях тока можно пренебречь зависимостью от L логарифма в правой части (4.15). Тогда толщина слоя

$$L = \frac{B^2 p^2 b_i (1 + \gamma)}{4\pi j \cdot \left[\ln \frac{A_p L}{\ln(1 + 1/\gamma)} \right]^2} \quad (4.17)$$

уменьшается обратно

пропорционально плотности тока.

Согласно (4.13) электрическое поле в

этом случае не зависит от плотности тока (точнее логарифмически возрастает), а напряжение в слое падает обратно пропорционально j . Полученные качественные результаты сведены в таблице 4.5.

Из анализа приведенных результатов можно заключить, что: а) толщина слоя монотонно падает с ростом плотности тока, приближаясь к L_0 ; б) электрическое поле в слое монотонно возрастает с ростом

Таблица 4.5

Малая плотность тока	Большая плотность тока
$L \propto 1/j$	$L \cong L_0$
$E \cong \text{const}$	$E \propto j^{1/2}$
$U \propto 1/j$	$U \propto j^{1/2}$

плотности тока вначале медленно, а затем пропорционально $j^{1/2}$; в) падение напряжения в слое имеет минимум U_n при плотности тока j_n (рис. 4.5). Величины U_n

и j_n можно отождествить с наблюдаемыми экспериментально нормальным падением напряжения и нормальной плотностью тока.

Действительно, при $j < j_n$ приэлектродный слой имеет падающую вольт-амперную характеристику. Такая характеристика является неустойчивой, поскольку при увеличении плотности тока на катоде (например, при уменьшении площади катодного пятна) падает напряжение на разряде, что приводит к росту разрядного тока и, следовательно, плотности тока на катоде и дальнейшему падению напряжения. Отсюда можно заключить, что разряд должен гореть при плотности тока на катоде, большей или равной нормальной.

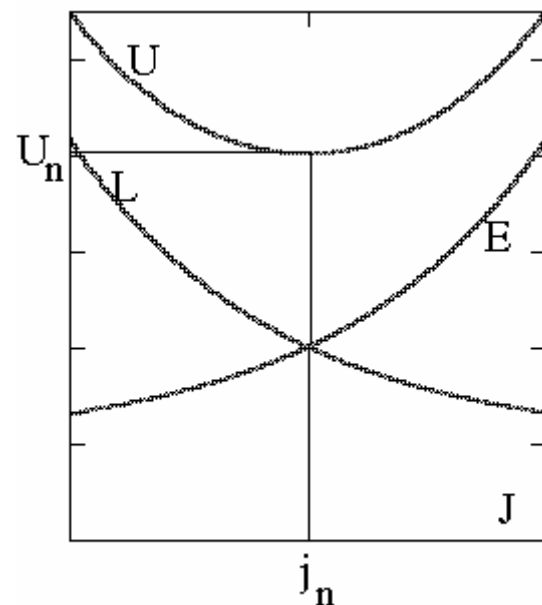


Рис.4.5

Для нахождения нормального падения надо приравнять нулю производную напряжения в слое по плотности тока:

$$\frac{dU}{dj} = \frac{dU}{dL} \frac{dL}{dj} = 0. \quad (4.18)$$

Поскольку толщина слоя - монотонная функция плотности тока, нулю должно быть равно dU/dL . Из (4.13), (4.17) следует, что при $E = \text{const}$

$$U = E \cdot L = \frac{BpL}{\ln \frac{ApL}{\ln(1 + 1/\gamma)}}. \quad (4.19)$$

Дифференцируя (4.19), получаем уравнение для нормальной толщины слоя L_n

$$\left. \frac{dU}{dL} = \frac{B\rho \cdot \ln \frac{ApL}{\ln(1+1/\gamma)} - B\rho L \cdot \frac{1}{L}}{\left[\ln \frac{ApL}{\ln(1+1/\gamma)} \right]^2} \right|_{L=L_n} = 0 \Rightarrow$$

$$\ln \frac{ApL_n}{\ln(1+1/\gamma)} = 1 \Rightarrow L_n = 2.7 \frac{\ln(1+1/\gamma)}{Ap}. \quad (4.20)$$

Подставляя (4.20) в (4.15), (4.13), (4.19), получим выражения для нормальной плотности тока, электрического поля и падения напряжения. Эти результаты приведены в таблице 4.6. Там же приведены результаты, полученные Штеенбеком для линейно падающего напряжения в слое.

Таблица 4.6

Решение (4.15)	Решение Штеенбека [8]
$\frac{j_n}{\rho^2} = 0.37 \cdot \frac{B^2 A(b_i \rho)(1+\gamma)}{4\pi \cdot \ln(1+1/\gamma)}$	$\frac{j_n}{\rho^2} = 0.8 \cdot \frac{B^2 A(b_i \rho)(1+\gamma)}{4\pi \cdot \ln(1+1/\gamma)} \quad (4.21)$
$U_n = 2.7 \cdot \frac{B}{A} \cdot \ln(1+1/\gamma)$	$U_n = 3 \cdot \frac{B}{A} \cdot \ln(1+1/\gamma) \quad (4.22)$
$E_n = B\rho$	$E_n = 0.8 \cdot B\rho \quad (4.23)$
$L_n = 2.7 \cdot \frac{\ln(1+1/\gamma)}{Ap}$	$L_n = 3.76 \cdot \frac{\ln(1+1/\gamma)}{Ap}$

Видно, что оба расчета дают одинаковую зависимость от параметров, совпадающую с наблюдаемой экспериментально. Максимальное численное различие между формулами достигает 50% для нормальной плотности тока. Для нормальной плотности тока наблюдается и максимальное расхождение с экспериментальными данными. Формула (4.21) дает заниженные до 10 раз значения j_n , в то время как рассчитанные значения U_n совпадают с экспериментом.

5.Высокочастотный разряд.

5.1Классификация высокочастотных разрядов.

Высокочастотным разрядом, в принципе, можно назвать любой разряд в переменных электромагнитных полях. Однако если электрическое поле меняется достаточно медленно, все параметры положительного столба и приэлектродных слоев успеют установиться, и свойства разряда будут такими же, как у разряда постоянного тока. Наиболее медленными процессами являются ионизация и ионный перенос, причем их скорости могут существенно отличаться в плазме и приэлектродных слоях. Мы будем называть высокочастотным (ВЧ) разряд, в котором плотность ионов в плазме и слоях не меняется за период поля. Обычно это соответствует частотам, превышающим 1 МГц. Со стороны высоких частот ограничение связано с длиной волны. Будем называть разряд высокочастотным, если длина волны в плазме превышает размеры системы. В противном случае разряд называется сверхвысокочастотным (СВЧ).

Высокочастотное поле можно прикладывать к электродам, находящимся внутри или вне разрядной камеры (рис.5.1,а,б). В этом случае разряд называется емкостным. Другой способ создания высокочастотного разряда - помещение его внутрь катушки индуктивности (см. рис.5.1,в). Такой разряд называется индукционным. Плазма индукционного разряда является вторичной обмоткой трансформатора. Поскольку вторичная обмотка в этом случае всегда

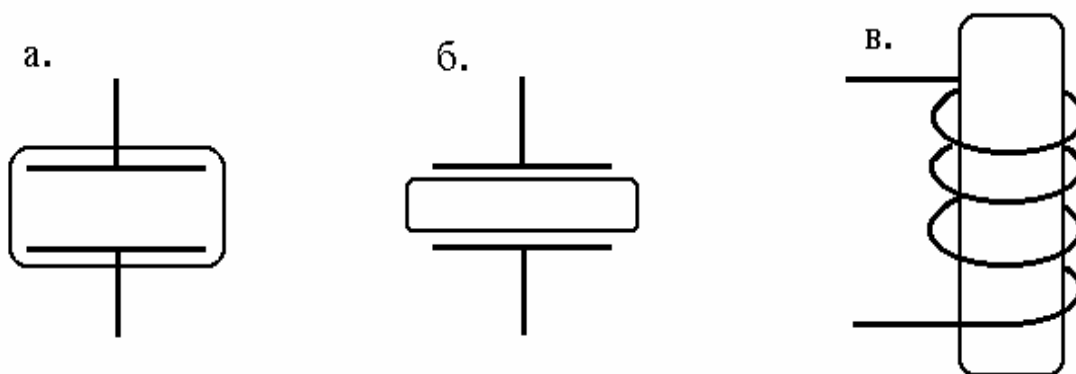


Рис.5.1

одновитковая, трансформатор является понижающим. Следовательно, для согласования с источником ВЧ мощности разряд должен иметь низкое сопротивление. Это делает индукционный метод удобным для получения сильноточных разрядов, близких по свойствам к дуговым.

Для получения неравновесной плазмы предпочтительнее емкостные разряды. Поэтому мы ограничимся рассмотрением емкостных разрядов.

5.2 Протекание тока в высокочастотном емкостном разряде, приэлектродные слои

Рассмотрим протекание высокочастотного тока частотой ω $j = -j_0 \cdot \sin(\omega t)$ между двумя плоскими бесконечными электродами. Пусть межэлектродное пространство заполнено плазмой достаточно большой концентрации, чтобы электронный ток в плазме превышал ток смещения. В противном случае влияние плазмы несущественно, и ток просто протекает через конденсатор, образованный электродами. Условие преобладания электронного тока

$$j_e = \sigma_e E \gg j_d = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\omega}{4\pi} E$$

или

$$\omega \ll 4\pi\sigma_e \equiv \frac{1}{\tau_e}, \quad (5.1)$$

где σ_e - электронная проводимость плазмы, E - электрическое поле в плазме. Величина τ_e называется (электронным) Максвелловским временем. Она характеризует скорость экранировки электрического поля в проводящей среде.

Если для ионов выполняется условие, противоположное (5.1)

$$\omega \gg 4\pi\sigma_i \equiv \frac{1}{\tau_i}, \quad (5.2)$$

то можно пренебречь ионным током по сравнению с током смещения и, соответственно, смещением ионов за период электрического поля. Будем вначале для простоты предполагать, что частота поля меньше частоты столкновений ν и частоты потери энергии $k\nu$

$$\nu, k\nu \gg . \quad (5.3)$$

Тогда проводимость плазмы является чисто активной, и электроны движутся в фазе с электрическим полем, как показано на рис.5.2. Электроны, находящиеся вблизи электродов, будут вынесены на них, и у электродов образуются области положительного пространственного заряда, где ток переносится током смещения. Движение границы между пространственным зарядом и плазмой показано на рис.5.2,в. Видно, что вблизи электродов существуют области, называемые приэлектродными слоями (или просто слоями), которые часть времени заполнены плазмой, а часть времени - пространственным зарядом. Будем называть часть периода, когда существует пространственный заряд, фазой пространственного заряда, а часть времени, когда в данном месте существует плазма и ток переносится электронами - плазменной фазой. Длительность плазменной фазы уменьшается от всего периода до нуля

при переходе от границы слоя к электроду. Длительность фазы пространственного заряда соответственно возрастает. Толщина слоя пространственного заряда равна смещению электронов

$$d(t) = L - \int_0^t v_{de} dt' = L - \int_0^t \frac{j_0 \sin(\omega t')}{en_s} dt' = \frac{2j_0}{e\omega n_s} [1 + \cos(\omega t)], \quad (5.4)$$

где v_{de} - дрейфовая скорость электронов, n_s - концентрация плазмы в приэлектродных областях. При интегрировании (5.4) предполагалось, что концентрация в слое постоянна. Кроме того, здесь учтено, что $d(\pi/\omega) = L$. Электрическое поле, создаваемое пространственным зарядом у поверхности правого электрода

$$E_R(t) = 4\pi en_s d(t) = \frac{4\pi j_0}{\omega} [1 + \cos(\omega t)] \quad (5.5)$$

обеспечивает замыкание разрядного тока током смещения

$$\frac{1}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t} = -j_0 \sin(\omega t). \quad (5.6)$$

Итак, протекание тока в высокочастотном емкостном (ВЧЕ) разряде происходит следующим образом. Разрядный промежуток заполнен неподвижным ионным остовом. Электроны колеблются в переменном поле между электродами так, что в середине промежутка все время существует положительный столб квазинейтральной плазмы, а возле электродов - слои ионного пространственного заряда, толщина которых меняется в противофазе. Ток в областях пространственного заряда замыкается током смещения. В симметричном разряде поле у левого электрода равно по величине и противоположно по фазе и направлению полю у правого электрода, которое дается формулой (5.5),

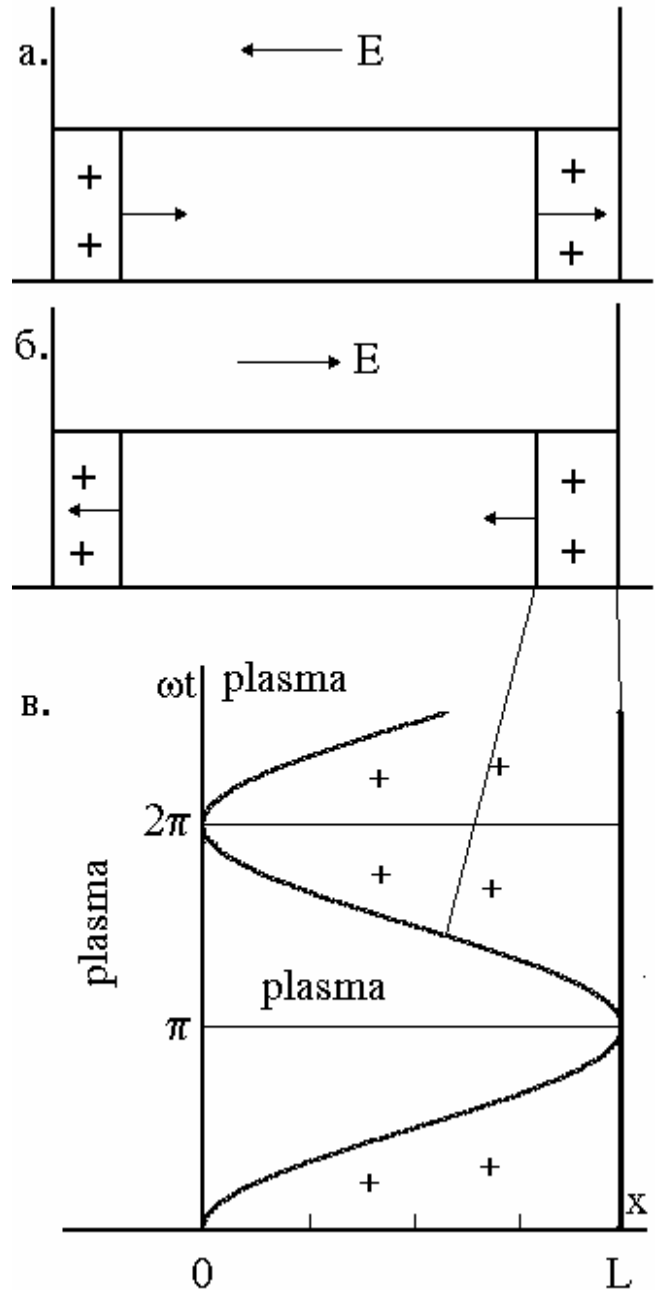


Рис.5.2

$$E_L(t) = -\frac{4\pi j_0}{\omega} [1 - \cos(\omega t)]. \quad (5.7)$$

Падение напряжения у правого и левого электродов

$$U_R(t) = E_R(t)d_R(t) = \frac{4\pi j_0^2}{e\omega^2 n_s} [1 + \cos(\omega t)]^2 = U_0 \left[\frac{3}{2} + 2 \cos(\omega t) + \cos(2\omega t) \right], \quad (5.8)$$

$$U_L(t) = -\frac{4\pi j_0^2}{e\omega^2 n_s} [1 - \cos(\omega t)]^2 = -U_0 \left[\frac{3}{2} - 2 \cos(\omega t) + \cos(2\omega t) \right] \quad (5.9)$$

содержит постоянную составляющую и вторую гармонику частоты поля. Однако напряжение на электродах, равное сумме U_R и U_L ,

$$U(t) = U_R(t) + U_L(t) = 4U_0 \cos(\omega t) \quad (5.10)$$

в симметричном разряде гармоник не содержит. Отсутствие гармоник напряжения, кроме второй, является следствием предположения о постоянстве концентрации в слое. Реально концентрация в слое меняется, и в напряжении на слоях присутствуют все гармоники. Тем не менее, в симметричном разряде все четные гармоники компенсируются. В несимметричном же разряде компенсация отсутствует. Поэтому если электроды изолированы по постоянному току, между ними возникает постоянное напряжение автосмещения. Если же электроды замкнуты, то по цепи будет протекать постоянный ток.

Из приведенного выше и формул (5.4), (5.8) видно, что такие параметры слоя как его толщина и падение напряжения определяются распределением ионной плотности в нем. Очевидно, что концентрация ионов в слое не может быть равна концентрации в положительном столбе, так как постоянная составляющая падения напряжения приводит к выносу ионов на электрод. Поэтому для описания слоев и ВЧ разряда в целом необходимо получить уравнение движения ионов в слое под действием средних по времени электрических полей.

5.3 Уравнение движения ионов в усредненных полях. Высокочастотная диффузия

Усредним сначала электрическое поле в плазме. Оно связано с протекающим током и проводимостью через закон Ома

$$E_{pl}(x, t) = \frac{j(t)}{e b_e n(x)}. \quad (5.11)$$

Если концентрация плазмы неоднородна, электрическое поле меняется в пространстве. Градиент поля определяется уравнением Пуассона

$$\frac{\partial E}{\partial x} = 4\pi e [n_i(x) - n_e(x, t)]. \quad (5.12)$$

Здесь $n_i(x) = n(x)$ - концентрация ионов, $n_e(x,t)$ - концентрация электронов, которая зависит от времени из-за движения электронов в переменном поле.

Чтобы получить среднее электрическое поле в плазменной фазе, выразим n_e из (5.12) и подставим в (5.11). Получаем

$$E(x, t) = \frac{4\pi j}{b_e \left(4\pi e n - \frac{\partial E}{\partial x} \right)} \cong \frac{j}{e b_e n} \left(4\pi e n + \frac{\partial E}{\partial x} \right). \quad (5.13)$$

При этом учтено, что плазма квазинейтральна, то есть разность концентраций электронов и ионов, определяющая градиент электрического поля много меньше, чем концентрация плазмы. Продифференцируем (5.11) и подставим $\partial E/\partial x$ в (5.13). Получаем первое приближение для электрического поля:

$$E(x, t) = \frac{j}{e b_e n} \left(1 - \frac{j}{4\pi e^2 b_e n^3} \frac{\partial n}{\partial x} \right). \quad (5.14)$$

Первый член (5.14) пропорциональный j , при усреднении по времени дает нуль, а второй

$$\bar{E}(x) = - \frac{j_0^2}{8\pi e^3 b_e^2 n^4} \frac{\partial n}{\partial x} \quad (5.15)$$

- поле, пропорциональное градиенту концентрации. Это поле создает поток ионов

$$\Gamma_i = n b_i \bar{E} = -D_{rf} \frac{\partial n}{\partial x}, \quad (5.16)$$

где

$$D_{rf} = \frac{j_0^2}{8\pi e^3 b_e^2 n^3} b_i \quad (5.17)$$

- коэффициент высокочастотной диффузии. Физический смысл высокочастотной диффузии поясняется рис.5.3. Существующая в плазме неоднородность концентрации поляризуется за счет смещения электронов. Из-за поляризации переменное электрическое поле в области с более высокой концентрацией становится меньше. При смене полярности тока меняется на противоположную и поляризация неоднородности. В среднем за период в области градиента концентрации образуется двойной слой, электрическое поле которого растягивает ионы из области с повышенной концентрацией.

Учет электронной диффузии в плазме приводит к появлению среднего амбиполярного поля, тоже пропорционального градиенту концентрации

$$E_a(x) = -\frac{T_e}{e} \frac{\partial n}{\partial x}. \quad (5.18)$$

Таким образом среднее электрическое поле в плазме может характеризоваться эффективным коэффициентом диффузии, равным сумме высокочастотного и амбиполярного коэффициентов

$$D_{\text{eff}} = D_a + D_{\text{rf}} = \frac{T_e}{e} b_i + \frac{j_0^2}{8\pi e^3 b_e^2 n^3} b_i. \quad (5.19)$$

Поскольку подвижности электронов и ионов обратно пропорциональны давлению, коэффициент высокочастотной диффузии, в отличие от амбиполярного, пропорционален давлению. Так как в

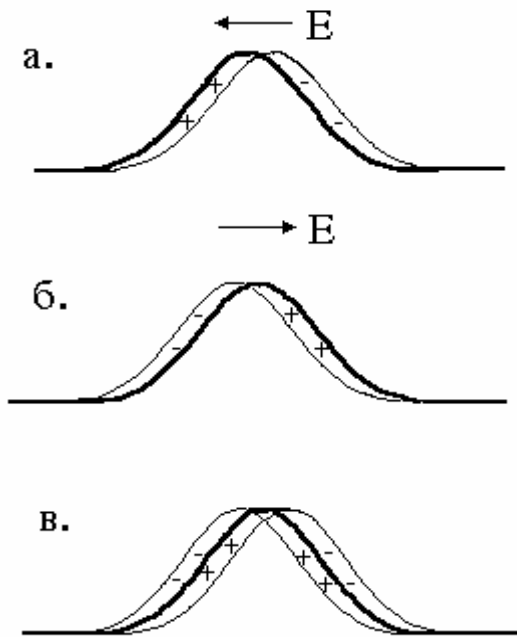


Рис.5.3

разряде обычно концентрация заряженных частиц пропорциональна плотности тока, D_{rf} обратно пропорционален плотности плазмы.

Следовательно, при больших токах и низких давлениях всегда преобладает амбиполярная диффузия. Высокочастотная диффузия существенна для разрядов при давлениях в 10 Тор и выше.

Получим теперь поле в фазе пространственного заряда. Для этого рассмотрим подробнее движение границы плазмы в слое (рис.5.2,в). Электрическое поле у электрода (5.6) создается пространственным зарядом слоя. Подставляя (5.6) в уравнение Пуассона, получаем

$$\int_{x(z)}^L e n dx = \frac{j_0}{\omega} (1 + \cos(\omega t)), \quad (5.20)$$

где $x(z)$ - положение границы плазмы в момент времени t , $z = \omega t$. Продифференцировав (5.19) по z , получаем уравнение для траектории, по которой движется граница плазма-слой

$$\sin(z) \frac{dz}{dx} = e \frac{\omega}{j_0} n(x). \quad (5.21)$$

Величина $z=0$ соответствует максимальной толщине области пространственного заряда. Будем называть положение границы плазмы в этот момент границей слоя. В дальнейшем, если не оговорено особо, начало координат $x=0$ совпадает с границей слоя; $z=\pi$, $x=L$

соответствует электроду. Электрическое поле в любой точке слоя в фазе пространственного заряда вычисляется аналогично (5.19)

$$E(x, t) = \int_{x_0(t)}^x 4\pi en(x') dx' = \int_{x_0(t)}^L 4\pi en(x') dx' - \int_x^L 4\pi en(x') dx' = E(L, t) - E\left(L, \frac{z(x)}{\omega}\right)$$

Подставляя сюда (5.6), получаем

$$E(x, t) = \frac{4\pi j_0}{\omega} (\cos(\omega t) - \cos(z)), \quad (5.22)$$

а также среднее за период значение электрического поля в фазе пространственного заряда

$$\langle E(x) \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^{z(x)} E(x, t) d\omega t = \frac{4j_0}{\omega} (\sin(z) - z \cos(z)). \quad (5.23)$$

Подставляя средние электрические поля (5.14), (5.17), (5.22) в уравнение непрерывности для ионов, получаем уравнение, определяющее профиль концентрации ионов в приэлектродных областях,

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(V(z)n - D_{\text{eff}}(n) \frac{\partial n}{\partial x} \right) = \langle I \rangle - \langle R \rangle, \quad (5.24)$$

где

$$V(z) = b_i \langle E(z) \rangle, \quad (5.25)$$

$\langle I \rangle$, $\langle R \rangle$ - усредненные по периоду ВЧ поля ионизация и рекомбинация, соответственно.

5.4 Несамостоятельный высокочастотный разряд.

Рассмотрим вначале наиболее простой случай несамостоятельного разряда. С одной стороны, такой разряд представляет интерес для приложений, а, с другой стороны, как будет показано ниже, полученные в этом разделе решения могут быть применены и для описания самостоятельного разряда. Будем считать для простоты, что внешний источник обеспечивает однородную стационарную ионизацию, которая превышает ионизацию плазменными электронами во всем объеме, а потери заряженных частиц определяются объемной рекомбинацией

$$I = I_0 = \text{const}; \quad R = \beta n^2.$$

Примерное распределение концентрации показано на рис.5.4. Пусть разрядный промежуток превышает диффузионную длину

$$l_{\text{дф}} = \sqrt{\frac{D_{\text{eff}}(n_p)}{\beta n_p}},$$

так что середина его занята однородным положительным столбом с концентрацией

$$n = n_p = \sqrt{\frac{I_0}{\beta}}$$

Ионы из приэлектродной области выносятся на электрод электрическим полем (5.23) и диффузией, причем скорость выноса

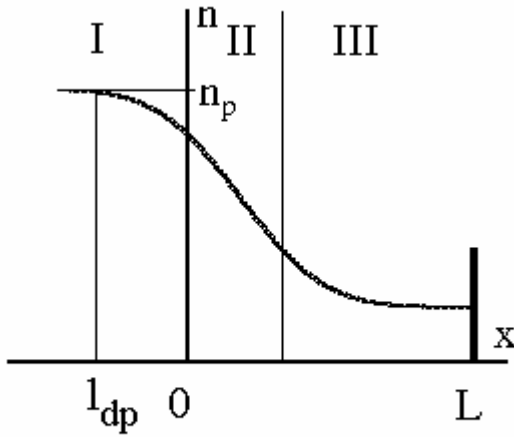


Рис.5.4

возрастает при приближении к электроду. Поэтому концентрация в слое монотонно падает с ростом x . Вынос ионов из приэлектродной области приводит к тому, что и в плазме при $x < 0$ на расстоянии порядка l_{dp} концентрация меньше n_p . Для нахождения профиля ионной концентрации необходимо решить (5.24) для трех областей: плазменной (см. рис.5.4, область I), где вынос ионов обусловлен диффузией; основной части слоя (см. рис.5.4, область III), где можно пренебречь диффузией по сравнению с конвективным выносом

(5.25); и переходной области II на рис.5.4. Ширина этой области:

$$\delta \approx \frac{D_{eff}(\delta)}{V(\delta)}, \quad (5.26)$$

мала по сравнению с L .

В плазменной области $V=0$. Домножив левую и правую части (5.23) на $D_{eff} \frac{dn}{dx}$ имеем

$$-\frac{1}{2} \frac{d}{dx} \left(D_{eff} \frac{dn}{dx} \right)^2 = (I_0 - \beta n^2) D_{eff} \frac{dn}{dx}.$$

Таким образом, профиль концентрации в плазме определяется квадратурой

$$\Gamma(x) = -D_{eff} \frac{dn}{dx} = \left[\int_n^{n_p} 2D_{eff}(n')(I - R)dn' \right]^{1/2}. \quad (5.27)$$

Выражение (5.27) связывает диффузионный поток Γ с ионизацией, которая его создает. Так, например, в случае преобладания амбиполярной диффузии ($D=D_a=\text{const}(n)$) и нулевой концентрации на границе слоя поток равен

$$\Gamma_0^{(max)} = \sqrt{\frac{4}{3}} \frac{D_a n_p}{l_{dp}} = \sqrt{\frac{4}{3}} I_0^{1/2} l_{dp}. \quad (5.28)$$

В области III можно пренебречь диффузионным потоком, а также (если $n \ll n_p$) рекомбинацией, которая уменьшается пропорционально n^2 . При этом интегрируя (5.24) и подставляя (5.23), получаем

$$\frac{4j_0}{\omega} b_i n_i (\sin(z) - z \cos(z)) = \Gamma_0 + I_0 x. \quad (5.29)$$

Здесь Γ_0 - поток ионов на входе в слой. Объединяя (5.29) с (5.21) и интегрируя, получаем:

$$\left(\Gamma_0 + \frac{1}{2} I_0 x\right) \frac{e\omega^2}{4j_0^2 b_i} x = \int_0^z (\sin^2(z') - \frac{z'}{2} \sin(2z')) dz' = \frac{z}{2} (1 + \cos(2z)) - \frac{3}{8} \sin(2z) \quad (5.30)$$

Система (5.29), (5.30) дает профиль ионной концентрации в слое как функцию x . Для малых z можно воспользоваться разложением (5.21) и (5.23) вблизи $x=0$

$$x = \frac{j_0}{2e\omega n_b} z^2, \quad (5.31)$$

$$\langle E(x) \rangle = \frac{4}{3} \frac{j_0}{\omega} z^3 = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{j_0}{\omega}} (2en_b x)^{3/2},$$

где $n_b = n(0)$ - концентрация на границе плазма-слой. В этом случае получится явное выражение для профиля концентрации

$$n(x) = \frac{3}{4} \frac{\omega}{j_0 b_i} \left(\frac{15e\omega^2}{4j_0^2 b_i}\right)^{-3/5} \frac{\Gamma_0 + I_0 x}{\left(\Gamma_0 + \frac{1}{2} I_0 x\right)^{3/5}} x^{-3/5}. \quad (5.32)$$

Это выражение с точностью до 10% верно вплоть до $x=L$. Для определения толщины слоя пространственного заряда и концентрации ионов у электрода надо учесть, что $z=\pi$ при $x=L$. Тогда из (5.28), (5.29) следует

$$L = \left[\left(\frac{\Gamma_0}{I_0}\right)^2 + \frac{6\pi j_0^2 b_i}{I_0 e\omega^2} \right]^{1/2} - \frac{\Gamma_0}{I_0}, \quad (5.33)$$

$$n(L) = \frac{\omega}{4\pi j_0 b_i} (\Gamma_0 + I_0 L). \quad (5.34)$$

Решение (5.32) расходится при $x=0$, так как здесь поле обращается в нуль и становится существенной диффузия. Ширина этой переходной области, где (5.32) теряет смысл, есть δ (5.26).

В общем случае (5.24) решается только численно. Однако формулы (5.27), (5.28) и (5.32) позволяют приближенно построить профиль концентрации в слое и в плазме, как это показано на рис.5.5. На границе слоя получается разрыв. Поскольку его ширина невелика и

он не дает существенного вклада, например, в напряжение, концентрацию в области разрыва можно аппроксимировать касательной к кривым (рис.5.5). Еще более грубую оценку параметров слоя можно получить, если предположить, что концентрация ионов в нем постоянна и равна n_s . Тогда из (5.20) следует

$$en_s L = 2 \frac{j_0}{\omega}. \quad (5.35)$$

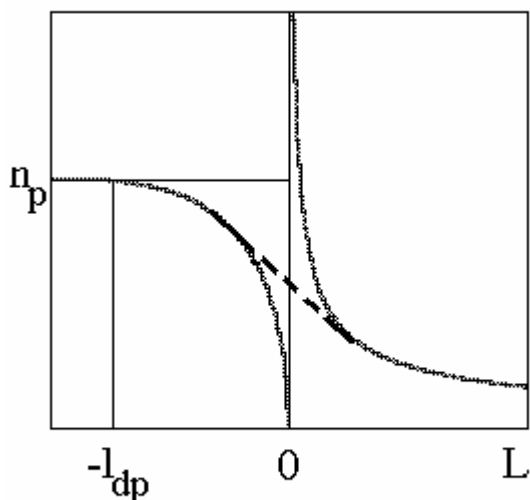


Рис.5.5

Приравнявая ионизацию в слое $I_0 L$ среднему потоку ионов на электрод

$$I_0 L = n_s b_i \langle E \rangle = n_s b_i \frac{4\pi j_0}{\omega}, \quad (5.36)$$

получаем систему для определения n_s и L . Решение системы (5.35), (5.36)

$$L = \sqrt{\frac{8\pi b_i}{e I_0} \frac{j_0}{\omega}}, \quad (5.37)$$

$$n_s = \sqrt{\frac{I_0}{2\pi e b_i}} \quad (5.38)$$

с точностью до 15% совпадает с (5.33), (5.34) при условии малости потока из плазмы в слой. Формулы (5.37), (5.38) могут быть использованы для грубой оценки параметров разряда.

5.5 Самостоятельный α -разряд

Перейдем теперь к анализу более интересного с практической точки зрения самоподдерживающегося ВЧ разряда. В этом случае ионизация и в плазме и в слоях определяется самосогласованными электрическими полями и, следовательно, зависит от концентрации ионов. Можно выделить два основных механизма ионизации в приэлектродных слоях: ионизация в плазменной фазе I_1 и ионизация в фазе объемного заряда I_2 электронами, которые выбиваются из электрода за счет γ -процессов. Рассмотрим вначале случай, когда преобладает ионизация в плазменной фазе I_1 . Такой разряд называется α -разрядом. Будем считать, что условия (5.1)-(5.3) выполняются в плазме и в слое и воспользуемся Таунсендовской аппроксимацией коэффициента ионизации (4.9). Тогда:

$$I_1(x, t) = \alpha \Gamma_e = A n_e b_e E(x, t) \exp\left(-\frac{B}{E(x, t)}\right), \quad (5.39)$$

где Γ_e - поток электронов. Поскольку в плазменной фазе электрическое поле связано с концентрацией через закон Ома $j = n_e e b_e E$, выражение (5.39) можно переписать в виде

$$I_1(x, t) = A \frac{j_0}{e} \sin(\omega t) \exp\left(-\frac{n}{n_0} \frac{1}{\sin(\omega t)}\right), \quad (5.40)$$

где $n_0 = (e b_e V / j_0)^{-1}$.

В α -режиме ионная концентрация монотонно убывает от границы плазмы к электроду. Действительно, если концентрация в слое возрастет до $n > n_p$, интенсивность ионизации в соответствии с (5.40) резко уменьшится, и концентрация будет падать из-за рекомбинации и выноса ионов на электрод. Экспоненциальный рост I_1 при $n < n_p$ позволяет пренебречь рекомбинацией в слое. Очевидно, что ионизация I_1 отлична от нуля лишь в плазменной фазе и экспоненциально возрастает с ростом мгновенного значения разрядного тока. Зависимость I_1 от времени схематично показана на рис.5.6 для трех различных точек слоя. Для $x < x_0$, соответствующего $z < \pi/2$, I_1 максимальна, когда максимален разрядный ток. Это соответствует $\omega t = \pi/2$. В точке $z = \pi/2$ электроны появляются, когда поле в плазме уже максимально. Поэтому граница пика ионизации вертикальна. Конечно, в реальных условиях граница плазма-слой имеет конечную ширину (порядка дебаевского радиуса) и пик ионизации более размазан во времени. При $x > x_0$ ($z > \pi/2$) в момент максимума тока электроны отсутствуют, поэтому максимум ионизации смещается до $\omega t = z$. Из-за сильной зависимости коэффициента ионизации от электрического поля величина I_1 резко падает при $x > x_0$. Таким образом, в α -режиме основная ионизация происходит вблизи границы плазма-слой $0 < x < x_0$. При $n \gg n_0$ максимум ионизации является очень узким, поэтому можно получить выражение для среднего по времени значения I_1 , разложив показатель экспоненты вблизи максимума,

$$I_1 = \frac{A j_0}{\pi e} \sqrt{\frac{2n_0}{n}} \exp\left(\frac{-n}{n_0}\right) \operatorname{Erfc}\left[\left(z(x) - \frac{\pi}{2}\right) \sqrt{\frac{n}{2n_0}}\right], \quad x < x_0, \quad (5.41)$$

$$I_1 = \frac{A j_0}{\pi e} \sqrt{\frac{2n_0}{n}} \sqrt{\frac{\sin^3(z)}{1 + \cos^2(z)}} \exp\left(\frac{-n}{n_0 \sin(z)(1 + \cos^2(z))}\right) \operatorname{Erfc}\left[\sqrt{\frac{n \cos^2(z)}{2n_0 \sin(z)(1 + \cos^2(z))}}\right] \quad x > x_0, \quad (5.42)$$

где $\operatorname{Erfc}(x) = \int_x^\infty e^{-t^2} dt$. Выражение для средней скорости ионизации в плазме (при $x < 0$) имеет вид

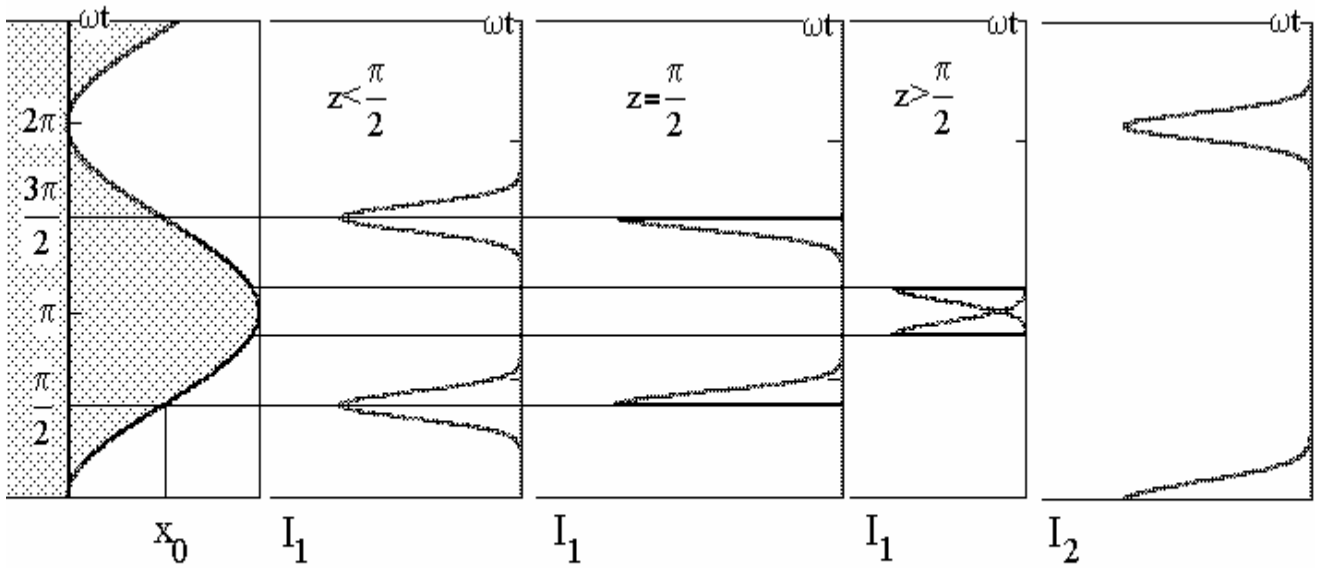


Рис.5.6

$$I_1 = \frac{A j_0}{\sqrt{\pi} e} \sqrt{\frac{2n_0}{n}} \exp\left(\frac{-n}{n_0}\right) = \frac{n_p}{\tau_p} \frac{1}{\sqrt{1-N}} \exp\left(\frac{N}{N_0}\right). \quad (5.43)$$

Здесь n_p - концентрация в однородном положительном столбе, где

$$I(n_p) = R(n_p) = \frac{n_p}{\tau}, \quad N = 1 - \frac{n}{n_p}, \quad N_0 = \frac{n_0}{n_p} \ll 1. \quad (5.44)$$

В плазме, где $V=0$, можно воспользоваться (5.27), подставить туда (5.43) и проинтегрировать. В результате получается выражение для диффузионного потока на границе слоя:

$$\Gamma(n) = -D(n_b) \frac{dn}{dx} \Big|_{x=0} = \begin{cases} n_p \sqrt{\frac{D(n_p)}{\tau_p}} \frac{N}{\sqrt{N_0}}; N \ll N_0 \\ n_p \sqrt{\frac{2D_a}{\tau_p}} N_0 \sqrt{1 - N + N_0 e^{N/N_0}}; N > N_0; D = D_a \\ n_p \sqrt{\frac{2D(n_p)}{\tau_p}} N_0 (1 - N)^{-q} e^{N/N_0}; N > N_0; D = D_{rf} \end{cases} \quad (5.45)$$

где $q=5/2$ при $(1-N) \gg N_0$ и $q=3/2$ при $(1-N) < N_0$. Однако из-за резкой зависимости ионизации от n , потоком из плазмы в большинстве случаев можно пренебречь по сравнению с ионизацией в слое.

В слое пространственного заряда можно пренебречь диффузией ионов по сравнению с их выносом на электрод в среднем электрическом поле. Кроме того, при $z < \pi/2$ из-за экспоненциальной зависимости коэффициента ионизации от N концентрация меняется плавно и здесь можно пренебречь членом $V \frac{dn}{dx}$ в (5.24). Таким образом уравнение (5.24) с учетом (5.21), (5.43) сводится к

$$4 \frac{j_0}{\omega} n b_i z \sin(z) \frac{dz}{dx} = \frac{n_p}{\tau_p} \left[\frac{1}{\sqrt{1-N}} e^{N/N_0} - (1-N)^2 \right], \quad (5.46)$$

а профиль концентрации определяется из решения системы (5.46), (5.21). При $N < N_0 \ll 1$ выражение в правой части (5.46) можно разложить, сохранив только члены порядка N/N_0 , и положив $n = n_p$ получить выражение для профиля концентрации

$$z = \arccos \left[1 - \frac{e\omega}{j_0} n_p x \right], \quad (5.47)$$

$$N = N_0 4 e b_i n_p \tau_p z. \quad (5.48)$$

Если $N_0 < N < 1 - N_0$, то в правой части (5.46) можно пренебречь рекомбинацией. В этом случае профиль концентрации имеет вид

$$N = N_0 \ln \left[4 e b_i n_p \tau_p (1 - N)^{5/2} z \right], \quad (5.49)$$

где z определяется из (5.47). При $z > \pi/2$ интенсивность ионизации I_1 резко падает. Поэтому здесь можно воспользоваться решением (5.29), (5.30), полученным для постоянного потока в слое ($I_0=0$)

$$n = \Gamma_1 \frac{\omega}{4 j_0 b_i} \frac{1}{\sin(z) - z \cos(z)}, \quad (5.50)$$

$$\frac{z}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \cos(2z) \right) - \frac{3}{8} \sin(2z) - \frac{\pi}{4} = \frac{e\omega^2 \Gamma_1}{4 j_0^2 b_i} (x - x_0), \quad (5.51)$$

где Γ_1 - величина потока при $z = \pi/2$, $x = x_0$.

Более грубую оценку для параметров слоя можно получить так же, как и для несамостоятельного разряда, если предположить, что концентрация ионов в слое n_s постоянна, $I_1=0$ при $z>\pi/2$ и определяется формулой (5.43) при $z<\pi/2$. Приравнивая усредненный поток ионов на стенку (5.36) $I_1L/2$, получаем

$$n_s = n_0 \ln \left[\frac{AB}{4\pi e} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{b_e}{b_i} \frac{1}{n_0} \left(\frac{n_0}{n_s} \right)^{5/2} \right] = n_0 \ln(\Lambda). \quad (5.52)$$

Толщина слоя определяется по формуле (5.35). Такая оценка дает значение толщины слоя, отличающееся от численного расчета на $\sim 3\%$, хотя и завышает на $\sim 60\%$ концентрацию ионов у электрода и, соответственно, их поток на электрод.

5.6 Самостоятельный γ - разряд

Концентрация плазмы, а значит, и концентрация ионов в слое, растут в α -режиме примерно пропорционально току. Поток ионов на электрод пропорционален их концентрации в слое и электрическому полю. Поле же в фазе объемного заряда пропорционально j_0 . Количество вторичных γ -электронов, пропорциональное потоку ионов, возрастает как квадрат плотности тока. Размножение вторичных электронов в слое также определяется полем в фазе пространственного заряда, так что ионизация вторичными электронами I_2 резко растет с током. При большом токе разряд переходит в γ -режим, когда доминирует I_2 . В этом режиме максимум ионизации соответствует моменту максимального удаления электронов от электрода (см. рис.5.6), когда максимально электрическое поле в слое.

Электронный поток Γ_e определяется потоком ионов на электрод $\Gamma_i(L,t) = \Gamma_1(1 + \cos(\omega t))$ и размножением вторичных электронов в слое. Таким образом, получаем выражение для I_2 , аналогичное (4.7)

$$I_2(x, t) = \alpha \gamma \Gamma_1 (1 + \cos(\omega t)) \exp \left[\int_x^L \alpha(x', t) dx' \right], \quad (5.53)$$

где $\gamma < 1$ - эффективный коэффициент ион-электронной эмиссии. Проинтегрировав (5.53) по времени и x , получаем выражение для среднего за период потока ионов в слое

$$\Gamma(x) = \frac{\gamma \Gamma_1}{\pi} \int_0^{z(x)} (1 + \cos(\omega t)) \left\{ \exp \left[\int_{x_1(t)}^L \alpha(x') dx' \right] - \exp \left[\int_x^L \alpha(x') dx' \right] \right\} d\omega t, \quad (5.54)$$

где $x_1(t)$ - положение границы электронного профиля. У электрода ($x=L$) поток должен быть равен Γ_1 . Тогда из (5.54) следует

$$\int_0^{\pi} (1 + \cos(\omega t)) \exp\left[\int_x^L \alpha(x') dx'\right] d\omega t = \frac{\pi}{\gamma} + 2. \quad (5.55)$$

Интеграл по времени (5.55) может быть взят методом перевала

$$\frac{\exp\left[\int_0^L \alpha_0 dx\right]}{\sqrt{\int_0^L \alpha_1 dx}} = \frac{\sqrt{\pi}}{\gamma} + 2\sqrt{\pi}, \quad (5.56)$$

где

$$\alpha_0 = \alpha(x,0) = A \exp\left[-\frac{B\omega}{4\pi j_0(1 - \cos(z))}\right] \quad (5.57)$$

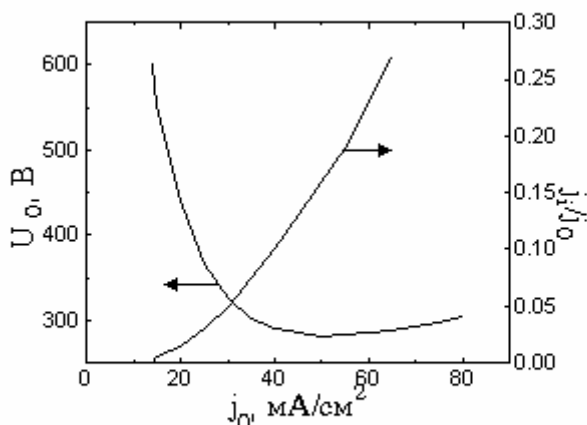
$$\alpha_1 = \left.\frac{1}{2} \frac{\partial \alpha}{\partial \cos(\omega t)}\right|_{t=0} = \alpha_0 \frac{2\pi j_0}{\omega} \frac{B\omega^2}{(4\pi j_0)^2(1 - \cos(z))^2}$$

Условие (5.56) аналогично условию (4.14) для разряда постоянного тока. Отличие заключается только в усреднении по периоду электрического поля. Отсюда можно заключить, что γ -разряд по своим свойствам должен быть похож на тлеющий разряд постоянного тока. Простейшую оценку для параметров слоя можно получить из (5.56), предположив, что концентрация в слое постоянна и равна n_s . Тогда толщина слоя L определяется уравнением, сходным с уравнением для катодного слоя (4.15)

$$\ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) = \frac{\zeta}{2} - \frac{1}{2} \ln \frac{\pi A p L}{4} + A p L [e^{-\zeta} + \zeta \text{Ei}(\zeta)], \quad (5.58)$$

где $\zeta = \frac{B p \omega}{4\pi j_0}$; $\text{Ei}(\zeta) = \int_{-\infty}^{\zeta} \frac{e^x}{x} dx$ - интегральная показательная функция.

Полученная из (5.58) вольт-амперная характеристика (ВАХ) слоя для разряда в воздухе при $p=30$ Тор приведена на рис.5.7. Там же



приведено отношение ионного тока на электрод к амплитуде тока разряда. Как и следовало ожидать, характер ВАХ приэлектродного слоя аналогичен зависимости катодного падения напряжения от плотности тока в тлеющем разряде. Следовательно, при

Рис.5.7

использовании металлических электродов должно наблюдаться явление, аналогичное установлению нормальной плотности тока. При $j < j_n$ разряд должен быть неустойчивым из-за падающей ВАХ. С ростом разрядного тока должна увеличиваться площадь поверхности электрода, которую занимает разряд, а плотность тока и падение напряжения на слоях должны оставаться постоянными и равными j_n и U_n соответственно. После того, как разряд займет всю площадь электрода, падение напряжения на слоях должно возрасти. Однако при этом резко возрастает доля тока, переносимая ионами (см. рис.5.7), и при $j_i/j \sim 1$ ($\omega\tau_i \sim 1$) приведенный выше анализ становится неверным. При $j_i > j$ разряд переходит в “низкочастотную” форму, в которой проводимость слоев имеет чисто активный характер. Явление нормальной плотности тока наблюдалось экспериментально. Расчетное значение U_n близко к наблюдаемому экспериментально напряжению $U=250$ В.

Если электрод покрыт тонким слоем диэлектрика, емкостное сопротивление которого мало, по сравнению с сопротивлением разряда, общая картина явлений не должна измениться. При использовании же распределенного емкостного балласта большой величины, который задает плотность разрядного тока на поверхности электрода, можно в принципе получить разряд при $j < j_n$.

Величину нормальной плотности тока и приэлектродного падения напряжения найдем из условия минимума зависимости $U(j)$. Для этого заменим в (5.58) L на $U_0 = 4\pi j_0 L / \omega$. Продифференцировав полученное уравнение и приравняв нулю производную dU_0/dj_0 , получаем уравнения для определения U_n, j_n :

$$\ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) = \ln\sqrt{\frac{8}{\pi}} - \frac{1}{2} \ln \frac{1 - \zeta_n}{e^{-\zeta_n} + 2\zeta_n \text{Ei}(-\zeta_n)} + \frac{1}{2} (1 - \zeta_n) \frac{e^{-\zeta_n} + \zeta_n \text{Ei}(-\zeta_n)}{e^{-\zeta_n} + 2\zeta_n \text{Ei}(-\zeta_n)}, \quad (5.59)$$

$$U_n = \frac{B}{A} \frac{1 - \zeta_n}{4\zeta_n [e^{-\zeta_n} + 2\zeta_n \text{Ei}(-\zeta_n)]}, \quad (5.60)$$

где $\zeta_n = \frac{V\omega}{8\pi j_0}$. Решение системы

(5.59), (5.60) можно записать в виде

$$j_n = \frac{Vp\omega}{8\pi} \psi_1(\gamma), \quad (5.61)$$

$$U_n = \frac{V}{A} \psi_2(\gamma), \quad (5.62)$$

где ψ_1, ψ_2 - функции, зависящие только от γ . Графики функций ψ_1, ψ_2 приведены на рис.5.8. При изменении γ от 10^{-1} до 10^{-2} ψ_1 меняется от 0.564 до 0.583;

следовательно, нормальная плотность тока практически не зависит от γ , то есть от свойств поверхности электрода. Величина приэлектродного падения напряжения возрастает при уменьшении γ , однако эти изменения невелики и составляют ~60% при изменении γ на порядок. Так же, как и в тлеющем разряде постоянного тока, величина приэлектродного падения напряжения не зависит от давления и определяется только сортом газа и электрода. Величина нормальной плотности тока прямо пропорциональна частоте приложенного поля и давлению газа. Рост давления приводит к увеличению ионного тока на электрод, который при $j=j_n$ пропорционален p^2 :

$$j_{in} = \frac{b_i(Vp)^2 Ap}{16\pi\psi_2\psi_1^3}. \quad (5.63)$$

При некоторой величине p_c плотность ионного тока превысит нормальную плотность тока и разряд перейдет в “низкочастотную” форму. Величину граничного давления p_c можно оценить из условия равенства ионного тока и тока смещения. Тогда диапазон давлений, в котором существует высокочастотный γ -разряд, будет определяться условием

$$p \leq \frac{2\omega\psi_1^2\psi_2}{(b_i p)(V/p)(A/p)}. \quad (5.64)$$

Можно показать, что условие (5.64) в точности эквивалентно следующему требованию: число ионов, выходящих за период ВЧ поля на электрод было меньше числа ионов в слое, или $\omega < 1/\tau_i$. Таким образом, в “низкочастотном” режиме концентрация ионов в слое не

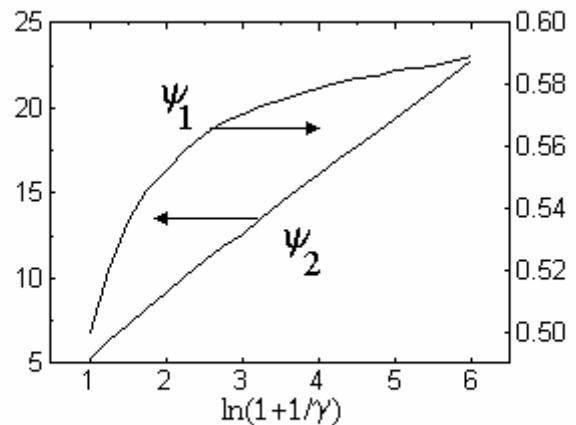


Рис.5.8

может быть постоянной, а следовательно, слой должен формироваться за времена, меньше периода ВЧ напряжения.

Для получения более точного решения (5.56) воспользуемся тем обстоятельством, что коэффициент ионизации α экспоненциально зависит от электрического поля. Величина I_2 в соответствии с (5.53) нарастает от электрода к плазме из-за экспоненциального размножения электронов, пока $E(x,0) > V$. При $E(x,0) < V$ величина α и, соответственно, I_2 резко падает. Таким образом, ионизация вторичными электронами сосредоточена в узкой области $x = \Delta$. При $x > \Delta$ можно считать, что $I_2 = 0$, поток ионов на электрод постоянен и равен Γ_1 , а профиль концентрации описывается выражениями (5.50), (5.51), полученными в предыдущем разделе. Считая Δ малым и подставляя (5.50), (5.51) и (5.57) в (5.56), получаем уравнение для определения Γ_1

$$\frac{\Gamma_0}{\Gamma_1} F(\chi) = \ln \left[\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2\gamma} + \sqrt{\pi} \right) \frac{\Gamma_0}{\Gamma_1} F_1(\chi) \right], \quad (5.65)$$

$$\text{где } \Gamma_0 = \frac{4j_0^2 b_i A p}{e \omega^2}; \quad \chi = \frac{V p \omega}{4\pi j_0};$$

$$F(\chi) = \int_0^{\pi} e^{-\frac{\chi}{1-\cos(z)}} \sin(z)(\sin(z) - z \cos(z)) dz, \quad (5.66)$$

$$F_1(\chi) = \int_0^{\pi} e^{-\frac{\chi}{1-\cos(z)}} \frac{\sin(z)(\sin(z) - z \cos(z))}{(1 - \cos(z))^2} dz. \quad (5.67)$$

Графики функций $F(\chi)$ и $F_1(\chi)$ приведены на рис.5.9. Для определения места $x = \Delta$, где сосредоточена ионизация, найдем максимум I_2 . Полагая в нулевом приближении $\alpha = \alpha_0$ и дифференцируя (5.53), получаем

$$\alpha_0^2(\Delta) = \frac{d\alpha_0}{dx} \frac{dE}{dx}. \quad (5.68)$$

Подставляя (5.50), (5.51), (5.65) в (5.68), получаем уравнение для $z_0 = z(\Delta)$:

$$\frac{(1 - \cos(z_0))^2 (\cos(z_0) - z_0 \sin(z_0))}{e^{\frac{\chi}{1-\cos(z_0)}} \cdot \chi \frac{\Gamma_1}{\Gamma_0}} = 1. \quad (5.69)$$

Положение максимума ионизации Δ по известному z_0 определяется из (5.50), (5.51).

На рис.5.10 приведено распределение концентрации ионов в слое и ионизации вторичными электронами I_2 , полученные из численного решения уравнения (5.23).

Штриховой линией показано распределение концентрации ионов, которое следует из оценок (5.65), (5.66), (5.67), а также положение максимума

концентрации Δ , определенное из (5.69), (5.50), (5.51). Отличие кон-

центрации у электрода и, соответственно, потока ионов на электрод

Γ_1 , полученных из оценок и точного решения, составляет $\sim 20\%$.

Профиль концентрации правее максимума удовлетворительно описывается (5.50), (5.51), что соответствует постоянству потока в этой части

слоя. Расстояние от электрода до максимума концентрации ($x=\Delta$), а также значение z_0 , полученные из оценок и численного расчета близки,

однако оценки дают более чем вдвое завышенное значение концентрации в максимуме ($n(\Delta)/n_p \approx 14$). Такое расхождение связано с

тем, что вблизи $x=\Delta$ нарушается предположение о постоянстве потока в слое, которое положено в основу оценок. Как видно из рис.5.1, ширина

профиля I_2 составляет $\sim 20\%$ от ширины слоя.

На рис.5.11 приведена расчетная вольт-амперная характеристика слоев высокочастотного разряда. При этом напряжение U считалось равным

$$U = \int_0^L E(x,0) dx, \quad (5.70)$$

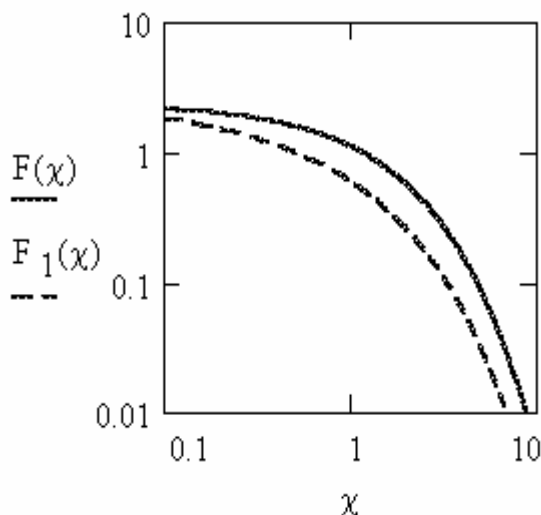


Рис.5.9

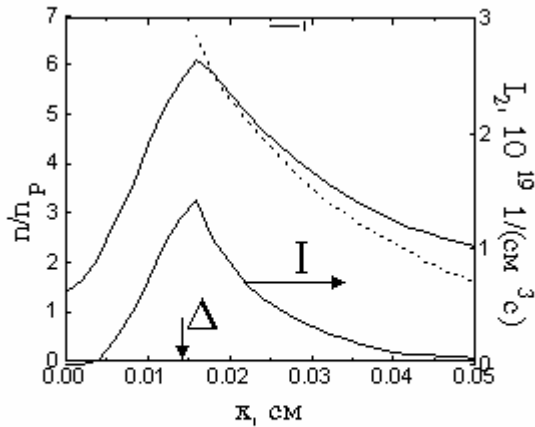


Рис.5.10

проводимость.

Вольт-амперную характеристику можно разбить на три области. Область I, где напряжение возрастает с током, соответствует α -режиму горения разряда. В этом режиме толщина слоя практически не зависит от плотности тока разряда, и концентрация ионов монотонно спадает от плазмы к электроду. Область II соответствует γ -разряду. В этом режиме основная ионизация в слое происходит за счет ионов, выбитых из электрода в фазе объемного заряда. При этом концентрация ионов в слое имеет максимум, превышающий концентрацию в положительном столбе. Концентрация ионов в слое быстро возрастает с ростом

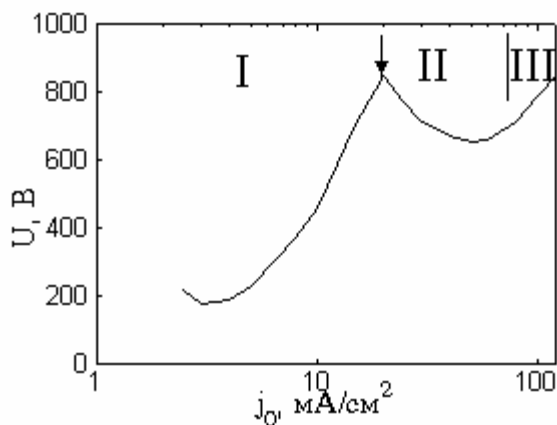


Рис.5.11

плазменной фазе и максимум концентрации смещается из слоя в

что при постоянной концентрации в слое соответствует амплитуде суммарного напряжения на двух симметричных слоях. Диапазон токов, в котором проведены расчеты, ограничен со стороны малых токов условием $\omega\tau_e \sim 1$. При этом становятся существенны токи смещения в положительном столбе разряда. Со стороны больших токов ограничения связаны с тем, что концентрация в слое сильно возрастает с j_0 . Когда в слое становится $\omega\tau_i \sim 1$, необходимо учитывать ионную

плотности тока, а толщина слоя уменьшается. Поэтому ВАХ является падающей. ВАХ в области III формируется так же, как аномальный тлеющий разряд постоянного тока. Поле в фазе объемного заряда настолько велико, что α перестает зависеть от E . Так как с ростом поля возрастает длина, на которой формируется распределение электронов, то в этой области становится существенной нелокальность, вторичные электроны создают значительную ионизацию в

плазму. При этом может формироваться Фарадеево темное пространство. Нормальная плотность тока γ -разряда соответствует минимуму на вольт-амперной характеристике. Величина ее по порядку величины соответствует наблюдавшимся экспериментально.

Рассмотрим переход от α - к γ -режиму горения разряда. При малых плотностях тока электрическое поле в слое невелико, поэтому размножением электронов, выбитых из электрода, можно пренебречь. По мере роста тока увеличивается размножение вторичных электронов. Вначале оно существенно только вблизи электрода, где максимально электрическое поле. При этом максимум I_2 находится при $x \gg \delta$, в области, где поток ионов определяется дрейфом в электрическом поле пространственного заряда, а диффузия несущественна. В результате могут образоваться профили концентрации с минимумом. Очевидно, что разряд можно считать горящим в γ -режиме, когда генерация потока ионов за счет вторичных электронов превышает генерацию в плазменной фазе. Критерий можно получить следующим образом. Считая, что $I_1 \gg I_2$, определим, используя (5.52), концентрацию ионов в слое и поток ионов на электрод Γ_1 , затем определим при каком токе размножение вторичных электронов будет достаточным для формирования этого потока Γ_1 . Для этого можно воспользоваться уравнением (5.65). Подставив (5.52) в (5.65) получаем уравнение для граничной плотности тока:

$$\frac{A B p^2 b_e}{\pi \omega \Lambda} F(\chi) = \ln \left[\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2\gamma} + \sqrt{\pi} \right) \frac{A B p^2 b_e}{\pi \omega \Lambda} \chi F_1(\chi) \right]. \quad (5.71)$$

Значение граничной плотности тока, полученное из (5.71), показано на рис.5.11 стрелкой; оно соответствует максимуму на вольт-амперной характеристике, полученной из численного расчета и, в свою очередь, совпадает по порядку величины с экспериментальной границей существования α -разряда.

Таким образом, анализ движения ионов в усредненных полях позволяет определить основные характеристики приэлектродных слоев емкостного ВЧ разряда при средних и высоких давлениях. Этот метод позволяет просто получить вольт-амперную характеристику разряда в широком диапазоне плотностей тока. Приведенные простые формулы позволяют получить оценки для параметров слоя, которые совпадают по порядку величины с результатами численных расчетов и имеющимися экспериментальными данными.

5.7Высокочастотный разряд низкого давления.

В предыдущей главе на основании усредненных по быстрым электронным движениям уравнений были проанализированы процессы в приэлектродных слоях высокочастотного разряда при средних и высоких давлениях, когда функция распределения электронов (ФРЭ) определяется локальными, мгновенными значениями электрического поля. В этом случае для расчета источников в ионном уравнении непрерывности (5.23) можно было использовать расчетные и экспериментальные данные о ФРЭ и константах ионизации, полученные для постоянного поля. В данной главе будет качественно рассмотрен ВЧ разряд низкого давления, когда время установления функции распределения электронов больше периода поля.

Будем считать, что концентрация заряженных частиц такова, что выполняются неравенства

$$\frac{1}{\tau}, \frac{1}{\tau_i} \ll \omega \ll \frac{1}{\tau_e}, \quad (5.72)$$

где в формулу для Максвелловского времени подставляется высокочастотная проводимость

$$\frac{1}{\tau_{e,i}} = \left| \frac{4\pi n_{e,i} e^2}{m_{e,i} (v_{e,i} + i\omega)} \right|.$$

При $\omega \ll v_{e,i}$ это неравенство совпадает с (5.1), а при $\omega \gg v_{e,i}$ переходит в

$$\omega_{pi} \ll \omega \ll \omega_{pe},$$

где $\omega_{pe,i} = \sqrt{4\pi n_{e,i} e^2 / m_{e,i}}$ - электронная и ионная плазменные частоты.

Неравенства (5.72) по-прежнему означают, что ионная концентрация не меняется за период, и можно пренебречь ионным током по сравнению с током смещения, а током смещения по сравнению с электронным током проводимости. Отличие только в том, что ток проводимости при низких давлениях (когда $\omega > v$) имеет сдвиг фаз относительно электрического поля. Таким образом, характер движения электронов в слоях такой же, как в разряде высокого давления. Если толщина слоя больше Дебаевского радиуса, плазма имеет резкую границу, которая совершает колебательные движения в приэлектродной области. Если длина пробега ионов меньше толщины слоя, их движение определяется усредненными электрическими полями и описывается уравнением такого же вида, как (5.24), с подвижностью, зависящей от электрического поля.

Сложнее ситуация с вычислением функции распределения электронов и, соответственно, констант ионизации. Если

$$\omega \gg kv_e \quad (5.73)$$

во всем диапазоне энергий электронов, то функция распределения электронов не успевает отслеживать изменения электрического поля. В этом случае существует постоянноточковая аналогия (3.75), то есть функция распределения такая же, как в постоянном поле, с заменой E на E_{eff} . Если неравенство (5.73) выполняется только в упругой области ($\varepsilon < \varepsilon^*$, ε - энергия электрона, ε^* - порог возбуждения), а в области неупругих ударов выполняется противоположное соотношение, “тело” функции распределения будет стационарным, в то время как “хвост” будет колебаться с удвоенной частотой электрического поля. Однако основные трудности связаны с тем, что при понижении давления длина энергетической релаксации $\lambda_\varepsilon = \lambda/\sqrt{k}$ становится сравнима и больше чем размер слоя и межэлектродное расстояние

$$\lambda_\varepsilon > L, L_0, \quad (5.74)$$

и функция распределения становится нелокальной, то есть определяется не полем в данной точке, а всем распределением электрических полей в области размером порядка λ_ε . Условие (5.74) выполняется, например, для He, начиная с $pL_0 \leq 10$ Тор см. Функция распределения электронов, даже в простейшем случае одномерного разряда между плоскими параллельными электродами, зависит от четырех переменных - времени, координаты x и двух компонент скорости v_x и v_\perp . Существенно упростить задачу можно усреднив кинетическое уравнение по области, в которой движутся электроны, как это сделано в разделе 3.7. При этом электрическое поле в плазме, так же как и в слое, можно разделить на постоянную и колебательную составляющие. Постоянная составляющая электрического поля в плазме (в положительном столбе и в слое в плазменной фазе) выравнивает потоки электронов и ионов, обеспечивая квазинейтральность. Переменная составляющая обеспечивает перенос тока и нагрев электронов.

Предположим для простоты, что концентрация в положительном столбе и слое постоянна и равна n_p и n_s , соответственно. На рис.5.12,б схематично показан такой профиль ионной концентрации. Этому профилю концентрации соответствует ступенчатое распределение медленно меняющегося “амбиполярного” потенциала в плазме и в слое в плазменной фазе (см. рис.5.12,в). В слое пространственного заряда электрическое поле значительно больше, чем в плазме, поэтому скачок потенциала на границах плазма-слой показан вертикальными линиями.

Положение этих границ меняется, как показано на рис.5.12,а. При выполнении условия (5.74) электроны движутся между потенциальными барьерами с сохранением полной

$$\text{энергии } \varepsilon = \frac{1}{2} m_e v_e^2 + e\phi.$$

Кинетическое уравнение для симметричной части функции распределения f_0 в этом случае можно записать в том же виде, что и для локального приближения:

$$\frac{d}{d\varepsilon} \left[\langle v D_\varepsilon(\varepsilon) \rangle \frac{df_0(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right] = \langle v v^*(\varepsilon) \rangle f_0(\varepsilon), \quad (5.75)$$

где D_ε - коэффициент диффузии по энергии. При $\omega < v$ величина его равна

$$D_\varepsilon = \frac{1}{3} \frac{e^2 \cdot E_{rms}^2(x) \cdot v^2}{v}, \quad (5.76)$$

Знак $\langle \rangle$ означает усреднение по времени и сечению разряда:

$$\langle D(\varepsilon) \rangle = \frac{\omega}{2\pi L_0} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega} x_+(\varepsilon, t)} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega} x_-(\varepsilon, t)} D(\varepsilon - e\phi(x)) dx dt, \quad (5.77)$$

где x_- и x_+ - границы области, доступной электрону с энергией ε (см.

рис.5.12).

Для электронов с энергией меньше амбиполярного потенциала на границе слоя $e\phi$ эти границы стационарны, а для $\varepsilon > e\phi$ - положение границ зависит от времени. Для электронов большой энергии границы всегда соответствуют границам плазма-слой. Возбуждение (и ионизацию) могут производить только электроны, имеющие энергию, превышающую порог ε^* . Поскольку кинетическая энергия электронов максимальна в центре разряда, а функция распределения быстро спадает при $\varepsilon > \varepsilon^*$, возбуждение и ионизация сосредоточены в центральной части разряда, хотя электрическое поле в этой области минимально. В слоях же, где максимально электрическое поле,

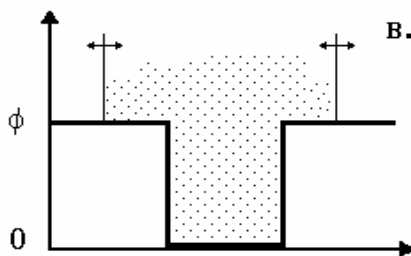
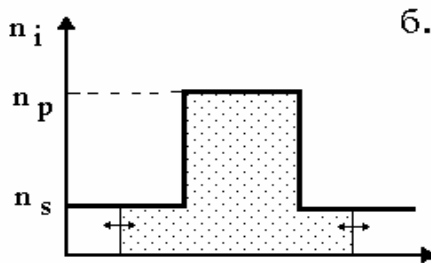
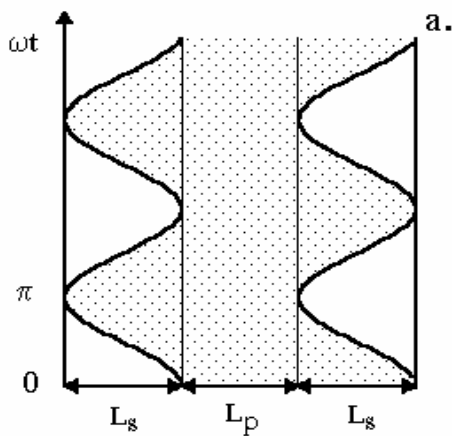


Рис.5.12

ионизация отсутствует, поэтому концентрация в них, в отличие от разряда высокого давления, значительно меньше, чем в плазме. Для постоянной концентрации ионов в слое и плазме выполняются выведенные в разделе 5.2 соотношения

$$\frac{2j_0}{\omega} = n_s e L,$$

среднее значение электрического поля у электрода $4\pi j_0/\omega$, а постоянная составляющая напряжения на слое

$$U_0 = \frac{3}{2} \pi \frac{j_0}{\omega} L.$$

Таким образом, все основные параметры слоя можно рассчитать зная концентрацию ионов в нем. Величина n_s определяется балансом ионов в слое. Как уже отмечалось выше ионизация плазменными электронами происходит в области минимальной потенциальной энергии электронов и поэтому в слое незначительна. Ионизация γ -электронами, выбитыми из электрода, при выполнении условия (5.74) незначительна во всем объеме, так как эти электроны набирают в слое большую энергию и не удерживаются в плазме постоянным потенциалом, а их длина пробега по отношению к потерям энергии значительно больше зазора. Следовательно, в разряде низкого давления ионизация в слоях отсутствует, и ионы поступают туда из плазмы за счет амбиполярной диффузии. Высокочастотной диффузией в разрядах низкого давления можно пренебречь. Поток ионов из плазмы

$$\Gamma \cong n_p \frac{D_a}{\Lambda} \quad (5.78)$$

должен быть равен потоку ионов в слое

$$\Gamma \cong n_s \sqrt{\frac{\sqrt{2e\lambda_i}}{m_i} \frac{4\pi j_0}{\omega}}. \quad (5.79)$$

Здесь Λ - диффузионная длина ($\Lambda \cong L_0/\pi$ для плоского промежутка при $L_0 \gg L$); λ_i - длина свободного пробега ионов. Предполагается, что размер слоя больше длины пробега ионов, а электрическое поле достаточно велико, так что $eE\lambda_i > T_i$. Электрическое поле в плазме E_p и в слое (в плазменной фазе) E_s связано с концентрацией через закон Ома

$$j_0 = eb_e n_p E_p = eb_e n_s E_s. \quad (5.80)$$

Переменная составляющая электрического поля в плазме обеспечивает нагрев электронов и ионизацию, поэтому ее величина задается балансом числа частиц в разряде. Набор энергии электронами

определяется усредненным по пространству и времени коэффициентом диффузии по энергии (5.77). При однородном распределении концентрации в плазме и слое в симметричном разряде он будет определяться формулой (5.76) с электрическим полем

$$\langle E^2 \rangle = \frac{1}{2} \left[\frac{L_0 - 2L}{L_0} E_p^2 + \frac{L}{L_0} E_s^2 \right] \cong \frac{1}{2} \frac{L}{L_0} E_s^2. \quad (5.81)$$

Определенное таким образом эффективное электрическое поле можно использовать для оценок частоты ионизации в разряде, например используя аппроксимацию коэффициента Таунсенда:

$$v_i = A p b e \sqrt{\langle E^2 \rangle} e^{-\frac{V_p}{\sqrt{\langle E^2 \rangle}}}. \quad (5.82)$$

Приравнявая частоту ионизации (5.82) среднему обратному времени жизни заряженных частиц

$$\frac{1}{\tau} = \frac{D_a}{L^2}$$

и подставляя (5.81), (5.80) получаем уравнение для определения толщины слоя

$$L = \left\{ \frac{2\sqrt{2} V_p b e \sqrt{L_0}}{\omega \ln \left[\frac{A p \omega (L L_0)^{3/2}}{2\sqrt{2} \pi^2 D_a} \right]} \right\}^{2/3}. \quad (5.83)$$

Из (5.83) следует, что толщина слоя не зависит от плотности тока и очень слабо (логарифмически) зависит от давления. Увеличение частоты, как и следовало ожидать, приводит к уменьшению толщины слоя.

Если толщина слоя меньше длины пробега электронов $L \ll \lambda_e$, а для $\omega > \nu$ это условие выполняется всегда, определяющим является так называемый стохастический механизм нагрева электронов при столкновениях с границей слоя. Механизм этого нагрева заключается в том, что при столкновении со стенкой, движущейся навстречу, электрон приобретает от нее энергию, а при столкновении с удаляющейся стенкой - отдает. В среднем получается диффузия по энергии с коэффициентом диффузии

$$D_\varepsilon = \frac{m^2}{8L_0} \left(\frac{\omega L}{2} \right)^2 v^3. \quad (5.84)$$

Сравнивая (5.76) и (5.84) можно ввести эквивалентное среднее электрическое поле для этого случая

$$\langle E_{\text{eff}}^2 \rangle = \frac{3}{8} \frac{m^2}{L_0} \left(\frac{\omega L}{2e} \right)^3 \frac{v^2}{\lambda} = \frac{9}{8} \frac{mT_e}{L_0 \lambda} \left(\frac{\omega L}{2e} \right)^3. \quad (5.85)$$

Подставляя (5.85) в (5.82), получаем уравнение для определения толщины слоя, аналогичное (5.83)

$$L = \frac{2e}{\omega} \left(\frac{8\lambda L_0}{9mT_e} \right)^{1/3} \left\{ \frac{Bp}{\ln \left[\frac{A_p b_e}{\pi^2 D_a} \sqrt{\frac{9}{8} \frac{mT_e}{\lambda} \left(\frac{\omega L L_0}{2e} \right)^{3/2}} \right]} \right\}^{2/3}. \quad (5.86)$$

Следовательно, при любом механизме нагрева электронов в слое толщина слоя не зависит от разрядного тока. Концентрация ионов в слое пропорциональна плотности разрядного тока, так как она связана с толщиной слоя и с полем в фазе пространственного заряда уравнением Пуассона. Концентрация в положительном столбе определяется из равенства потоков, и в случае, когда направленная скорость ионов пропорциональна корню квадратному из электрического поля (5.79), пропорциональна $j_0^{3/2}$. Если поле в слое невелико, так что направленная скорость ионов пропорциональна E , концентрация плазмы в положительном столбе возрастает пропорционально квадрату плотности тока.

Протекание ионного тока приводит к выделению дополнительной мощности в слое

$$W_s = U_0 e \Gamma_i = 3\pi \sqrt{\frac{4\pi \sqrt{2e} \lambda_i}{m_i}} \left(\frac{j_0}{\omega} \right)^{5/2}, \quad (5.87)$$

которая быстро возрастает с ростом плотности тока. При большой плотности тока W_s превышает мощность, вкладываемую в электроны.

Таким образом, приведенные рассуждения и оценки показывают, что ВЧ разряд низкого давления, в котором существенны эффекты, связанные с нелокальностью функции распределения электронов, существенно отличается по своим свойствам от разряда постоянного тока и ВЧ разряда высокого давления. Хотя нагрев электронов (как

столкновительный, так и стохастический) происходит, в основном, в слоях, ионизация происходит в центре плазменного столба. В результате, в отличие от разряда постоянного тока и ВЧ разряда высокого давления, где балансом частиц задается величина электрического поля в положительном столбе, а концентрация в нем пропорциональна току, в ВЧ разряде низкого давления заданным является поле в слоях в плазменной фазе, концентрация в слое пропорциональна плотности тока, в то время как концентрация в положительном столбе возрастает значительно быстрее (пропорционально $j_0^{3/2}$ или j_0^2). При больших плотностях тока основная часть мощности идет на ускорение ионов, бомбардирующих электрод.

Список литературы

1. Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров И.Е. Основы физики плазмы. М.: Атомиздат, 1977.
2. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1987.
3. Райзер Ю.П., Шнейдер М.Н., Яценко Н.А. Высокочастотный емкостной разряд. М.: Наука, 1995.
4. Велихов Е.П., Ковалев А.С., Рахимов А.Т. Физические явления в газоразрядной плазме. М.: Наука, 1987.
5. Смирнов Б.М. Введение в физику плазмы. М.: Наука, 1982.
6. Смирнов Б.М. Физика слабоионизованного газа. М.: Наука, 1978.
7. Митчнер М., Крюгер Ч. Частично ионизованные газы. М.: Мир, 1976.
8. Энгель А., Штеенбек М. Физика и техника электрического разряда в газах. М.: -Л.: ОНТИ НКТП, 1936.
9. Грановский В.Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток. М.: Наука, 1971.
10. Браун С. Элементарные процессы в плазме газового разряда. М.: Наука, 1961.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Введение	3
2. Положительный столб тлеющего разряда	4
2.1. Структура и основные свойства тлеющего разряда	4
2.2. Теория однородного положительного столба в диффузионном режиме	6
3. Кинетическое описание плазмы положительного столба	12
3.1. Кинетическое уравнение Больцмана	12
3.2. Кинетическое уравнение для электронов в электрическом поле в f_0, f_1 - приближении.	13
3.3. Интеграл упругих столкновений электронов с нейтральными частицами.	15
3.4. Примеры решения кинетического уравнения в случае преобладания упругих столкновений.	17

3.4.1. Частота столкновений не зависит от скорости18
3.4.2. Сечение столкновений не зависит от скорости	18
3.5. Интеграл неупругих столкновений электронов с нейтральными частицами.	19
3.6. Решение кинетического уравнения в случае преобладания неупругих столкновений. Приближение черной стенки	21
3.6.1. Частота столкновений не зависит от скорости	22
3.6.2. Сечение столкновений не зависит от скорости.	23
3.6.3. Сечение столкновений пропорционально энергии.	23
3.6.4. Вычисление числа неупругих ударов	23
3.6.5. Решение кинетического уравнения в области III, где существенны неупругие столкновения.	24
3.7. Понятие о нелокальности функции распределения	25
3.8. Функция распределения в переменных полях	28
4. Катодная область тлеющего разряда постоянного тока	31
4.1. Некоторые экспериментальные данные о катодном слое тлеющего разряда.	31
4.2. Процессы на поверхности холодного катода	31
4.3. Теория приэлектродного слоя тлеющего разряда постоянного тока	33
5. Высокочастотный разряд.	39
5.1. Классификация высокочастотных разрядов	39
5.2. Протекание тока в высокочастотном емкостном разряде, приэлектродные слои	40
5.3. Уравнение движения ионов в усредненных полях. Высокочастотная диффузия.	42
5.4. Несамостоятельный высокочастотный разряд	45
5.5. Самостоятельный α - разряд	48
5.6. Самостоятельный γ - разряд	52
5.7. Высокочастотный разряд низкого давления	60
Список литературы	66

СМИРНОВ Александр Сергеевич

ПРИКЛАДНАЯ ФИЗИКА

ФИЗИКА ГАЗОВОГО РАЗРЯДА

Учебное пособие

Редактор *О.К.Чеботарева*
Технический редактор *А.И.Колодяжная*
Свод. темплан 1997 г.
Лицензия ЛР № 020593 от 09.07.92

Подписано в печать	Формат 60×84/16	
Печать офсетная	Усл.печ.л.	Уч.-изд.л.
Тираж		
Заказ	С 159	

Санкт-Петербургский государственный технический университет.
Издательство СПбГТУ
Адрес университета и издательства: 195251, Санкт-Петербург,
Политехническая, 29