

*На правах рукописи*

Хади Набиль Хассан

*Динамика управляемого шагающего  
аппарата*

Специальность 05.02.18 Теория механизмов и машин

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Санкт – Петербург  
2002

Работа выполнена на кафедре “Теория механизмов и машин”  
Санкт – Петербургского государственного политехнического университета

Научные руководитель: доктор технических наук, профессор  
Каразин В. И.,

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор  
Бурдаков С. Ф.,  
главный конструктор-директор по науке  
ОАО КУЛОН, кандидат технических наук,  
с.н.с. Красильщиков М. Я.

Ведущее предприятие: ЦНИИРТК, СПб.

Защита диссертации состоится 18 июня 2002 года в 16<sup>00</sup> часов на заседании диссертационного Совета Д212.229.12 при Санкт-Петербургском государственном техническом университете, по адресу. 195251, Санкт- Петербург, Политехническая ул., 29, 1 учебный корпус, ауд. 41.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке Санкт-Петербургского государственного технического университета .

Автореферат разослан -----, ----- 2002 года.

Ученый секретарь  
Диссертационного совета Д212.229.12  
к.т.н., доц.

А. Н. Евграфов

## ***Общая характеристика работы***

Предметом исследования в предлагаемой диссертации является управляемый шагающий аппарат повышенной проходимости. В результате работы на основании статических и динамических расчетов должен быть создан его эскиз, определены размеры элементов и разработана логика алгоритма системы управления.

***Актуальность.*** Для решения проблемы создания автоматических шагающих аппаратов с высокой степенью автономности большое значение имеют исследования, посвященные разработке передвигающихся устройств различных типов, способных самостоятельно ориентироваться в окружающей среде и выполнять те или иные возложенные на них функции. Необходимость появления таких устройств диктуется насущными потребностями науки и техники сегодняшнего дня, а также недалекого будущего при исследовании труднодоступных и опасных районов Земли, дна океана, космоса и поверхности планет. В решение этих проблем существенный вклад может внести использование автоматических аппаратов, снабженных элементами искусственного интеллекта.

Мы установили, что в ряде случаев шагающий робот будет лучше всего выполнять транспортные операции. В частности ходьба имеет преимущества при движении по сыплющейся подвижной поверхности. Ходок имеет относительно большое расстояние между грунтом и днищем, он входит в контакт с ландшафтом только в нескольких дискретных точках. Это позволяет ходокам преодолевать более высокие препятствия и пересекать более шероховатый ландшафт. В отличие от колесных и гусеничных машин, ходоки способны выбрать благоприятные точки опоры, позволяющие устранить скольжение о грунт при неудачных контактах. Наконец, использование ног изолирует тело ходока от основного ландшафта, позволяя датчикам и оборудованию перемещаться по гладким и предсказуемым траекториям.

***Цель работы.*** Основой целью работы является исследование статических и динамических свойств управляемого шагающего аппарата. Весь расчет проведен на примере конструкции двуногого шагающего механизма большого размера. Этот механизм способен перемещаться по резко пересеченной местности, а также в зонах крупных разрушений при чрезвычайных ситуациях. Он не требует предварительной подготовки трассы и прежде всего предназначен для спасательных групп Министерства по чрезвычайным ситуациям.

### ***Основные задачи исследования.***

- Выбрать основные элементы аппарата;
- Определить геометрические размеры стопы, обеспечивающие статическую устойчивости машины при её угле наклона до  $25^\circ$ ;
- Выбрать двигатель основного движения, обеспечивающий требуемую скорость и движущий момент;
- Произвести выбор торсионных валов;
- Выбрать электромагнитные порошковые муфты;
- Выбрать редукторы.
- Составить динамическую модель механической части аппарата, учитывающую сдвиговые слагаемые в элементах.
- Исследовать пространственный упругий и неупругий удар абсолютно твердого тела состоящего из трех звеньев (пальцев), жестко закрепленных на одном основании и образующих равносторонний треугольник.
- Выполнить все этапы построения расчетных моделей конструкций: разработать геометрию, создать конечно-элементную сетку, формировать нагрузки и граничные условия.
- Определить собственные формы и частоты и выполнить частотный анализ модели пространственного стержневого механизма шагающего аппарата при динамической нагрузке.
- Разработать алгоритмы оптимального управления муфтами во время движения и во время остановки аппарата на основании геометрического и структурного анализа механизма. Изучать алгоритмы управления различными фазами постановки стопы при скольжении о грунт и без него. Алгоритмы должны обеспечивать мягкое движение и статическую устойчивой механизма.
- Составить дифференциальные уравнения динамической модели степени подвижности, состоящей из ротора двигателя, кинематической передачи и гибкого звена с грузом на конце.
- Рассмотреть возможность проектирования линейно-квадратичного оптимального регулятора для систем непрерывного времени.

***Методы исследования.*** Для исследования динамических и статических характеристик шагающего аппарата и анализа его общих свойств были использованы методы теории сопротивления материалов, теории колебаний, теории механизмов и машин, теории автоматического управления, метод конечных элементов, численные методы решения дифференциальных уравнений реализованные на ЭВМ.

***Научная новизна,*** работы составляет:

1. На основе динамических и статических расчетов разработан эскизный проект управляемого шагающего аппарата, выбраны его основные элементы. Весь расчет проведен на примере конструкции двуногого шагающего механизма большого размера.
2. Исследованы модели пространственного упругого и неупругого ударов аппарата.
3. Для оценки длительности удара осуществлено численное решение задачи о поперечном ударе по упругой балке С.П.Тимошенко.
4. Разработаны конечноэлементные модели пространственного стержневого механизма шагающего аппарата. Выполнен частотный анализ и определены спектры колебаний при динамическом и ударном воздействиях на конструкцию.
5. Разработаны алгоритмы оптимального управления муфтами во время движения и во время остановки аппарата. Рассмотрены алгоритмы управления различными фазами постановки стопы при скольжении о грунт и без него.
6. Составлена динамическая модель управления движением аппарата с учетом упругости механической части.
7. Сформирована имитационная модель механической системы аппарата в среде MATLAB. Спроектирован линейно-квадратичный оптимальный регулятор для системы непрерывного времени.

***Апробация работы.*** Основные положения диссертационной работы докладывались на научных семинарах кафедры ТММ, а также на научно-технических конференциях, проводившихся в СПбГТУ. По результатам диссертационной работы опубликовано 5 печатных работ.

***Практическая ценность и реализация работы.***

1. Разработанные динамические модели шагающего аппарата позволяют оценить интенсивность, длительность ударных процессов и вносить необходимую корректировку в параметры системы управления.
2. Создан алгоритм оптимального выбора конфигурации механизма с переменной структурой.
3. Исследованы возможности оптимального регулятора при динамических воздействиях.

***Структура и объем работы.*** Диссертация состоит из введения, 5 разделов, основных результатов и выводов, списка литературы и приложений, включает 200 страниц печатного текста, 11 таблиц и 90 рисунков.

### ***Основное содержание работы***

***Во введении*** обоснована актуальность темы, сформулирована цель диссертационной работы и ее практическая значимость.

**В первом разделе** проводится выборочный обзор наиболее интересных реализаций искусственной ходьбы, отличающихся оригинальностью конструкторских решений. В этом разделе на основе краткого анализа обосновано решения проблемы создания автоматических шагающих аппаратов с высокой степенью автономности, описаны структуры аппарата и осуществлен выбор основных элементов. При этом необходимо спроектировать кинематически простую, легко управляемую, устойчивую и мобильную шагающую машину, способную удовлетворить все потребности. Вся конструкция (рис.1), состоит из ноги со ступней, на которой размещен двигатель с системой управления верхнего уровня, редуктором и аккумуляторной батареей, кривошипа и защитного корпуса с аналогичными тремя пальцами.

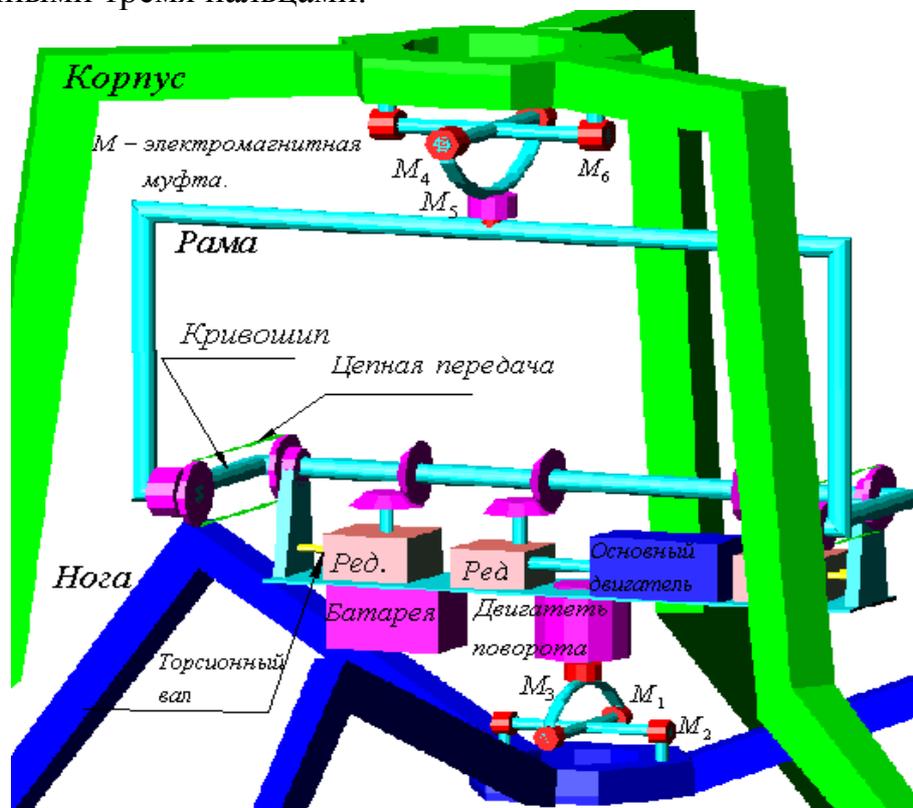


Рис.1

Особенности движения машины - постоянно чередующиеся подъем и опускание ноги, позволяют включить в конструкцию рекуператор энергии. Предлагается в качестве механического накопителя энергии использовать торсионный вал. Поворот машины осуществляется в положении, когда опорной является нога, а корпус находится в верхнем своем положении, при этом весь механизм поворачивается относительно стопы ноги. После осуществления поворота, корпус опускается, а стопа машины при своем подъеме принимает прежнее положение относительно корпуса во время следующего шага.

**Во втором разделе** рассматриваются пространственные упругий и неупругий удары аппарата. При неупругом ударе, рассматривается пространственную задачу о движении системы, состоящей из трех звеньев (пальцев), жестко закрепленных на одном основании. На данном этапе будет рассмотрена задача неупругого пространственного удара абсолютно твердого тела. В результате абсолютно неупругого удара появляется односторонняя связь, накладываемая на систему.

Процесс постановки ноги на грунт состоит из трех этапов, первый начинается, когда нога (корпус) прикасается к грунту в точке А (см. рис.2) и на этом этапе будет рассматриваться задача удара свободного тела. После удара тело поворачивается около точки А и в результате наступает второй этап, в котором будет рассматриваться задача удара тела с одной неподвижной точкой. После этого начнется третий этап, в котором будет рассматриваться задача удара тела с неподвижной осью.

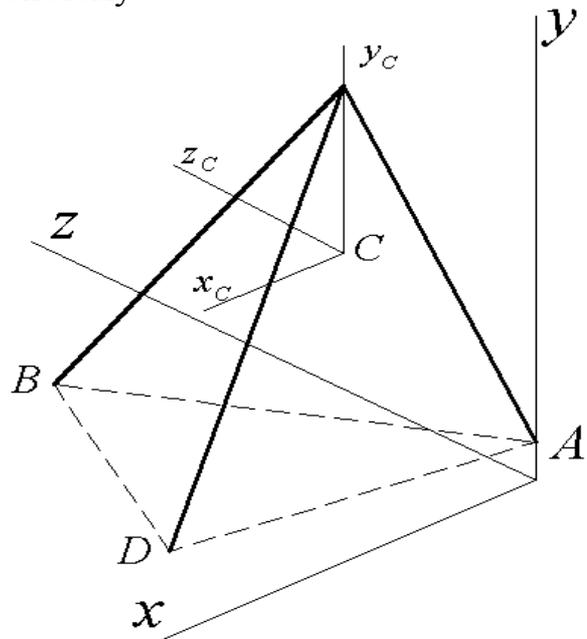


Рис.2

#### **а. Неупругий удар.**

**Первый этап. Удар свободного тела** Кинематический эффект приложения внешнего мгновенного импульса свободному телу определяется конечными приращениями скорости центра тяжести тела  $\Delta v_c$  и угловой скорости  $\Delta \omega$ . Для того чтобы определить эти приращения введем систему главных центральных осей  $S_{xyz}$ ; за время удара эта система не меняет своей ориентации в пространстве. Обозначим:  $A_x, A_y, A_z$  – проекции внешнего мгновенного импульса  $A$  на указанные оси;  $x_A, y_A, z_A$  – координаты точки  $A$  приложения импульса;  $I_x, I_y, I_z$  – главные центральные моменты инерции тела;  $m$  – масса тела.

Итак, примем, что останавливается точка А и искомыми величинами являются мгновенное изменение угловой скорости  $\Delta \omega$ , а также импульсивная реакция наложенной связи А (рис.2). Для определения этих неизвестных прежде всего воспользуемся теоремой о движении центра масс

$$m(\bar{v}_{c+} - \bar{v}_{c-}) = \bar{A} \quad (1)$$

где  $\bar{v}_{c-}, \bar{v}_{c+}$  скорости центра масс механической системы непосредственно до и после удара.

Скорость центра тяжести тела после удара можно выразить через угловую скорость тела по формуле

$$\bar{v}_{c+} = -\bar{\omega}_+ \times \bar{r}_A \quad (2)$$

где  $r_A$ -радиус-вектор не точки  $C$ , а ударяемой точки  $A$  при начале координат в центре тяжести.

Вместо (1) будет

$$-m(\bar{\omega}_+ \times r_A + \bar{v}_{c-}) = \bar{A} \quad (3)$$

В проекциях на оси координат имеем

$$\begin{aligned} -m(\omega_{y+} z_A - \omega_{z+} y_A + v_{cx-}) &= A_x \\ -m(\omega_{z+} x_A - \omega_{x+} z_A + v_{cy-}) &= A_y \\ -m(\omega_{x+} y_A - \omega_{y+} x_A + v_{cz-}) &= A_z \end{aligned} \quad (4)$$

Еще три уравнения дает теорема об изменении кинетического момента, в проекциях на оси координат имеем

$$\begin{aligned} I_x(\omega_{x+} - \omega_{x-}) &= z_A A_y - y_A A_z \\ I_y(\omega_{y+} - \omega_{y-}) &= x_A A_z - z_A A_x \\ I_z(\omega_{z+} - \omega_{z-}) &= y_A A_x - x_A A_y \end{aligned} \quad (5)$$

Система шести уравнений (4, 5) полностью определяет шесть неизвестных задачи - три проекции угловой скорости  $\bar{\omega}_+$  и три проекции импульса  $\bar{A}$ .

**Второй этап. Удар тела с одной неподвижной точкой** Особенность рассматриваемой здесь задачи состоит в том, что удар происходит вследствие наложения дополнительной связи на тело, которое до удара было не свободным. По этой причине эффект удара состоит не только в изменении кинематических характеристик состояния тела, но и в появлении импульсной силы реакции в точке закрепления  $A$ . Допустим, что при  $t < 0$  тело двигалось так, что точка  $A$  была неподвижной, тело совершало вокруг нее сферическое движение. Пусть к телу в момент перед касанием в точке  $B$  не прикладываются никакие силы, кроме сил реакции опорной поверхности в точке  $A$  и, разумеется, силы тяжести. Предположим, что касание происходит с ненулевой скоростью. Тогда в момент касания возникает удар. Пусть он является абсолютно неупругим, т.е. скорость точки  $B$  после удара обращается в нуль.

$$\bar{v}_{B+} = 0 \quad (6)$$

Теорема о движении центра масс позволяет записать три уравнения типа (4). Еще три уравнения дает теорема об изменении кинетического момента, записанная для центра тяжести подобно (5).

В полученных шести уравнениях содержится девять неизвестных проекций векторов  $\bar{\omega}_+, \bar{A}, \bar{B}$ . Еще три уравнения получим следующим

образом. Прежде всего воспользуемся условием, что вектор  $\bar{\omega}_+$  направлен вдоль прямой  $\overline{AB}$ ; это условие

$$\overline{AB} \times \bar{\omega}_+ = 0 \quad (7)$$

после перехода к скалярной форме приводит к ещё двум независимым уравнениям- равенствам нулю проекций  $\omega_{x+}$  на оба перпендикулярны к  $\overline{AB}$ . Можно показать, что полученная система восьми уравнений позволяет определить все искомые величины кроме проекций  $\bar{A}$  и  $\bar{B}$  отдельно на линию  $\overline{AB}$ .

**Третий этап. Остановка тела, совершавшего вращение вокруг неподвижной оси** В отличие от всех рассмотренных выше случаев, на следующем этапе тело полностью останавливается после удара, так что кинематический результат удара заранее известен; искомыми являются импульсивные реакции внезапно наложенной связи, а также импульсивные реакции ранее существовавших связей. Заметим, что аналогично предыдущей задаче является статически неопределимой.

Для разрешения ее будем считать, что АВ ось вращения тела, при ударе возникает реакция  $D$ , перпендикулярная к поверхности. Из теоремы об изменении кинетического момента и векторного уравнения, выражающего теорему о движении центра масс, получим шесть уравнений.

В полученных шести уравнениях содержатся девять неизвестных. Положив в них  $\Delta\omega_z = \omega_{z-}$ ,  $D_x = 0$  и  $D_z = 0$ , тогда система уравнений позволяет найти шесть неизвестных  $D_z, A_x, B_x, A_y, B_y, A_z + B_z$ .

### б. Упругий удар

При идеально упругом ударе двух тел закон сохранения механической энергии позволяет получить второе условие, необходимое для однозначного определения конечных скоростей объектов.

Обозначим:  $m$  – масса тела,  $\bar{I}$  – его тензор инерции в центре тяжести,  $\bar{S}$  – величина импульса реакции при ударе,  $\bar{r}$  – радиус-вектор точки удара,  $\bar{v}_-, \bar{v}_+$  – скорости центра тяжести до и после удара,  $\bar{\omega}_-, \bar{\omega}_+$  – угловые скорости тела до и после удара (рис.3).

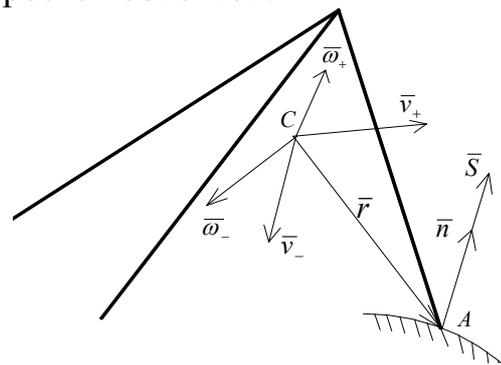


Рис.3. Упругий удар

Тогда уравнения количества движения и момента количества движения тела запишутся в векторном виде.

$$m\bar{v}_+ - m\bar{v}_- = \bar{S} \quad (8)$$

$$\bar{I}\bar{\omega}_+ - \bar{I}\bar{\omega}_- = \bar{r} \times \bar{S} \quad (9)$$

В случае упругого удара может быть использовано условие сохранения кинетической энергии.

$$\frac{mv_+^T v_+}{2} + \frac{\omega_+^T I \omega_+}{2} = \frac{mv_-^2}{2} + \frac{\omega_-^T I \omega_-}{2} \quad (10)$$

где  $I$  – матрица тензора  $\bar{I}$ .

Из уравнений (8) и (9) линейная и угловая скорости могут быть записаны в виде матричных соотношений

$$\begin{aligned} v_+ &= v_- + \frac{S}{m} \\ \omega_+ &= \omega_- + I^{-1}K \end{aligned} \quad (11)$$

где  $K$  – столбец проекцией вектора

$$\begin{aligned} \bar{K} &= \bar{r} \times \bar{S} \\ \bar{S} &= |S| \bar{n} \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\bar{n}$  – единичный вектор, направленный по нормали к поверхности,  $|S|$  – модуль импульса (количества движения).

Исключив векторное произведение введя матрицу, сопутствующую

столбцу  $r = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}$ ;  $\tilde{r} = \begin{bmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{bmatrix}$  – матрица, сопутствующая столбцу  $r$ .

Таким образом столбец:  $K = |S| \tilde{r} n$ , где  $n$  – столбец проекций единичного вектора  $\bar{n}$  (столбец направляющих косинусов). Обозначим

$$K = |S| \kappa \quad (13)$$

Поставим уравнения (11) в (10) и после несложных преобразований получим  $2v_-^T S + 2\omega_-^T K + \frac{1}{m} S^T S + K^T I^{-1} K = 0$

или с учетом (12) и (13)

$$2v_-^T |S| n + 2\omega_-^T |S| \kappa + \frac{1}{m} |S|^2 + |S|^2 \kappa^T I^{-1} \kappa = 0$$

при  $|S| \neq 0$  имеем

$$|S| = -2 \frac{v_-^T n + \omega_-^T \kappa}{\frac{1}{m} + \kappa^T I^{-1} \kappa} \quad (14)$$

Далее из (11) и (13) легко определить скорости тела после удара.

**Во третьем разделе** приведен численный анализ динамических характеристик пространственного шагающего аппарата методом конечных элементов с использованием конечно-элементного пакета MSC/NASTRAN for windows версия 4.

Структура аппарата является пространственной стержневой сложной системой. Как показано на рис. 4. основная структура построена из 25 прямолинейных пространственных балок. Для конечно-элементного анализа, в данной работе использован пространственный коробчатый элемент типа BEAM. Расчет приведен для конструкции, когда аппарат стоит на трех пальцах ноги, а корпус в начале движения, т.е. опорные точки его пальцев в положении равновесия лежат в плоскости опорных точек ноги (см. рис. 4). Таким образом, для формирования граничных условиях необходимо запретить перемещения вдоль осей  $x, y, z$  в трех контактных точках ноги. для моделирования граничных условиях. Результаты динамического расчета (свободных колебаний) представлены в табл.1, и первая и вторая моды колебаний показаны на рис. 5а, б.

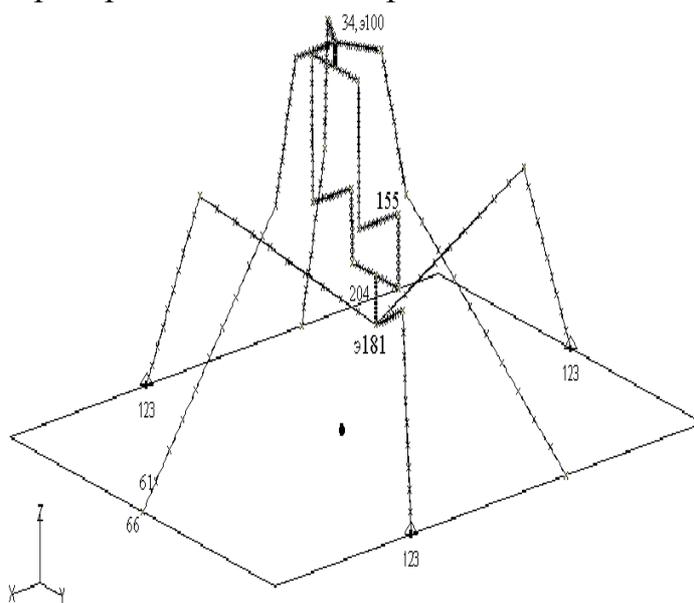
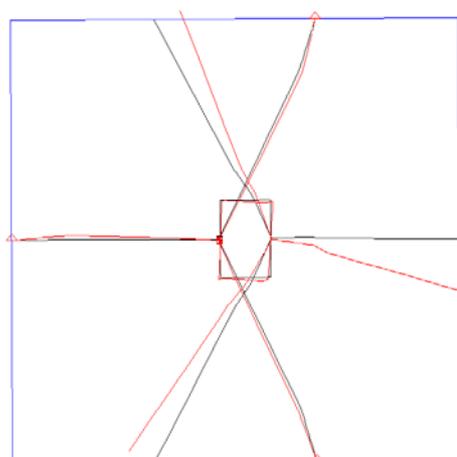


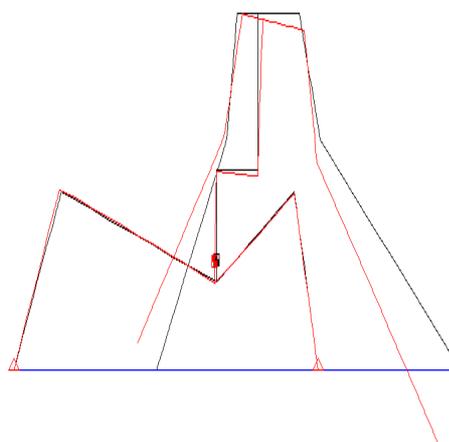
Рис. 4

Таблица 1

№ Мода	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Частота, Гц	1.271	1.279	1.612	1.878	2.089	2.149	2.784	2.836	3.092	4.668



а)



б)

Рис.5 Формы колебаний аппарата

В MSC/N4W реализована возможность оценки амплитудного спектра колебаний системы при динамическом или ударном воздействиях на конструкцию. Это важно для проектирования средств виброзащиты устанавливаемых на ней приборов и устройств. Ударное воздействие моделировалось в виде начальной скорости звеньев робота и неподвижной точке в месте удара. На рис. 6 показан спектр колебаний в узлах 204, и 66 при ударном воздействии.

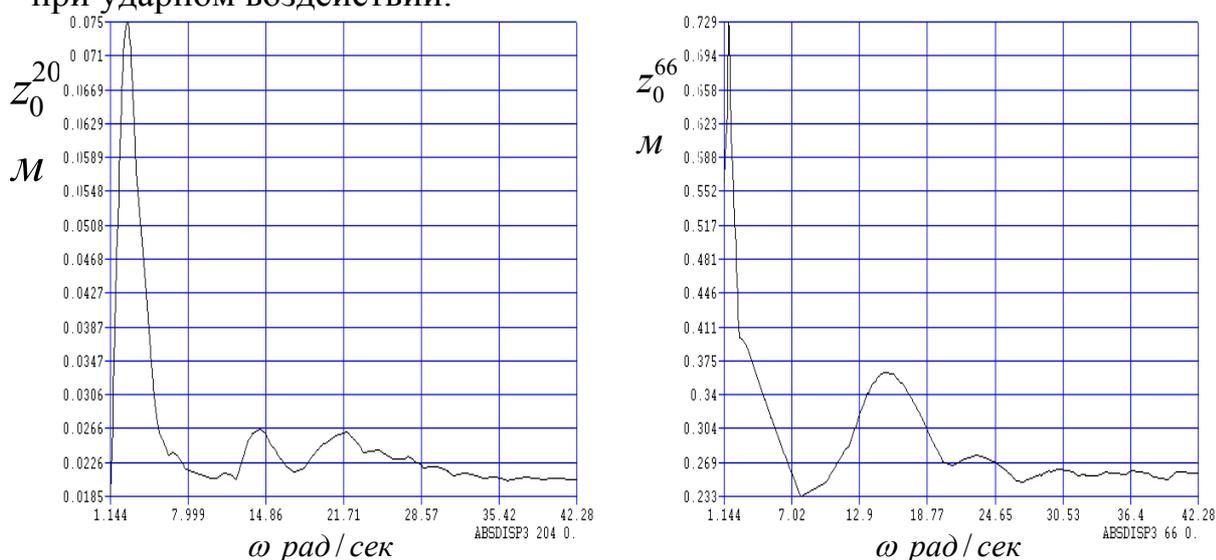


Рис. 6. Спектр колебаний в узлах 204 и 66 по перемещению.

**Четвертый раздел** Перемещения робота из одного положения в другое происходит с помощью шага. Шаг состоит из поднимания ноги, переноса ее и в конце шага постановки ее в новое положение.

В качестве узла, который позволял бы стопе машины оптимально устанавливаться, сообразуясь с поверхностью, с тем, чтобы впоследствии фиксироваться в выбранном положении, использованы электромагнитные порошковые муфты.

В данном разделе, на основании геометрического и структурного анализа механизма аппарата разработаны алгоритмы управления муфтами. При выборе набора включенных муфт в качестве критерия оптимизации был принят максимум модуля Якобиана уравнений замкнутости. В процессе постановки ноги или корпуса встречаются шесть случаев режимов движения после первого контакта. Для описания методы исследования, приведем расчета для первого случая правильность выбора набора включенных муфт.

**Первый случай:** скольжения нет, контакт средним пальцем  
Первоначальное касание переднего пальца аппарата грунта при отсутствии скольжения (см. рис.7,б). Первым этапов при решении задачи о положении

звеньев является составление исходной системы уравнений, связывающих постоянные и переменные параметры механизма. Второй этап заключается в решении данной системы относительно неизвестных переменных параметров механизма. Исходная система уравнений может быть получена из матричного уравнения замкнутости контура пространственного механизма

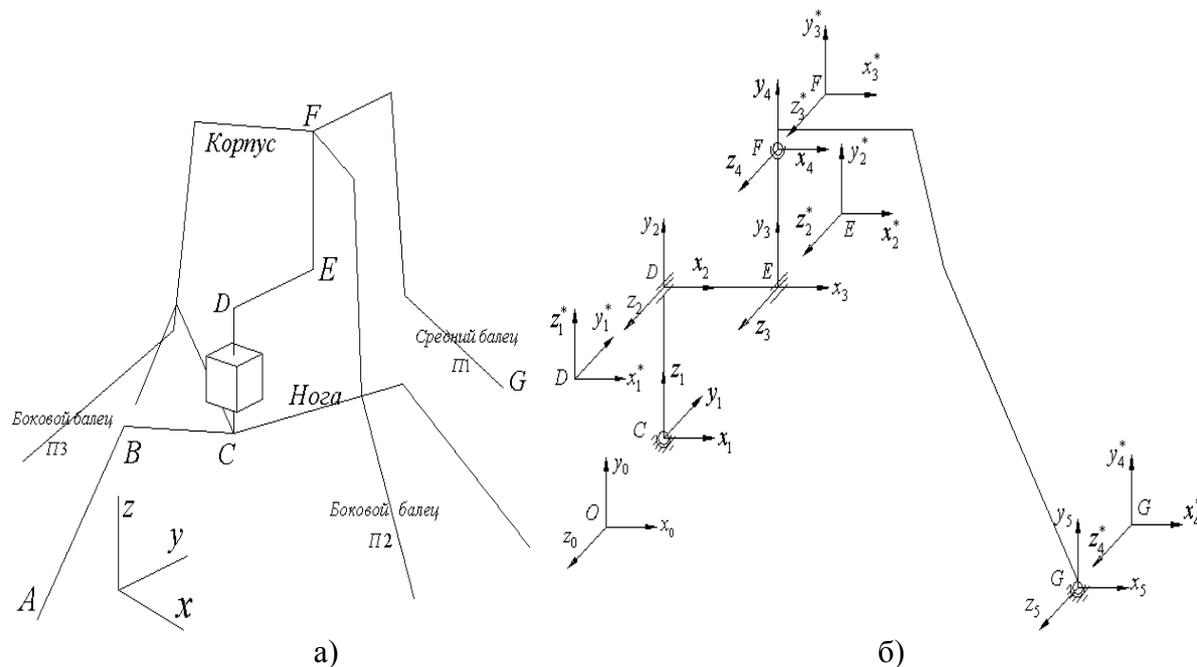


Рис. 7. Схема для структурного анализа машины

С каждым звеном механизма свяжем в две системы координат:  $O_l x_l y_l z_l$  и  $O_l^* x_l^* y_l^* z_l^*$ , где  $l = 1, 2, \dots, n$ . В дальнейшем будем последнюю систему координат ориентировать параллельно нулевой, т.е.  $A_{0,n} = I$ .

Матричное уравнение замкнутости контура может быть записано в виде:

$$H_{05}(\theta_C, \varphi_C, \phi_C, \phi_D, \theta_F, \varphi_F, \phi_F, \theta_G, \varphi_G, \phi_G) = \begin{bmatrix} I & R_G^{(0)} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Элементы матрицы  $H_{05}$ , полученной как произведение матриц  $H_{01}, H_{12}, H_{23}, H_{34}, H_{45}$ , обозначим через  $\alpha_{jk}$  ( $j, k = 1, 2, 3, 4$ ), так что  $H_{0n} \equiv [\alpha_{jk}]$ . Где  $\theta_C, \varphi_C, \phi_C$  – углы поворота муфт в точке  $C$  вокруг осей  $x, y, z$  соответственно;  $\phi_D$  – угол поворота двигателя;  $\theta_F, \varphi_F, \phi_F$  – углы поворота муфт в точке  $F$  вокруг осей  $x, y, z$  соответственно;  $\theta_G, \varphi_G, \phi_G$  – углы поворота в точке контакта  $G$  вокруг осей  $x, y, z$  соответственно. В качестве взаимно независимых элементов  $\alpha_{jk}$  следует взять  $\alpha_{14}, \alpha_{24}, \alpha_{34}$  и еще какие-либо три элемента из девяти оставшихся, например  $\alpha_{12}, \alpha_{13}, \alpha_{23}$ . В результате получим шесть уравнений

$$\alpha_{jk}(\theta_C, \varphi_C, \phi_C, \phi_D, \theta_F, \varphi_F, \phi_F, \theta_G, \varphi_G, \phi_G) = 0 \quad (16)$$

где  $jk = 12, 13, 23, 14, 24, 34$ .

Здесь угол поворота двигателя  $\phi_D$  известен. Таким образом, уравнения (16) являются функциями девяти неизвестных параметров. Переобозначим их соответственно (16), используя букву  $\alpha$  с одним индексом

$$a_{jk}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8, \alpha_9) = 0 \quad (17)$$

Возьмем частные производные от функций (17) по  $\alpha_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, 9$ ) и запишем матрицу Якоби  $J$ :

$$J_{6 \times 9} = \begin{bmatrix} \frac{\partial a_{12}}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial a_{12}}{\partial \alpha_2} & \dots & \frac{\partial a_{12}}{\partial \alpha_9} \\ \frac{\partial a_{13}}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial a_{13}}{\partial \alpha_2} & \dots & \frac{\partial a_{13}}{\partial \alpha_9} \\ \frac{\partial a_{23}}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial a_{23}}{\partial \alpha_2} & \dots & \frac{\partial a_{23}}{\partial \alpha_9} \\ \frac{\partial a_{14}}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial a_{14}}{\partial \alpha_2} & \dots & \frac{\partial a_{14}}{\partial \alpha_9} \\ \frac{\partial a_{24}}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial a_{24}}{\partial \alpha_2} & \dots & \frac{\partial a_{24}}{\partial \alpha_9} \\ \frac{\partial a_{34}}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial a_{34}}{\partial \alpha_2} & \dots & \frac{\partial a_{34}}{\partial \alpha_9} \end{bmatrix}_{6 \times 9} \quad (18)$$

Здесь шесть углов ( $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ ) являются углами поворота муфт, три из них в данном случае постоянные (в соответствующих заторможенных муфтах при управлении ими). Таким образом, матрица Якоби на самом деле квадратная  $6 \times 6$ .

Число сочетаний количества освобожденных муфт из шести по три дает двадцать вариантов

В этом случае устраняют любую три столбцы из матрицы Якоби, формально это можно сделать с помощью матрицы управления  $D$ . Перемножив матрицы  $J$  и  $D_i$ , получим квадратную матрицу  $6 \times 6$  с Якобианом  $i$ -го варианта

$$J_i = \det(JD_i) \quad i = 1, 2, 3, \dots, 20 \quad (19)$$

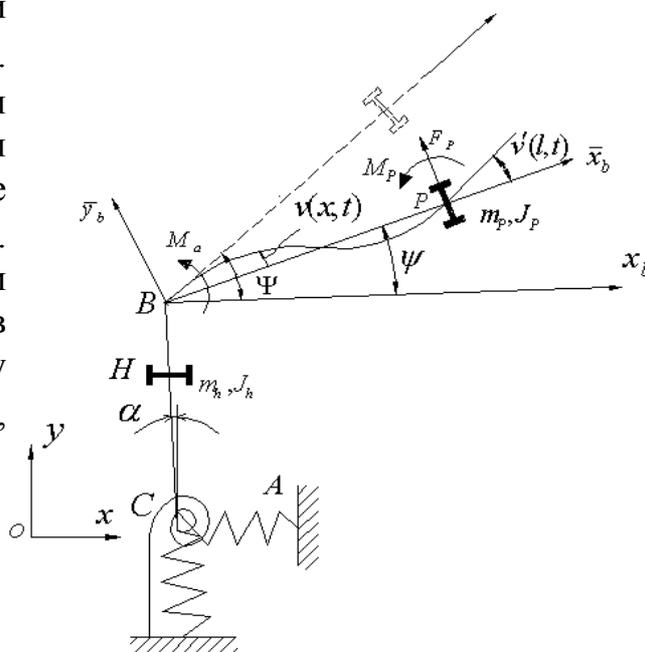
Уравнения (19) дают Якобианы соответствующие всем двадцати вариантам включения муфт. Расчеты показывают, что максимальное значение модуль Якобиана принимает в варианте, при котором в точке  $C$

освобождаются повороты вокруг  $y$  и  $z$ , а в точке  $F$  вокруг  $z$  (см. табл. 2). Этот вариант обеспечивает мягкое движение далеко от особого положения. Подытоживая приведенные расчеты, заполним таблицу 2, в которой объединим списки отключенных муфт для всех рассмотренных вариантов.

Условие			Точка $C$			Точка $F$		
			$R_x$	$R_y$	$R_z$	$R_x$	$R_y$	$R_z$
Без скольжения	Стоит 1 палец	$P_1$	1	0	0	1	1	0
		$P_2$ или $P_3$	0	1	1	0	0	1
	Стоят 2 пальца	$P_1, P_2$	0	0	1	0	0	0
		$P_2, P_3$	0	0	0	0	1	0
Со скольжением	Стоит 1 палец	$P_1$	1	0	1	1	1	1
		$P_2$ или $P_3$	1	1	1	0	1	1
	Стоят 2 пальца	$P_1, P_2$	1	1	1	0	1	0
		$P_2, P_3$	1	0	1	1	1	0

Обозначения для состояния муфт: 1 – сцеплена, 0 – расцеплена

**В пятом разделе** проектируется динамическая модель степени подвижности робота состоящей из ротора двигателя, кинематической передачи и гибкого звена (кривошип) с грузом (масса корпуса) на конце. Для синтеза законов управления получена конечномерная математическая модель степени подвижности, построенная на основе уравнения Лагранжа второго рода. Такая модель в принципе позволяет учесть требуемое число собственных частот. Плоская модель шагающего робота представлена на рис.8. Деформирующимися элементами в манипуляторе являются: нога робота, обозначенная пружиной  $C$ ; консольная часть (кривошип) длиной  $l$  и плотностью материала  $\rho$ , на которой имеется корпус с сосредоточенной массой  $m_p$  и моментом инерции  $J_p$ . Поперечная деформация консоли обозначена на схеме углами  $q_1 = v'(0,t)$ ,  $q_2 = v'(l,t)$ . Схема также включает жесткое звено  $CB$ . Рис.8. соответствует малым изгибным колебаниям системы в плоскости  $Oxy$ . На систему действует движущий момент  $M_a$ ,



развиваемый двигателем, возмущающие силы  $F = [F_x \ F_y]$  и возмущающий момент  $M_p$  со стороны корпуса. Приведенный к валу кривошипа угол поворота двигателя обозначен через  $\Psi = \psi + q_1$ . Звено  $BP$  характеризуется жесткостью на изгиб  $EI_z$ . Упругие перемещения  $v(x,t)$  в различных сечениях звена  $BP$  отсчитываются от оси  $Ox$ , проходящей через начало и конец деформированного звена, пунктиром показано положение системы при абсолютно жестком звене. Соответственно этому,

$$v'(0,t) = \left. \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} \text{ угол поворота начального сечения звена, } v'(l,t) = \left. \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \right|_{x=l}$$

угол поворота конечного сечения звена относительно прямой, проходящей через его крайние точки. Согласно методу Ритца упругое перемещение  $v(x,t)$  представим в виде разложения по координатным функциям  $v_i(x)$

$$v(x,t) = \sum_i q_i(t) v_i(x), \quad (20)$$

где  $q_i(t)$  произвольные функции времени, которые в дальнейшем включаются в число обобщенных координат. Число членов в разложении (20) должно быть не меньше числа собственных частот механической системы, попадающих в полосу рабочих частот системы управления. Чтобы минимизировать число членов разложения (20), координатные функции  $v_i(x)$  должны быть близки к собственным формам колебаний механической системы. Собственные координаты механизма  $x_c, y_c, \alpha, \psi, q_1$  и  $q_2$  связаны с параметрами движения следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} x_h &= x_c - CH \sin(\alpha), \\ y_h &= y_c + CH \cos(\alpha), \\ x_p &= x_b + BP \cos(\psi + \alpha), \\ y_p &= y_b + BP \sin(\psi + \alpha), \end{aligned} \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} x_b &= x_c - CB \sin(\alpha), \\ y_b &= y_c + CB \cos(\alpha), \end{aligned}$$

воспользуемся уравнением Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial K}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = Q_i \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (22)$$

где  $K$  и  $\Pi$  - кинетическая и потенциальная энергии системы;  $q_i$  - обобщенные координаты (в общем случае их число может превышать число степеней подвижности робота);  $Q_i$  - обобщенные силы (это силы или моменты, развиваемые приводами, а также внешние силы или моменты, например, возникающие при взаимодействии системы с поверхностью).

Запишем выражение для кинетической энергии, потенциальной энергии и обобщенных сил робота. Опустив промежуточные традиционные выкладки, с применением уравнения Лагранжа(22) запишем уравнения движения для всех обобщенных координат в окончательной форме.

Для  $x_c$ :

$$\begin{aligned} & (m_h + m_p) \ddot{x}_c - (m_p bp \sin(\psi + \alpha) + (m_h ch + m_p cb) \cos(\alpha)) \ddot{\alpha} - m_p bp \sin(\psi + \alpha) \ddot{\psi} + \\ & + ((m_h ch + m_p cb) \sin(\alpha) - m_p bp \cos(\psi + \alpha)) \dot{\alpha}^2 - 2 m_p bp \cos(\psi + \alpha) \dot{\alpha} \dot{\psi} - \\ & - m_p bp \cos(\psi + \alpha) \dot{\psi}^2 + C_{11} x_c + \frac{1}{2} (C_{21} + C_{12}) y_c + \frac{1}{2} (C_{31} + C_{13}) \alpha = F_x \end{aligned} \quad (23)$$

Для  $y_c$ :

$$\begin{aligned} & (m_h + m_p) \ddot{y}_c + (m_p bp \cos(\psi + \alpha) - (m_h ch + m_p cb) \sin(\alpha)) \ddot{\alpha} + m_p bp \cos(\psi + \alpha) \ddot{\psi} - \\ & - ((m_h ch + m_p cb) \cos(\alpha) + m_p bp \sin(\psi + \alpha)) \dot{\alpha}^2 - 2 m_p bp \sin(\psi + \alpha) \dot{\alpha} \dot{\psi} - \\ & - m_p bp \sin(\psi + \alpha) \dot{\psi}^2 + C_{22} y_c + \frac{1}{2} (C_{12} + C_{21}) x_c + \frac{1}{2} (C_{23} + C_{32}) \alpha + (m_h + m_p) g = F_y \end{aligned} \quad (24)$$

Для  $\alpha$ :

$$\begin{aligned} & - (m_p bp \sin(\psi + \alpha) + (m_h ch + m_p cb) \cos(\alpha)) \ddot{x}_c + (m_p bp \cos(\psi + \alpha) - (m_h ch + \\ & + m_p cb) \sin(\alpha)) \ddot{y}_c + (m_h ch^2 + m_p cb^2 + 2 m_p cb bp \sin(\psi) + m_p bp^2 + J_p + J_h) \ddot{\alpha} + \\ & + (m_p cb bp \sin(\psi) + m_p bp^2 + J_p) \ddot{\psi} + J_p \ddot{q}_2 + 2 m_p cb bp \cos(\psi) \dot{\psi} \dot{\alpha} + \\ & + m_p cb bp \cos(\psi) \dot{\psi}^2 + C_{33} \alpha + \frac{1}{2} (C_{13} + C_{31}) x_c + \frac{1}{2} (C_{23} + C_{32}) y_c + \\ & + (m_p bp \cos(\psi + \alpha) - (m_h ch + m_p cb) \sin(\alpha)) g = M_p - (cb \cos(\alpha) + bp \sin(\psi + \alpha)) F_x - \\ & - (cb \sin(\alpha) + bp \cos(\psi + \alpha)) F_y \end{aligned} \quad (25)$$

Для  $\psi$ :

$$\begin{aligned} & - m_p bp \sin(\psi + \alpha) \ddot{x}_c + m_p bp \cos(\psi + \alpha) \ddot{y}_c + (m_p cb bp \sin(\psi) + m_p bp^2 + J_p) \ddot{\alpha} + \\ & + (m_p bp^2 + J_p) \ddot{\psi} + J_p \ddot{q}_2 - m_p bp cb \cos(\psi) \dot{\alpha}^2 + m_p bp \cos(\psi + \alpha) g = M_a - \\ & - bp \sin(\psi + \alpha) F_x + bp \cos(\psi + \alpha) F_y \end{aligned} \quad (26)$$

Для  $q_1$ :

$$\frac{2}{105} \rho ar bp^3 \ddot{q}_1 - \frac{1}{70} \rho ar bp^3 \ddot{q}_2 + \frac{8EI}{bp} q_1 + \frac{4EI}{bp} q_2 = M_a \quad (27)$$

Для  $q_2$ :

$$\left( J_p + \frac{2}{105} \rho ar bp^3 \right) \ddot{q}_2 - \frac{1}{70} \rho ar bp^3 \ddot{q}_1 + J_p \ddot{\alpha} + J_p \ddot{\psi} + \frac{8EI}{bp} q_2 + \frac{4EI}{bp} q_1 = M_p \quad (28)$$

Систему шести уравнений (23-28) можно более кратко записать в матричной форме:

$$A(q) \ddot{q} + b(\dot{q}, q) + c(q) = Q, \quad (29)$$

При рассмотрении свободного движения уравнения (29) интегрируются при заданных начальных условиях и нулевых правых частях. Собственные частоты и формы колебаний приведены в табл. 3. при  $\psi = 0$ .

Таблица 3

<i>Частоты <math>\lambda</math> (Гц.)</i>	$x_c$	$y_c$	$\alpha$	$q_1$	$q_2$
3.140	1	0.8847	0.6867	-0.1407	0.0281
3.822	-0.4653	1	-0.2357	0.0073	-0.0142
5.269	1	0.21419	-0.2636	0.0164	0.0328

На рис.9 показана соответствующая схема, где наглядно представлены, выявленные взаимовлияния движений по степенным подвижности.

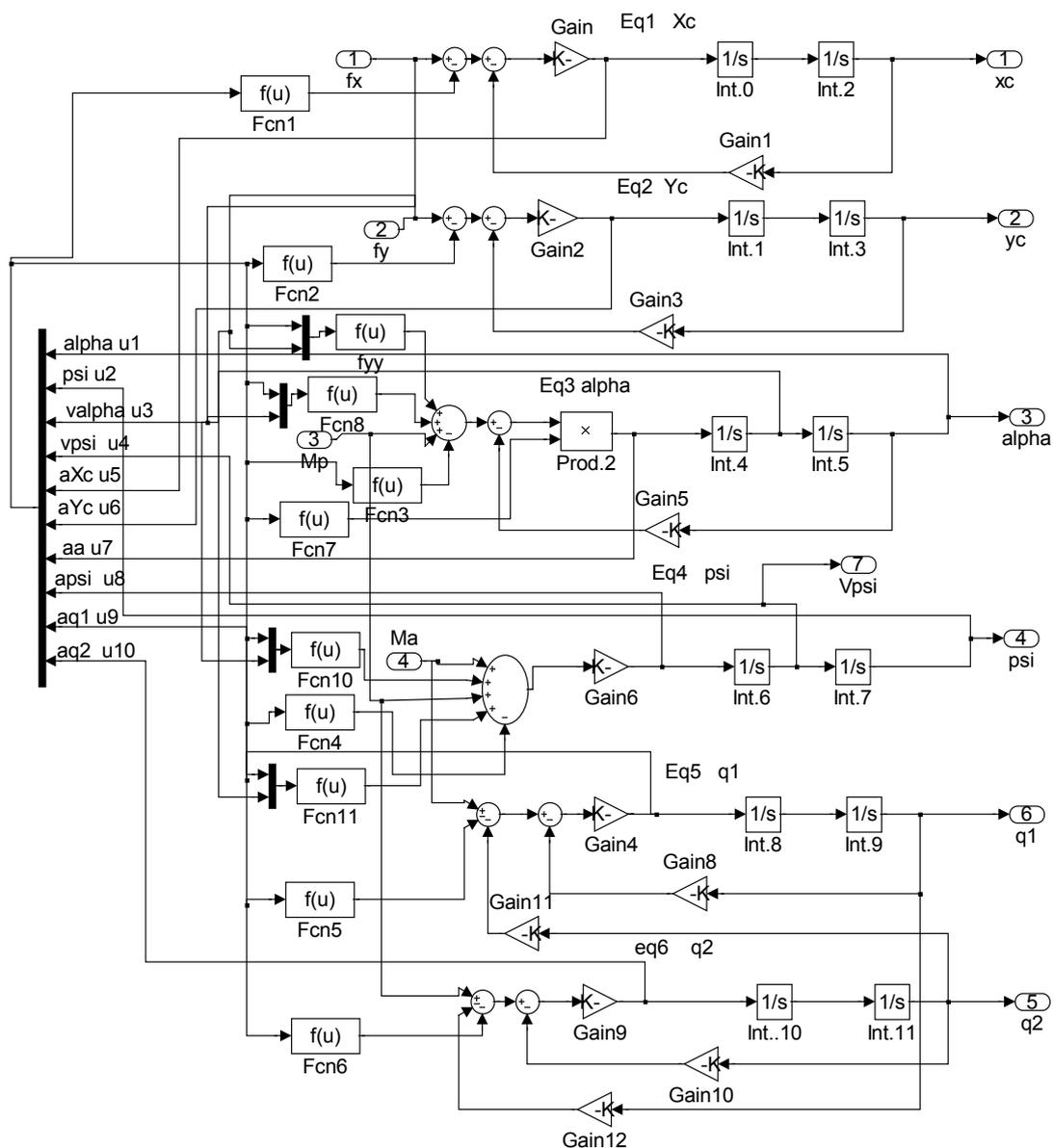


Рис.9. Моделирование уравнения (29) в среде MATLAB

Линеаризованные уравнения движения робота и системы управления приводом приводятся к следующим уравнениям в пространстве состояний:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (30)$$

где  $x$  –  $n$ -мерный вектор состояния;  $u$  – вектор управления;  $y$  –  $r$ -мерный вектор выходов (измерений);  $A$  – матрица размерности  $n \times n$ ;  $B$ ,  $C$ , и  $D$  матрицы.

Для объекта управления, описываемого уравнениями (30) будет рассматриваться проблема проектирования линейно-квадратичного оптимального регулятора для систем непрерывного времени (см. рис.10).

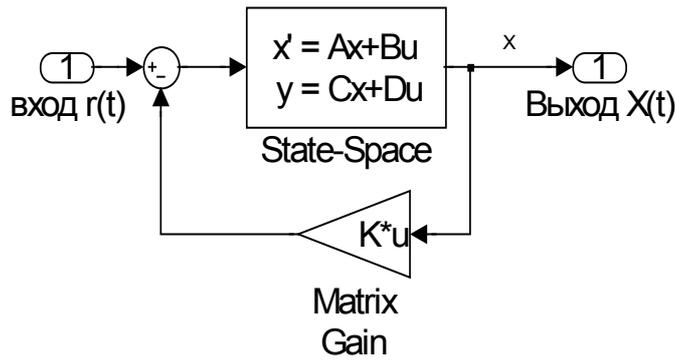


Рис.10

В MATLAB 6.0, функция  $[K, S, e] = lqr(A, B, Q, R, N)$  рассчитывает матрицу коэффициентов обратных связей  $K$ , такую, что закон управления

$$u = -K x \tag{31}$$

минимизирует квадратичный критерий качества

$$J(u) = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u + 2x^T N u) dt \tag{32}$$

Сформировав систему обратной связи по уравнению (31) для объекта управления (30), получим уравнение замкнутой системы.

На рис.11 приведен полный график скорости с учетом движения на всех этапах (разгон, движение с постоянной скоростью, торможение).

Полное приращение угла поворота кривошипа составляло  $\pi$  рад. На этапе разгона был реализован типовой процесс, постоянного ускорения по углу  $\Psi$ , которое составляло  $\text{брад/с}^2$ , разгон продолжится до скорости установившегося движения  $2\text{рад/с}$ .

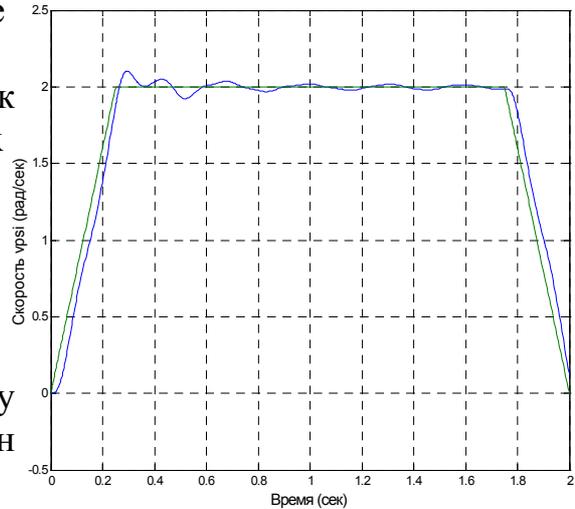


Рис.11

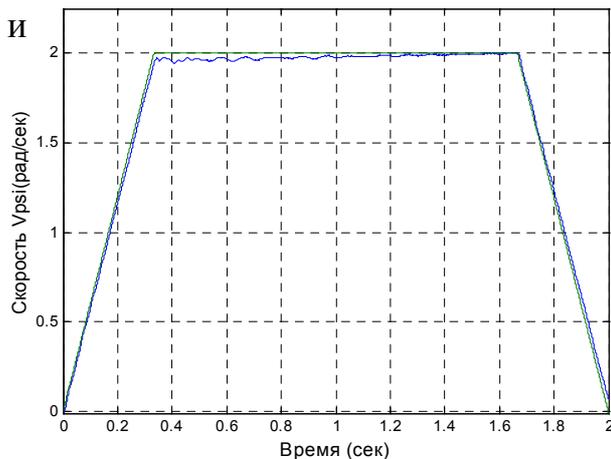
Для системы (30) обратная связь может быть сформирована по линейному закону

$$u = -K_p (\Psi - \Psi_{\Pi}) - K_d (\dot{\Psi} - \dot{\Psi}_{\Pi}) - K_T i_d \tag{33}$$

где  $\Psi_{\Pi}, \dot{\Psi}_{\Pi}$  программные движения,  $K_p, K_d, K_T$  коэффициенты обратных связей по перемещению, скорости и току двигателя соответственно.

Коэффициенты

$K_p, K_d, K_T$  определяются из условия минимизации ошибки по



скорости. Минимизация ошибок осуществляется в MATLAB функцией LSQNONLIN.

Коэффициенты обратных связей зависят от закона программного движения. Например, для движения по ровной плоскости (см. рис.12), коэффициенты обратных связей равны  $K_p = -0.508$ ,  $K_v = 115.886$ ,  $K_i = -1.0045$ .

### ***Основные результаты и выводы***

Рис.12

В диссертационной работе в различных постановках рассмотрен ряд задач по статическому и динамическому исследованию управляемого шагающего аппарата, применяемого для перемещения и доставки различного оборудования в трудно доступные места.

В результате выполненных исследований сформулированы следующие основные выводы:

1. Предложена подробная схема и выполнен структурный анализ модели шагающего аппарата. На основе расчетов осуществлен выбор основных элементов аппарата.
2. Составлена динамическая модель механической части аппарата, учитывающая сдвиговые слагаемые в элементах.
3. Исследован пространственный неупругий удар абсолютно твердой стопы состоящей из трех пальцев, жестко закрепленных на одном основании.
4. К шагающему аппарату применено численное моделирование с использованием конечно-элементного комплексного пакета MSC/NASTRAN. Выполнены все этапы построения расчетных модели конструкции: разработка геометрии, создание конечно-элементной сети, формирование нагрузки и граничных условий.
5. Определены собственные формы и частоты. Выполнен частотный анализ модели пространственного стержневого механизма шагающего аппарата при динамической нагрузке.
6. На основании геометрического и структурного анализа механизма аппарата представлены алгоритмы оптимального управления муфтами (их выключение и включение) во время движения аппарата. Создан алгоритм обеспечивающий мягкое движение и статическую устойчивость механизма путем выбора набора включенных муфт.
7. Составлено дифференциальное уравнение движения механической системы (с использованием уравнением Лагранжа второго рода) с учетом распределенных упруго-инерционных параметров.
8. Решены задачи динамического анализа и синтеза для определения движущего момента, необходимого для реализации заданного

программного движения. Такая задача обычно возникает при проектировании аппарата на этапе выбора двигателей и расчета передач.

9. Составлена и исследована математическая модель объекта управления, описывающего его движение с учетом характеристик привода, решена проблема проектирования линейно-квадратичного оптимального регулятора в среде MATLAB для систем непрерывного времени.

***Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах:***

1. Хади Н.Х., Терешин В.А. Исследование колебаний балки после ее удара об опоры//материалы XXIX Межвузовской конференции (механико-машиностроительный факультет и факультет технологии и исследования материалов). –СПб.: ноябрь, 2001. –с 44.

2. Терешин В.А., Хади Н.Х. К вопросу о пространственном ударе сложной стержневой системы//материалы XXIX Межвузовской конференции (механико-машиностроительный факультет и факультет технологии и исследования материалов). – СПб.: ноябрь, 2001. –с 47.

3. Хади Н.Х., Терешин В.А. Пространственный удар абсолютно твердого аппарата//материалы IX Международной научно-методической конференции (Высокие интеллектуальные технологии образования и науки). – СПб.: февраль, 2002. – с 275.

4. Терешин В.А., Хади Н.Х., Али А.А. Пространственный упругий удар шагающего аппарата. //материалы VI всероссийской конференции по проблемам науки и высшей школы. (Фундаментальные исследования в технических университетах). – СПб.: СПбГТУ, 2002.(принята к публикации)

5.Королев В.А., Хади Н.Х., Али А.А. Определение рациональных сечений звеньев робота манипулятора с точки зрения влияния на его погрешность позиционирования и резонансные частоты робота. //материалы VI всероссийской конференции по проблемам науки и высшей школы. (Фундаментальные исследования в технических университетах). – СПб.: СПбГТУ, 2002. (принята к публикации).