

На правах рукописи

ЧИРКОВ
Александр Георгиевич

**АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ
ЧАСТИЦ И КВАНТОВЫХ СИСТЕМ С ВНЕШНИМИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ
ПОЛЯМИ.**

Специальность 01.04.04 – физическая электроника

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Санкт-Петербург
2002

Работа выполнена в Санкт-Петербургском государственном
техническом университете.

Официальные оппоненты : доктор физико-математических наук,
профессор Быков А.М.

наук, доктор физико-математических

профессор Голиков Ю.К.

наук, доктор физико-математических

профессор Эйдельман Е.Д.

Ведущая организация: Главная астрономическая
обсерватория (Пулково) РАН

Защита состоится 2002 г. в 16 часов на заседании
диссертационного совета Д.212.229.01 Санкт-Петербургского
государственного технического университета по адресу: 195251,
Санкт-Петербург, Политехническая ул. 29, в аудитории 265 II
учебного корпуса.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке СПбГТУ.

Автореферат разослан 2002 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

Водоватов И.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ.

Актуальность темы. Предлагаемая диссертационная работа посвящена созданию последовательной асимптотической канонической теории взаимодействия заряженных частиц и нерелятивистских квантовых систем с внешними электромагнитными полями, являющейся источником новых теоретических моделей для физической электроники и, особенно для её подраздела – корпускулярной оптики. В работе также решается ряд точных задач, связанных с указанными проблемами: впервые корректно вычислено гиромагнитное отношение для электрона в рамках классической физики; рассмотрен вопрос о физических причинах возникновения эффекта Ааронова-Бома, получены новые правила квантования и обобщение уравнения Шредингера для классических систем с не плоским фазовым пространством. Кроме того, рассматривается приложение полученных результатов к задаче о взаимодействии быстрых заряженных частиц с фронтами бесстолкновительных магнитогидродинамических (МГД) ударных волн, возникающих в различных радиофизических и электроннооптических нестационарных системах и, как обобщение, в космической плазме. В заключение работы решена задача об устойчивости точного резонанса в квантовых стандартах частоты и магнитометрах при возбуждении когерентности гармоническим резонансным полем.

Изучение движения отдельных заряженных частиц в электромагнитных полях – одна из самых фундаментальных задач физики. Соответствующие исследования важны для понимания процессов в электронных приборах, ускорителях, термоядерных установках, в различных астрофизических ситуациях и т. п. Однако существующие теоретические исследования не охватывают целого ряда важных классов электромагнитных полей. В настоящее время наиболее широко изучено движение частицы в

медленно меняющихся в пространстве и во времени слабом электрическом и сильном магнитном полях. Но и в этой области отсутствовала последовательная каноническая процедура разделения движений, позволяющая использовать аналитические методы современной механики.

Класс точно решаемых задач зачастую оказывается слишком узким для анализа многих случаев возникающих в конкретных ситуациях, и в настоящее время весьма актуальными становятся приближенные методы их решения. Одним из таких методов является метод усреднения Крылова-Боголюбова (и его многочисленные развития), который позволяет существенно упростить анализ уравнений и исследование физических процессов. Канонические (гамильтоновы) системы занимают особое место в математике, механике и физике, поэтому вполне естественным является построение для них отдельной асимптотической теории возмущений, использующей преимущества гамильтонова формализма, т.е. аппарата канонических замен переменных. Именно для таких систем математиками и механиками были разработаны наиболее эффективные методы исследования. Существующие в нерелятивистской квантовой механике теории возмущений Рэлея-Шредингера и Дирака были развиты, по существу, в начале XX века и не могли учесть эти достижения. Поэтому возможность переноса современных методов классической теории нелинейных колебаний в квантовую механику, несомненно, является актуальной.

Исследования в области гравитации и вращения Земли, в радиоинтерферо-метрических экспериментах со сверхдлинной базой, задачи точной наземной и космической навигации различного назначения, а также изучение динамики геомагнитных градиентов на длинной базе для прогнозирования землетрясений требуют от стандартов частоты (времени) и квантовых магнитометров увеличения абсолютной точности и стабильности, кратковременной и долговременной. Актуальность этих задач подчеркивается

интенсивностью проводимых исследований в этих областях и сложностью разработок при создании квантовых устройств такого типа во многих странах мира. Несмотря на большое количество работ по исследованию квантовых устройств, включая сложные и экзотические типа "ионных ловушек", "фонтана", с использованием техники лазерного охлаждения, к настоящему времени достигнута лишь высокая кратковременная относительная стабильность частоты. Однако достижение высокой долговременной стабильности остается проблемой—наблюдается дрейф частоты, неустранимый и непредсказуемый по знаку и величине, природа которого до сих пор не известна. Не лишены уходов частоты и групповые стандарты, укомплектованные несколькими десятками высокоточных стандартов различного типа. Уходы таких групповых стандартов за год могут составлять несколько микросекунд и более. Экспериментальные исследования стабильности стандартов частоты, проведенные в последнее время с применением компьютерного слежения за центром резонанса с предельной точностью в совокупности с жесткой стабилизацией всех параметров квантовой системы и устройства в целом, всё же показывают наличие долговременного дрейфа номинала частоты стандарта. Результаты существующих теоретических работ, посвященных рассмотрению взаимодействия двухуровневой системы с линейно-поляризованным слабым полем, которое и реализуется в рассматриваемых квантовых устройствах, приводят, в основном, к одному выводу—при резонансе к частоте невозмущенного атомного перехода прибавляется малая поправка—постоянная составляющая второго порядка по амплитуде поля возмущения, известная как сдвиг Блоха-Зигерта. Таким образом, необходимо теоретическое исследование указанной проблемы с целью выяснения возможных причин долговременного дрейфа.

Цель работы—построение новой асимптотической теории для динамических переменных заряженной частицы, движущейся в заданных

сильно неоднородных и быстро переменных электромагнитных полях; построение гамильтоновой формы эволюционных уравнений движения заряженной частицы в слабо неоднородном магнитном поле и доказательство их полной интегрируемости; выяснение роли потенциалов нулевого поля в классической электродинамике и в эффекте Ааронова-Бома; вывод правил квантования и обобщенного уравнения Шредингера для классических систем с не плоским фазовым пространством; построение канонической асимптотической теории возмущений в нерелятивистской квантовой механике; исследование условий точного резонанса и его устойчивости в квантовых стандартах частоты и магнитометрах при возбуждении когерентности гармоническим внешним полем.

Новизна результатов, полученных в работе, заключается в том, что **впервые**:

-проведено асимптотическое преобразование уравнений движения релятивистской и нерелятивистской заряженной частицы в сильно неоднородных электрическом и магнитном полях специальной геометрии. Указаны новые адиабатические инварианты. Установлена гамильтоновость системы эволюционных уравнений;

-получены эволюционные уравнения и указаны адиабатические инварианты для различных случаев движения нерелятивистской частицы в сильно неоднородных “возмущенных” аксиально-симметричных полях;

-вычислены изменения энергии при прохождении частицей фронта бесстолкновительной МГД-ударной волны конечной толщины и отражении от него. Показано, что изменение энергии частицы при прохождении через фронт не зависит от конкретной структуры поля на фронте;

-рассмотрена одномерная модель ускорения заряженных частиц сходящимися бесстолкновительными МГД – ударными волнами. Показано, что

при характерных для межпланетных ударных волн параметрах кинетическая энергия быстрых частиц возрастает приблизительно на порядок;

-методом канонического усреднения вычислены высшие приближения в задаче о движении заряженной частицы в поле бесстолкновительной МГД – ударной волны конечной толщины;

-корректно вычислены высшие приближения в задаче о движении заряженной частицы в быстро осциллирующем электромагнитном поле, указана методика построения высших приближений, приводящая либо к эволюционным уравнениям движения материальной точки, либо к уравнениям Гамильтона;

-с точностью до членов порядка малого параметра получена функция Гамильтона заряженной частицы в слабо неоднородном магнитном поле. Составлены уравнения движения, усредненные по быстрой фазе. Показано, что эти уравнения интегрируются в квадратурах;

-показано, что необходимым условием существования эффекта Ааронова-Бома является присутствие в общей структуре электромагнитных потенциалов потенциалов нулевого поля. Предложен эксперимент, который с помощью нестационарного эффекта Ааронова – Бома позволит обнаружить новую информацию, переносимую электромагнитными волнами.

-вычислено правильное гиромагнитное отношение в рамках классической физики;

-получены новые правила квантования классических систем, обобщающие традиционные и переходящие в них в случае существования перехода к декартовым координатам. Найдено уравнение, обобщающее уравнение Шредингера на произвольные натуральные системы. Принцип минимальной связи (сильный принцип эквивалентности) позволяет распространить это уравнение на произвольные искривленные пространства;

-на основе представления нестационарного уравнения Шредингера в форме классической гамильтоновой системы построена каноническая асимптотическая теория возмущений, позволяющая проводить расчет классических и квантовых эффектов по одним и тем же формулам. В нестационарном случае построено пост адиабатическое приближение и указана методика построения следующих приближений. Приведена асимптотическая оценка близости точного и приближенного решений. Из этого сравнения видно, что построенные в этой работе приближения справедливы на асимптотически больших временах;

-установлено существование поправки первого порядка по амплитуде поля возмущения к резонансной частоте двухуровневой системы, взаимодействующей со слабым переменным гармоническим полем. Получены необходимые и достаточные условия точного резонанса, отличающиеся от общепринятых и актуальные для прецизионных стандартов частоты и квантовых магнитометров. При нулевой расстройке установлены достаточные условия реализации стационарного режима колебаний. При невыполнении достаточных условий резонанса в квантовых стандартах частоты и магнитометрах имеет место режим колебаний с принципиально неустранимой неустойчивостью, что выражается в дрейфе и долгопериодических вариациях во времени резонансной частоты.

Достоверность полученных результатов гарантируется корректным применением строго обоснованных математических методов динамики заряженных частиц, а также анализом тех частных случаев, когда полученные результаты переходят в уже известные.

Научная и практическая значимость. Исследования, изложенные в диссертационной работе, существенно развивают теорию движения заряженных частиц в электромагнитных полях благодаря решению ряда новых задач, а также уточняют и совершенствуют методику применения

асимптотических методов в этой теории. Результаты работы могут быть использованы при анализе и разработке новых электронных приборов, различных систем удержания плазмы, в астрофизике. С помощью полученных результатов проведено исследование практически важного случая ускорения энергичных частиц полем МГД-ударной волны конечной толщины. Построенная каноническая теория возмущений позволяет по единым простым формулам рассчитывать как классические, так и все квантовые эффекты, что впервые позволило построить пост адиабатическое приближение в квантовой механике. Кроме того, она имеет более широкую область применимости. Результаты решения задачи об условиях точного резонанса и его устойчивости в квантовых стандартах частоты и магнитометрах при возбуждении когерентности гармоническим резонансным полем открывают возможность оценки и прогноза величин дрейфа и долгопериодических вариаций метрологических стандартов частоты и квантовых магнитометров (а также других квантовых устройств, например, кольцевых лазеров). В настоящее время полученные результаты используются в учебном процессе в СПбГТУ.

На защиту выносятся следующие результаты:

1. Асимптотическое преобразование уравнений движения заряженной частицы в скрещенных сильно неоднородных электрическом и магнитном полях.
2. Гамильтонова структура эволюционных уравнений и новый адиабатический инвариант.
3. Изменение энергии при прохождении частицей фронта бесстолкновительной МГД-ударной волны конечной толщины и отражении от нее. Независимость изменения энергии частицы при переходе через фронт от конкретной структуры поля на фронте.
4. Правила квантования произвольных натуральных систем и обобщение уравнения Шредингера для них.

5. Пост адиабатическое приближение в нерелятивистской квантовой механике.

6. Необходимые и достаточные условия существования устойчивого резонансного режима в квантовых стандартах частоты и магнитометрах при возбуждении когерентности гармоническим резонансным полем.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на Седьмом Европейском симпозиуме по космическим лучам (Ленинград,1980),на рабочем совещании по ускорению частиц ударными волнами (ФРГ, Линдау,1980), 17-й международной конференции по космическим лучам (Париж,1981), Пятом Всесоюзном съезде по теоретической и прикладной механике (Алма-Ата,1981), на научно-технической конференции “Ученые ЛПИ-ускорению научно-технического прогресса” (Ленинград,1982), на III Всероссийской научно-технической конференции “Фундаментальные исследования в технических университетах» (Санкт-Петербург,1999), на международном симпозиуме HYPOTHESIS III (Hydrogen Power,Theoretical and Engineering Solutions,International Symposium-ST-PETER.,1999), на IV Международной конференции по проблемам физической метрологии “ФИЗМЕТ 2000” (Санкт-Петербург,2000),на XXVII и XXVIII международных школах ученых-механиков “Анализ и синтез нелинейных колебательных механических систем” (Санкт-Петербург,1999 и 2000), V Всероссийской научно-технической конференции “Фундаментальные исследования в технических университетах» (Санкт-Петербург,2001), на международной конференции “SPAS – The St. Petersburg Academy of Science on Strength problems” (St. Pet., 12 – 17 June 2001), на семинаре лаборатории оптических явлений в твердых телах ФТИ им. А.Ф.Иоффе РАН (Санкт-Петербург, 2001), на семинаре лаборатории сегнетоэлектричества и магнетизма ФТИ им. А.Ф.Иоффе РАН (Санкт-Петербург,2001), на совете отделения полупроводников и

диэлектриков ФТИ им. А.Ф.Иоффе РАН (Санкт-Петербург, 2001), на научных семинарах кафедры теоретической физики СПбГТУ.

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 28 печатных работ.

Объем работы. Диссертационная работа изложена на 338 страницах машинописного текста. Библиография содержит 186 наименований.

Структура диссертационной работы. Работа состоит из введения, одиннадцати глав и заключения.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении указаны работы, близкие по теме к диссертационной, дается обоснование актуальности темы, формулируется цель и излагается краткое содержание работы.

В первой главе рассмотрена задача о движении релятивистской заряженной частицы в заданных сильно неоднородных электрическом и магнитном полях; при этом в отличие от существующей теории допускается не малая напряженность электрического поля. Рассматриваемая в настоящей работе геометрия электрического и магнитного полей представляет интерес по следующим причинам. Во-первых, это первый нетривиальный случай движения релятивистской частицы в сильно неоднородных полях, когда удалось провести разделение движений. Во-вторых, он важен для ряда задач астрофизики, где электромагнитное поле на фронтах бесстолкновительных МГД-ударных волн оказывается частным случаем поля, рассмотренного в диссертационной работе. Кроме того, в этой задаче имеются особенности. Одна из них состоит в том, что в обычной теории адиабатических инвариантов члены, возмущающие гамильтонову систему, являются функциями медленного времени $\tau = \varepsilon t$. В нашем же случае возмущающие члены сами должны определяться путем

решения системы уравнений в стандартной форме. Кроме того, при рассмотренной конфигурации поля интерес представляет и задача для слабо неоднородного поля, поскольку основной вывод существующей адиабатической теории о сохранении поперечного адиабатического инварианта в данном случае тривиален и необходимо вычислить следующее приближение асимптотического метода.

Исходная система уравнений не является системой с одной быстрой фазой и не сводится к ней известной заменой переменных, применяемой в существующей теории движения частицы в слабо неоднородном поле. Поэтому оказались необходимыми новые способы преобразования уравнений движения.

В первой главе указывается новый адиабатический инвариант, отличный от известного поперечного адиабатического инварианта и переходящий в него в случае слабой неоднородности поля. Приведены эволюционные (дрейфовые) уравнения медленных движений частицы, которые оказываются гамильтоновыми. Полученный эффективный потенциал имеет нелокальный характер и позволяет провести сравнение задач о движении заряженной частицы в сильно и слабо неоднородных полях. Рассмотрены также условия прохождения частицы через область сильной неоднородности поля, условия отражения и изменение энергии.

Во второй главе рассматривается задача о движении нерелятивистской заряженной частицы в сильно неоднородных электрическом и магнитном полях. Для нерелятивистской частицы решение задачи предыдущей главы и анализ результатов значительно упрощаются, причем все нужные соотношения могут быть получены предельным переходом из соответствующих соотношений первой главы. Однако решение задачи для нерелятивистского случая проще и нагляднее, чем для релятивистского. Кроме того, результаты, относящиеся к нерелятивистскому случаю, существенно используются и конкретизируются в связи с приложениями к физически важному случаю

движения заряженной частицы в поле МГД-ударной волны, рассмотренному в третьей главе. По этой причине решение нерелятивистской задачи в основном приводится заново.

Далее в этой главе с помощью методов, развитых в предыдущей, рассматриваются некоторые задачи о движении нерелятивистской частицы в возмущенном аксиально-симметричном поле. В результате анализа этих задач построены новые адиабатические инварианты для некоторых конкретных геометрий магнитного поля, а также приведены эволюционные уравнения движения.

В третьей главе на примере взаимодействия быстрой заряженной частицы с фронтом бесстолкновительной МГД-ударной волны показано применение теории, развитой в предыдущих главах.

В настоящей диссертационной работе рассмотрено ускорение быстрых частиц в результате действия регулярного электрического поля межпланетной бесстолкновительной МГД-ударной волны произвольной толщины, т. е. при произвольном соотношении между характерным масштабом изменения поля на фронте ударной волны и гирорадиусом частицы. Электромагнитное поле на фронте ударной волны (в системе покоя фронта) является частным случаем рассмотренного в предыдущих главах, что позволяет применить полученные в них результаты в полном объеме.

В п. 3. 2 рассмотрено взаимодействие быстрой частицы с фронтом МГД-ударной волны бесконечно малой толщины. Новое рассмотрение этой известной задачи позволяет провести сравнение развитых методов с прежними и, кроме того, полезно, поскольку случай поля в виде "ступеньки" единственный, для которого удается получить явные аналитические выражения.

Далее впервые с помощью строгих методов решается задача о взаимодействии частицы с фронтом бесстолкновительной МГД-ударной волны конечной толщины.

Вычислены изменения энергии при прохождении частицей фронта и отражении от него. В общем виде условие отражения через отношение полей в области перед фронтом и за ним выразить аналитически не удастся. Это возможно сделать только для частиц, отражающихся в области однородности поля за фронтом. Для поперечной ударной волны приведено сравнение аналитических результатов с численными, представленными в работе М. Е. Пессеса.

В случае взрывной ударной волны за областью фронта, где поле изменяется резко, следует волна разрежения, в которой поле, медленно меняясь, возвращается к невозмущенному значению. Задача о движении частицы в области волны разрежения относится к случаю, когда характерный масштаб изменения поля много больше гирорадиуса частицы. Решение этой задачи, охватываемой адиабатической теорией движения в слабо неоднородных полях, в общем случае известно достаточно хорошо. Тем не менее, она рассматривается заново по следующим причинам.

В настоящей диссертационной работе система исходных уравнений записана в безразмерной форме, что позволяет ввести малый параметр. Кроме того, рассматриваемые уравнения приводятся не к системе с одной быстрой фазой, а к системе в стандартной форме Крылова-Боголюбова, усреднение которой проводится более просто. При этом уравнения в стандартной форме записаны относительно переменных, которые наиболее близки к изучаемому здесь случаю ускорения заряженных частиц и в такой форме ранее не рассматривались. Наконец, при рассматриваемой частной геометрии поля конечные результаты упрощаются, что позволяет обнаружить ранее неизвестные особенности движения заряженной частицы в медленно

меняющемся поле. Как видно из эволюционных уравнений, в том случае, когда угол наклона поля мал, скорость дрейфа частицы становится на порядок меньше, чем в общем случае. При этом, однако, решения эволюционных уравнений близки к решениям исходной системы на безразмерных временах $t \propto 1/\varepsilon^2$, а не $1/\varepsilon$, как было бы в общем случае. В свою очередь, этот результат приводит к тому, что в рассматриваемой геометрии поля изменение кинетической энергии частицы будет величиной "нулевого" порядка, причем в силу сохранения адиабатического инварианта полное изменение энергии при прохождении частицей ударного фронта и волны разрежения будет равно нулю. Новым является также и установление того факта, что поперечный адиабатический инвариант сохраняется с точностью до членов второго порядка. В общем случае этот результат справедлив только при равенстве продольной скорости нулю во все время движения.

Далее рассмотрена задача о влиянии мелкомасштабных неоднородностей на движение заряженной частицы через фронт МГД-ударной волны конечной толщины. Показано, что для пролетных частиц влияние неоднородностей сводится только к изменению времени прохождения области неоднородности. Этот результат позволяет объяснить неизвестный ранее факт отсутствия влияния осцилляторной структуры фронта бесстолкновительной ударной волны на изменение энергии заряженных частиц при взаимодействии с фронтом. Условия отражения и прохождения частицы при наличии и при отсутствии большой неоднородности поля будут, вообще говоря, разными, что можно отнести к числу эффектов, обусловленных такой неоднородностью. Вообще, с помощью полученных результатов, в адиабатическую теорию движения заряженных частиц вводится новый параметр – характерный масштаб изменения магнитного поля. Его влияние прослеживается на модельной задаче о движении заряженной частицы в постоянном магнитном поле Π -образного

вида. Показано, что условия отражения существенно зависят от произведения $h \Delta$, где h - высота барьера, Δ - его ширина.

В п.3.5 впервые рассмотрена одномерная модель ускорения заряженных частиц сходящимися бесстолкновительными МГД – ударными волнами. Показано, что при характерных для межпланетных ударных волн параметрах кинетическая энергия быстрых частиц возрастает приблизительно на порядок.

В заключение третьей главы методом канонического усреднения вычислены высшие приближения в задаче о движении заряженной частицы в поле бесстолкновительной МГД – ударной волны конечной толщины. Полученные результаты полностью согласуются с общими теоремами классической механики о поведении гамильтоновых систем, близких к интегрируемым системам (КАМ – теорема, теорема Нехорошева). В частности видно отсутствие изменения эволюционной составляющей переменной действия во всех порядках теории возмущений, в отличие от случая не канонического усреднения, где сохранение адиабатического инварианта требует специального доказательства даже в первом порядке.

В четвертой главе рассматривается задача о движении заряженной частицы в высокочастотном (ВЧ) электромагнитном поле, причем особое внимание уделено корректному учету нелинейного воздействия ВЧ поля на частицу.

Впервые усредненные уравнения движения нерелятивистской заряженной частицы первого приближения получены в работах А. В. Гапонова и М. А. Миллера, Р. З. Сагдеева, высшим приближениям посвящена работа Г. А. Литвака, М. А. Миллера и Н. В. Шолохова. Тем не менее, в настоящей диссертационной работе эта задача рассматривается заново по следующим причинам.

Исходные уравнения движения берутся в безразмерном виде, что позволяет корректно ввести малые параметры, и приводятся к стандартной

форме Крылова-Боголюбова, Это позволило получить более простые уравнения и рассмотреть более общий случай, при этом усредненные уравнения в высших приближениях оказываются отличными от результатов, полученных в выше упомянутых работах. Кроме того, в них не указано, как выбираются произвольные функции медленных переменных при построении высших приближений; между тем, от выбора этих функций существенно зависит структура усредненных уравнений.

В настоящей диссертационной работе указанные произвольные функции выбираются так, чтобы усредненные уравнения движения имели вид либо уравнений движения материальной точки, либо уравнений Гамильтона. Вычислены второе, а в частном случае, третье приближения.

Близко к указанным примыкает задача о циклотронном резонансе, рассмотренная в последнем разделе этой главы и в которой найден новый, неизвестный ранее в этой задаче адиабатический инвариант.

В пятой главе с точностью до членов порядка малого параметра включительно получена функция Гамильтона заряженной частицы в слабо неоднородном магнитном поле. Составлены уравнения движения, усредненные по быстрой фазе. Показано, что эти уравнения интегрируются в квадратурах. Тем самым задача о движении частицы в слабо неоднородном поле в первом приближении оказывается в принципе решенной.

При составлении функции Гамильтона частицы в слабо неоднородном поле используются координаты, связанные с полем, и производится каноническая замена переменных с помощью производящей функции, которая в случае однородного поля приводит к переменным действие-угол. Ранее такая схема была использована в работе Г. В. Ступакова. Однако в этой работе не был явно введен малый параметр и не получены окончательные выражения для малой и немалой частей функции Гамильтона. Между тем, оказывается, что малая часть функции Гамильтона представляет собой тригонометрический

полином относительно быстрой фазы (это может быть существенно при анализе влияния дополнительных возмущений), а усредненные уравнения вполне обозримы и интегрируются в квадратурах. Кроме того, построенные в настоящей работе, усредненные уравнения имеют структуру уравнений гамильтоновой механики. В такой форме гамильтоновы уравнения движения заряженной частицы в слабо неоднородном магнитном поле получены впервые и позволяют рассматривать “дважды” возмущенные задачи, принципиально не решаемые в рамках дрейфовой теории. Например, задачу о циклотронном резонансе в слабо неоднородном магнитном поле, сформулированную в последнем пункте этой главы.

В шестой главе рассматривается один из самых нетривиальных эффектов движения заряженных частиц – эффект Ааронова – Бома. В 1939 и 1949 гг. был предсказан, а в 1959 г. независимо переоткрыт и более подробно теоретически исследован Аароновым и Бомом своеобразный квантово-механический эффект. Сущность его заключалась в том, что квантовая заряженная частица, движущаяся в области, где отсутствует постоянное магнитное (или электрическое) поле, но вектор-потенциал (или скалярный потенциал) отличен от нуля, испытывает некоторое воздействие.

В данной главе показано, что необходимым условием существования эффекта Ааронова-Бома является присутствие в общей структуре электромагнитных потенциалов потенциалов нулевых полей (т.е. не создающих электромагнитного поля) и неустранимых калибровочными преобразованием. Понятие потенциалов нулевого поля («избыточных потенциалов») было впервые введено в работах Д.Н. Четаева для решения краевых задач электродинамики анизотропных сред и практически неизвестно в физической литературе. Поскольку такие потенциалы должны иметь вид $\vec{A}^0 = grad \Psi$, $\varphi^0 = -\partial\Psi / c\partial t$, («потенциалы нулевого поля»), то функцию Ψ практически во всех работах стали, вообще говоря, незаконно, отождествлять с функцией

градиентного преобразования потенциалов, что и приводило к парадоксу, как в классическом, так и в квантовом случаях. В работах, посвященных эффекту Ааронова-Бома, необходимое условие его существования практически не обсуждалось. В стационарном случае обычно ограничивались утверждением о том, что для существования эффекта Ааронова-Бома необходима нетривиальная топология области, где распространяется заряженная частица. Как показано в п.6.5, потенциалы нулевого поля, вообще говоря, отличаются от калибровочного преобразования, хотя и имеют одинаковый вид. Тот факт, что два отношения эквивалентности для векторных потенциалов \vec{A} и \vec{A}' ($rot \vec{A} = rot \vec{A}'$ и $\vec{A} - \vec{A}' = grad \chi$), вообще говоря, не совпадают, строго доказывается в теории кохомологий.

Исходя из полученных необходимых условий, впервые найдена нестационарная комбинация полей, приводящая к нестационарному эффекту Ааронова-Бома. Предложен конкретный эксперимент, который с помощью нестационарного эффекта Ааронова – Бома позволит обнаружить новую информацию, переносимую электромагнитными волнами, и может значительно изменить понимание их природы.

В седьмой главе вычисляется гиромагнитное отношение для электрона в рамках классической физики, причем под словом "электрон" понимается точечная частица, имеющая только заряд и не имеющая высших моментов (дипольных электрического и магнитного, квадрупольных и т. д.).

Впервые получено правильное значение гиромагнитного отношения для электрона. Далее показано, что применение квазиклассических правил квантования Маслова-Лере, позволяет получить точный спектр Ландау, находимый обычно из уравнения Паули. Этот факт означает, что спин в классической механике существует, но не сказывается на классической траектории.

В восьмой главе с помощью формулы разложения Титчмарша и физического смысла волновой функции как амплитуды вероятности получены новые правила квантования классических систем, обобщающие традиционные и переходящие в них в случае существования перехода к декартовым координатам. Найдено уравнение, обобщающее уравнение Шредингера на произвольные натуральные системы. Принцип минимальной связи (сильный принцип эквивалентности) позволяет распространить это уравнение на произвольные искривленные пространства.

Термин "квантование" возник в двадцатые годы в физической литературе и с самого начала употреблялся в двух смыслах. Во-первых, это дискретизация множества значений той или иной физической величины. Во-вторых, это построение исходя из классической механической системы с s -числовой функцией Гамильтона $H(p, q, t)$ оператора Гамильтона $\hat{H}(\hat{p}, \hat{q}, t)$, где \hat{p}, \hat{q} -операторы, сопоставляемые классическим каноническим переменным. В предлагаемой работе термин "квантование" употребляется в этом втором значении. Следует отметить, что традиционная схема квантования Вейля-Гейзенберга применима к классическим системам только с плоским фазовым пространством и только в декартовых координатах. В общем случае задача квантования не является тривиальной и однозначной.

В девятой главе на основе метода усреднения Крылова-Боголюбова получены простые расчетные формулы, обобщающие результаты 3, 4 и 5 глав, для построения эволюционных канонических уравнений первого и второго приближений и позволяющие проводить каноническое усреднение уравнений классической и квантовой механики по единым формулам. По – существу, представленная в девятой, десятой и одиннадцатой главах асимптотическая теория возмущений, является универсальной для фундаментальной физики и других научных дисциплин, основанных на, вариационном принципе, функциях Лагранжа и Гамильтона. Продемонстрировано применение

полученных результатов для решения задач классической механики. Далее (на основе представления нестационарного уравнения Шредингера в виде классической гамильтоновой системы) полученные результаты применяются для построения асимптотической теории возмущений (в классическом смысле) в квантовой механике. Такое представление позволяет использовать всю мощь современных строго обоснованных методов классической теории нелинейных колебаний (асимптотической теории возмущений) и указать простые условия применимости результатов.

Существенно при этом, что расчет классических и всех квантовых эффектов производится по одним и тем же формулам.

В десятой главе на основе метода канонического усреднения (фазовой теории возмущений, построенной в девятой главе) по единым формулам построены адиабатическое и пост адиабатическое приближения, адиабатическая теория возмущений и нестационарная теория возмущений. При этом не сохраняются основные допущения теории Борна - Фока и Ландау – Дыхне. Проведено сравнение полученных приближений с точными решениями нестационарного уравнения Шредингера для гармонического осциллятора в однородном переменном поле и с приближением, получаемым по традиционным формулам. Из этого сравнения видно, что стандартные нестационарные приближения справедливы только на безразмерных временах $t \sim 1$, в то время как построенные в этой работе на асимптотически больших временах $t \sim 1/\varepsilon$. В классических работах вопрос о промежутке времени, на котором справедливо построенное приближение, не обсуждается вообще.

В одиннадцатой главе приводится пример конкретной физической задачи, имеющей большие практические приложения, для решения которой требуется некоторая модификация развитой в предыдущих разделах теории возмущений, поскольку невозмущенная задача здесь по-прежнему гамильтонова, но возмущение оказывается не гамильтоновым. В настоящей

работе на основе асимптотической теории возмущений Крылова – Боголюбова выполнено теоретическое исследование задачи о резонансном взаимодействии двухуровневой системы с переменным слабым полем. В результате исследования впервые установлено существование поправки первого порядка по амплитуде поля возмущения к резонансной частоте двухуровневой системы, взаимодействующей со слабым переменным полем.

Получены необходимые и достаточные условия точного резонанса, отличающиеся от общепринятых и актуальные для прецизионных стандартов частоты и квантовых магнитометров. При невыполнении достаточных условий резонанса (обычная ситуация на практике) в квантовых стандартах частоты и магнитометрах имеет место режим колебаний с принципиально неустранимой неустойчивостью, что выражается в дрейфе и долгопериодических вариациях во времени резонансной частоты.

Результаты данной работы открывают возможность оценки и прогноза величин дрейфа и долгопериодических вариаций метрологических стандартов частоты и квантовых магнитометров (а также других квантовых устройств, например, кольцевых лазеров).

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертационной работе:

1. Рассмотрено движение релятивистской заряженной частицы в сильно неоднородных электрическом и магнитном полях специальной геометрии, охватывающей, например, поля на фронте МГД - ударной волны. Уравнения движения содержат в этом случае малый параметр и могут быть исследованы асимптотическим методом. Применение этого метода показывает, что исходные уравнения имеют адиабатический инвариант, отличный от известного инварианта в существующей адиабатической теории, а эволюционные уравнения имеют гамильтонову структуру.

2. Аналогичные результаты справедливы для движения частицы в некоторых сильно неоднородных “возмущенных” аксиально-симметричных полях: уравнения движения допускают адиабатические инварианты нового вида, а эволюционные уравнения гамильтоновы.
3. Проведенное асимптотическое преобразование уравнений позволяет вычислить изменение энергии при прохождении частицей фронта бесстолкновительной МГД-ударной волны конечной толщины и отражении от него. В частности, оказывается, что изменение энергии частицы при переходе через фронт не зависит от конкретной структуры поля на фронте.
4. Вычислено изменение энергии заряженной частицы двумя сходящимися МГД – ударными волнами. Показано, что при характерных для межпланетных ударных волн значениях параметров, энергия частицы увеличивается на порядок.
5. Проведено каноническое асимптотическое преобразование уравнений движения заряженной частицы в поле МГД – ударной волны, приводящее к эволюционным уравнениям движения в канонической форме и позволяющее построить высшие приближения в этой задаче.
6. Рассмотрены высшие приближения в задаче о движении нерелятивистской заряженной частицы в быстро осциллирующем электромагнитном поле. Их вычисление требует математических усовершенствований при применении метода усреднения. Наиболее целесообразным является такое построение высших приближений, чтобы эволюционные уравнения имели вид либо уравнений движения материальной точки, либо уравнений Гамильтона.
7. Проведено асимптотическое преобразование уравнений движения заряженной частицы в слабо неоднородном магнитном и слабом электрическом полях, приводящее к эволюционным уравнениям движения в канонической форме. Показано, что эти уравнения интегрируются в квадратурах. Тем самым задача о движении частицы в слабо неоднородном

магнитном поле в первом приближении оказывается, вообще говоря, решенной. Найденная функция Гамильтона позволяет рассматривать дважды возмущенные задачи в принципе не решаемые методами существующей дрейфовой теории.

8. Выяснено, что необходимым условием реализации эффекта Ааронова-Бома является присутствие в общей структуре электромагнитных потенциалов потенциалов нулевого поля. Указан также их физический смысл в классической электродинамике. Впервые построена структура электромагнитного поля, содержащая нестационарные потенциалы нулевого поля и позволяющая исследовать нестационарный эффект Ааронова - Бома. Предложен эксперимент, позволяющий с помощью нестационарного эффекта Ааронова – Бома обнаружить новую информацию, переносимую электромагнитными волнами.
9. Вычислено правильное гиромагнитное отношение для электрона в классической физике. Показано, что спиновая поляризация существует в рамках классической физики, но не дает вклада в классическую траекторию. Косвенно этот факт подтверждается тем, что при квазиклассическом квантовании энергии электрона получается точный спектр Ландау, рассчитываемый обычно из уравнения Паули.
10. Получены новые правила квантования для произвольных натуральных систем, обобщающие правила квантования Вейля - Гейзенберга и переходящие в них в случае существования перехода к декартовым координатам. Получено уравнение, обобщающее уравнение Шредингера на произвольные римановы пространства.
11. Найдено представление уравнения Шредингера в виде классической гамильтоновой системы, что позволило построить простые расчетные формулы для получения канонических усредненных уравнений первого и второго приближений, как в классической, так и в квантовой механике.

12. Построены по единым формулам на основе метода канонического усреднения адиабатическое и пост адиабатическое приближения, адиабатическая и нестационарная теория возмущений в квантовой механике.
13. Показано, что построенные нестационарные приближения справедливы на асимптотически больших безразмерных временах $t \gg 1/\varepsilon$, в то время как традиционные только на временах $t \gg 1$.
14. Развитая каноническая теория возмущений является универсальной для фундаментальной физики и других научных дисциплин, основанных на вариационном принципе.
15. Установлено существование составляющей первого порядка по амплитуде поля возмущения в резонансной частоте двухуровневой системы, взаимодействующей со слабым переменным полем. Получены необходимые и достаточные условия точного резонанса, отличающиеся от общепринятых и актуальные для прецизионных стандартов частоты и квантовых магнитометров.
16. Показано, что при невыполнении достаточных условий резонанса в квантовых стандартах частоты и магнитометрах имеет место режим колебаний с принципиально неустранимой неустойчивостью, что выражается в дрейфе и долгопериодических вариациях во времени резонансной частоты.

Материалы диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Адиабатический инвариант заряженной частицы, движущейся через поперечный МГД-ударный фронт конечной толщины / Васильев В.Н., Чирков А.Г. // .:Седьмой Европейский симпозиум по космическим лучам (Ленинград, 15-19 сент. 1980 г.): Программа и тезисы. - Л., 1980.–С.54.
2. Васильев В.Н., Чирков А.Г. Адиабатический инвариант заряженной частицы, движущейся через поперечный МГД-ударный фронт

- конечной толщины // Изв. АН СССР. Сер. физ. –1981.–Т.45.–№4.–С. 568-570.
3. Динамика электромеханических систем и разделение движений / Власов Е.Н., Саблин А.Д., Ходжаев К.Ш., Чирков А.Г., Шаталов С.Д // Пятый Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике: Алма-Ата: Сб. аннотаций докладов.–1981.–С.95.
 4. Ходжаев К.Ш., Чирков А.Г., Шаталов С.Д. О движении заряженной частицы в магнитной и электрическом полях при сильной неоднородности магнитного поля // Журнал ПМТФ.–1981.–№ 4.–С.3-6.
 5. Ходжаев К.Ш., Чирков А.Г., Шаталов С.Д. Теория движения релятивистской заряженной частицы в сильно неоднородных скрещенных электрическом и магнитном полях // Журн. техн. физ.–1982.–Т.52,вып.6.–С.1493-1499.
 6. Ходжаев К.Ш., Чирков А.Г., Шаталов С.Д. Адиабатический инвариант и эволюционные уравнения при движении заряженной частицы в сильно неоднородном магнитном поле // Изд. вузов. Сер. радиофизика.–1982.–Т.25.–№ 9.–С.983-991.
 7. Adiabatic invariant of charged, particle moving through front of oblique MHD-shock wave of finite thicknes / Chirkov A.G., Khodjaev K.Sh., Shatalov S.D., Vasiljev V.N. // Proc. 17 th Internat. Cosmic Ray Conf.–1981.–V.3.–P.500-502.
 8. Chirkov A.G., Khodjaev K.Sh., Shatalov S.D., Vasiljev V.N. Adiabatic Invariant of the Non-Relativistic Particle in the Field of a shock Wave // Journal of Geophysics. –1982. –V.51. –P.66–67.
 9. Одномерная модель ускорения заряженных частиц сходящимися бесстолкновительными МГД – ударными волнами / Чирков А.Г. // V Всероссийская научно-техническая конференция “Фундаментальные

- исследования в технических университетах” (СПб, 8 – 9 июня, 2001):
Материалы.–СПб., 2001.–С.107.
10. Каноническое усреднение уравнений движения заряженной частицы в электромагнитном поле бесстолкновительной МГД – ударной волны конечной толщины / Чирков А.Г. // V Всероссийская научно-техническая конференция “Фундаментальные исследования в технических университетах” (СПб, 8 – 9 июня, 2001):
Материалы.–СПб., 2001.–С.107.
11. Ходжаев К.Ш., Шаталов С.Д., Чирков А.Г. Высшие приближения в задаче о движении заряженной частицы в высокочастотном электромагнитном поле // Журн.тех. физ. – 1983. – Т.53, вып.6. –С.1036 – 1041.
12. Тарасов В.Е., Ходжаев К.Ш., Чирков А.Г. О полной интегрируемости гамильтоновых уравнений движения заряженной частицы в слабо неоднородном магнитном поле // Журн. техн. физ. –2001. –Т.71. –В.1. –С.16-21.
13. О движении нерелятивистской заряженной частицы в электромагнитном поле, имеющем постоянную и высокочастотную составляющую / Баженичев А.В., Ходжаев К.Ш., Чирков А.Г. // XXV-XXVI летние школы “Анализ и синтез нелинейных механических колебательных систем”(СПб., Репино, 1-8 июля 1998, 1-10 июля 1999):Труды. - СПб., 1999. - Т.2.-С.424 - 433.
14. Тарасов В.Е., Ходжаев К.Ш., Чирков А.Г. Каноническая форма усредненных уравнений движения заряженной частицы при наложении поля электромагнитной волны на слабонеоднородное магнитное поле // Физика твердого тела. – 2002. – Т.44, вып.1. – С.6–8.

15. Агеев А.Н., Давыдов С.Ю., Чирков А.Г. Магнитный эффект Ааронова-Бома при переменном во времени векторном потенциале // Письма в ЖТФ. –2000. –Т.27, вып.9. –С.70-74.
16. Агеев А.Н., Чирков А.Г. О возможности наблюдения эффекта Ааронова-Бома при нестационарных потенциалах // Письма в ЖТФ. –2000. –Т.26, вып.16. –С.103-110.
17. Агеев А.Н., Чирков А.Г. О природе эффекта Ааронова-Бома // Журн. техн. физ.-2001-Т.71, вып.2.-С.16-17.
18. Чирков А.Г., Агеев А.Н. Новый вид информации в уравнениях Максвелла // Физика твердого тела. – 2002. – Т.44, вып.1. – С.3 – 5.
19. Чирков А.Г, Казинец И.В. Классическая физика и спин электрона //Журн. техн. физ. –2000. –Т.70, вып.9. –С.13-17.
20. Чирков А.Г, Казинец И.В. Квантование натуральных систем // Письма в ЖТФ. –2000.–Т.26, вып.8.–С.8-11.
21. Чирков А.Г., Бердников А.Я. Атом водорода в квантовой механике и квантование на искривленных поверхностях // Журн.тех.физ.–2000.–Т.71, вып.4.–С.6–12.
22. Каноническое усреднение уравнений классической и квантовой механики / Чирков А.Г. // III Всероссийская научно-техническая конференция “Фундаментальные исследования в технических университетах” (СПб, 10–11 июня, 1999): Материалы.–СПб, 1999.–С.96.
23. Canonical asymptotic perturbation theory of Schrodinger equation / Chirkov A.G. // “SPAS – The St. Petersburg Academy of Science on Strength problems” (St. Pet., 12 – 17 June, 2001): Proceedings of SPAS, V.5.-St.Pet.,- 2001.-B5 – B6.
24. Чирков А.Г. Каноническое усреднение уравнения Шредингера // Журн. тех. физ. – 2002. – Т.72, вып.2. – С.137 - 139.

25. Чирков А.Г. Об адиабатической теореме в квантовой механике// Письма в ЖТФ. –2001. –Т.27, вып.3. –с.14-21.
26. Об условиях точного резонанса и его устойчивости в квантовых стандартах частоты и магнитометрах при возбуждении когерентности гармоническим внешним полем / Пестов Е.Н., Чирков А.Г. // IV Международная конференция по проблемам физической метрологии “ФИЗМЕТ 2000”. (СПб, 15-19 июля, 2000): Труды.–С.112-119.
27. Теоретическое исследование возбуждения двухуровневой системы δ -образным импульсом внешнего поля / Пестов Е.Н., Чирков А.Г. // V Всероссийская научно-техническая конференция “Фундаментальные исследования в технических университетах” (СПб, 8 – 9 июня, 2001): Материалы.–СПб., 2001.–С.109 - 110.
28. Чирков А.Г. Асимптотическая теория взаимодействия заряженных частиц и квантовых систем с внешними электромагнитными полями. - СПб.:Изд-во “Нестор”, 2001.-257с.