

*На правах рукописи*

**Али Ахмад Абдул Хуссain**

**Рациональной выбор параметров звеньев  
манипулятора работа на основе анализа статических и  
динамических характеристик**

Специальность 05.02.05 - роботы, мехатроника и робототехнические  
системы

**АВТОРЕФЕРАТ**

Диссертации на соискание ученой степени кандидата  
технических наук

Санкт – Петербург  
2002

Работа выполнена на кафедре «Гибкие автоматические комплексы» Санкт – Петербургского государственного политехнического университета

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор  
Королев В.А.

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор  
Калашников С.Н.,  
кандидат технических наук, доцент  
Романов П.И.

Ведущее предприятие: ОАО Механическое объединение им.  
Карла Маркса

Защита диссертации состоится 20 июня 2002 года в 16<sup>00</sup> часов на заседании диссертационного Совета Д212.229.22 при Санкт-Петербургском государственном политехническом университете, по адресу: 195251, Санкт- Петербург, Тихорецкий пр. 21, ЦНИИ РТК.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

Автореферат разослан , 2002 года.

Ученый секретарь  
Диссертационного совета Д 212.229.22,  
д.т.н., профессор

Шашихин В.Н.

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы:** Проектирование манипуляторов роботов предполагает проведение расчетов и экспериментальных исследований их механических и частных характеристик.

Прочностные расчеты для роботов необходимо проверить с учетом частотных, жесткостных, динамических и некоторых других характеристик, что требует создание дополнительных методов расчетов, обеспечивающих контроль конструкторской проработки по основным специфическим характеристикам (точность позиционирования, минимум материалоемкости и др.), для такого класса машин, как манипуляторы роботов.

Актуальной является задача разработки эффективных методов расчета статических, жесткостных, динамических и частотных характеристик манипуляторов роботов, которые позволили бы существенно сократить сроки проектирования новых и анализ существующих конструкций манипуляторов роботов (МР).

К современным МР предъявляются комплекс жестких и во многом противоречивых требований. Требуются высокое быстродействие при заданной плавности движения, высокая точность отработки программных движений, минимальные масса и габаритные размеры исполнительных механизмов. Для повышения точности приходится увеличивать массы и моменты инерции подвижных частей.

Утяжеление конструкции роботов приводит к ухудшению их характеристик, снижению собственных частот. В результате это снижает производительность сборочных и транспортных операций.

Тяжелые механические конструкции требуют также применения мощных приводных механизмов, которые во многих случаях дополнительно нагружают предшествующие звенья, тем самым еще больше увеличивают общий вес системы. Так как динамические и статистические ошибки возникают при воздействии сил инерции, прямой метод повышения жесткости является недостаточно эффективным. Опыт роботостроения показывает, что для достижения приемлемого компромисса между этими противоречивыми требованиями упругая податливость элементов механизма МР в целом остается важнейшим фактором. Целенаправленные изменения некоторых параметров могут в значительной степени улучшить динамические характеристики системы в целом, т.е. можно говорить о выборе оптимальных жесткостей основных конструктивных элементов. Для этого необходимы соответствующие методики и специализированные программные средства, учитывающие особенности кинематических схем и узлов конструкций МР. Обычно существуют только общие качественные рекомендации о целесообразности увеличения жесткости и уменьшения масс и моментов инерции звеньев МР. Решение задачи оптимизации дополнительно усложняется из-за структуры механизмов МР, которые представляют со-

бой преимущественно открытые, незамкнутые кинематические цепи относительно малой жесткости, по сравнению, например, со станками и другим технологическим оборудованием.

Все это определяет актуальность темы диссертации и обуславливает необходимость дальнейшего развития существующих методов расчета динамики упругих механизмов, с целью обеспечения возможностей оценивания динамических ошибок на стадии проектирования и синтеза оптимальных конструкций манипуляторов.

**Цель работы:** Повышение характеристик роботов на основе рационального выбора конструктивных параметров его звеньев. Расчет собственных частот пространственного нежесткого многозвенного манипулятора, а также создание методик определения угловых жесткостей при действии изгибающего и крутящего моментов, разработка способов повышения жесткости звеньев манипулятора робота и создание методик, алгоритмов и удобных для применения программных средств для исследования динамики упругих звеньев МР на этапе проектирования.

**Методы исследования:** Для решения поставленных задач используются методы теоретической и аналитической механики, теории механических колебаний, сопротивления материалов, метод начальных параметров, а так же программа "mathcad".

**Научная новизна:**

1. На основе метода начальных параметров разработана методика расчета собственных частот пространственного многозвенного шарнирного манипулятора, содержащего упругие и абсолютно твердые элементы.
2. Разработана методика расчета угловой жесткости при действии внешнего изгибающего момента.
3. Созданы программы по определению частотных и жесткостных характеристик манипуляторов ПР.
4. Разработана методика построения динамических моделей пространственных частот и исследования зависимостей частот от конструктивных параметров.

**Практическая значимость:** Решена задача снижения материалоемкости конструкции манипулятора при обеспечении требуемой жесткости за счет податливости манипулятора с одновременным уменьшением радиусов и веса звеньев МР. Полученные в диссертации результаты могут быть использованы при разработке и создании конструкции МР на стадии проектирования, обеспечив рациональный выбор конструктивных параметров манипулятора. Применение программ расчета частотных и статических характеристик позволяет повысить качество и сократить сроки проектирования новых конструкций манипуляторов. Методика определения собственных частот может также применяться для различных

конструкций, представленных в виде многомассовой модели с заданными жесткостными характеристиками.

### ***Основные положения выносимые на защиту:***

1. Построение расчетной модели упругого манипулятора и определение деформации манипулятора в абсолютной системе координат .
2. Расчет собственных частот упругого пространственного трехзвенного манипулятора с использованием метода начальных параметров.
3. Разработка программы на основе системы “mathcad” по определению собственных частот манипулятора и проверка полученных результатов на контрольных вариантах.
4. Расчет угловой жесткости звеньев манипулятора при действии на него изгибающего и крутящего момента.
5. Предложен алгоритм исследования модульных роботов. Определено влияние отдельных модулей на частоты колебаний и податливость эвеньев робота.
6. Разработка методики и расчет влияния деформаций тонкостенных конструкций руки на упругую податливость механизма манипулятора.
7. Исследование зависимости частоты свободных колебаний от постоянной нагрузки.

***Публикации:*** основные результаты работы изложены в четырех печатных изданиях.

***Структура и объем работы:*** Диссертационная работа состоит из введения, обзора литературы , четырех глав , заключения и списка литературы. Изложена на 117 страницах, включая 5 таблиц, 80 рисунков, список литературы из 84 наименований и приложений.

## **Основное содержание работы**

***Введение:*** во введении обоснована актуальность работы, сформулированы основные положения, выносимые на защиту, показана научная новизна и практическая ценность результатов работы, приведены данные о реализации основных положений диссертации.

***В первой главе:*** Представлены решения задач, рассматривающих упругость конструкций звеньев МР. Выбор расчетных схем МР в зависимости от упругих характеристик МР. А так же проведен анализ жесткостных характеристик ряда отечественных и зарубежных манипуляторов промышленных роботов.

***Во второй главе:*** Рассматриваются деформации, которые происходят МР состоящего из трёх звеньев, потому что в реальных конструкциях в МР часто используются механизмы с числом подвижностей ме-

нее шести. Наиболее простые манипуляторы имеют три, реже две подвижности. Такие манипуляторы значительно дешевле в изготовлении и эксплуатации, но предъявляют специфические требования к организации рабочей среды.

Цель нашей работы заключается в создании самого звена с минимальной массой, которое может переносить данный груз с допустимой деформацией. В работе сечения стержней предполагаются кольцевыми потому, что при одинаковой площади поперечного сечения (т.е. при одинаковом расходе материала) полярные моменты инерции и моменты сопротивления для кольцевого сечения, которое не имеет площадок, близко расположенных к центру, значительно больше, чем для сплошного круглого сечения. Поэтому брус кольцевого сечения при кручении является более экономичным, чем брус сплошного круглого сечения, т.е. требует меньшего расхода материала. В работе используется язык «Mathcad.pro.8» для нахождения самых минимальных радиусов «R», в которых напряжение в поперечном сечении не будет больше заданного напряжения. После этого программа рассчитает сумму деформации всех стержней, а также сумму их веса. Далее программа начинает постепенно изменять радиус всех звеньев и каждый раз делает расчет деформации и веса стержней. Программа также выбирает вариант, который даёт деформацию между максимальным и минимальным значением, которое мы поставили.

Рассмотрим трёхзвенник, состоящий из упругих прямолинейных стержней  $O_1 O_2, O_2 O_3$  и  $O_3 O_4$  жестко соединенных в точки  $O_1, O_2, O_3$  (рис.1, где показана недеформированная конфигурация трёхзвенника).

Сечения стержней предполагаются круговыми или кольцевыми. Продольными смещениями пренебрегаем по сравнению с поперечными смещениями.

Для того, что бы механизм МР имел заданные показатели точности и быстродействия, его параметры должны быть обоснованы расчетом, который включает задачу про-

верки условия жесткости при известной схеме механизма МР, геометрических размерах звеньев и значениях действующих. Это задача решается по известным формулам сопротивления материалов. Отклонение ( $\delta t$ ) конца руки складывается из деформации ( $\delta z$ ) изгиба руки и деформации ( $\delta y$ ) колонны.



Рис.(1) схема механизма манипулятора, 1- колонна, 2,3,4-руки

Вертикальный прогиб конца руки при статическом действии нагрузок имеет

$$\delta_{z,i} = \frac{P_i L_i^3}{3EI_i} + \frac{M_i L_i^2}{2EI_i} + \frac{q_i L_i^4}{8EI_i} \quad (1)$$

где:  $q_i = \rho \cdot g \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$  – распределенная нагрузка действующая на руку,  
 $E = 1.96 \times 10^5 \text{ МПа}$  – модуль Юнга,  $I_i = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$  момент инерции руки  
(здесь  $D, d$  – наружный и внутренний диаметры руки),  $M_i$  = изгибающий момент,  $P_i$  = поперечная сила.  $\rho$  = плотность стали,  $g$  = ускорение свободного падения.

$$P_i = m_i \cdot g + q_{i+1} \cdot L_{i+1}, \quad M_i = q_{i+1} \cdot \frac{L_{i+1}^2}{2} + P_{i+1} \cdot L_{i+1} + M_{i+1}$$

напряжение в точке  $A_i$  будет:

$$\sigma_{A_i} = (M_i + P_i \cdot L_i + q_i \cdot \frac{L_i^2}{2}) \cdot \frac{D_i}{2I_i} \quad (2)$$

В нашей работе мы сделали программу для определения вертикальной деформации  $\delta_z$  и нормального напряжения в каждом звене. В первую очередь программа определяет минимальные радиусы каждого звена, в которых напряжение в поперечном сечении стержней не будет больше, чем заданное напряжение.

Из Условия  $\delta_{\min} \leq \delta_T \leq \delta_{\max}$  (где  $\delta_T$  – максимальное отклонение конца выходного звена под действием инерционных нагрузок;  $\delta_{\max}, \delta_{\min}$  – максимально и минимально допустимая деформация). Проверяют жесткость. Если не соблюдается заданное условие жесткости, то изменяют радиусы и моменты инерции звеньев, и расчет повторяют. Выделим условно  $n$ -е звено манипулятора (рис.2), где второе звено вращается на  $90^\circ$  вокруг оси  $X_2$  и четвертое звено вращается на  $90^\circ$  вокруг  $Y_4$ . По известной схеме механизма МР составляют схему сил, действующих на его звенья. Записываем грузы, действующие на звенья.

$$F_1 = m_1 \times g, \dots, F_2 = m_2 \times g$$

$$F_3 = m_3 \times g, \dots, F_4 = m_4 \times g$$

$m_1, m_2, m_3$  : масса двигателя,  $m_4$  : масса груз

Для уменьшения погрешностей на этапе конструирования механизмов относительного манипулирования необходимо проводить моделирование кинематики.

В данной работе такое моделирование позволило сформулировать требования к конструктивным параметрам изготовления звеньев для рассмотрения статической погрешности, которая возникает в результате действующих силы и моментов на звенья МР. Суммарная деформация в конструкции манипулятора определится при анализе каждого стержня. Совокупность деформации все звеньев ( $\delta_T$ ) будет

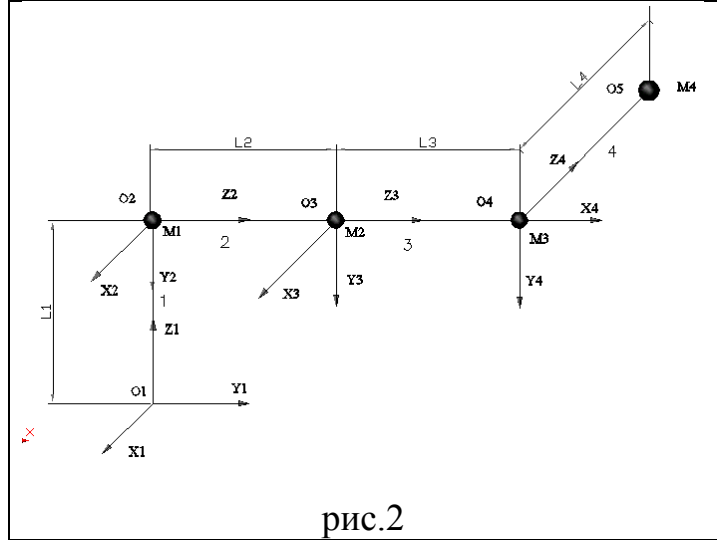


рис.2

$$\begin{aligned}\delta_{TX} &= \delta_{1X} \\ \delta_{TY} &= \delta_{1Y} \\ \delta_{TZ} &= \delta_{2Z} + \delta_{3Z} + \delta_{4Z} + (\theta_{2Y} + \theta_{3Y}) \times L_4 \\ \delta_T &= \sqrt{\delta_{TX}^2 + \delta_{TY}^2 + \delta_{TZ}^2}\end{aligned}$$

Выделим условно n-е звено манипулятора где второе звено вращается на  $90^\circ$  вокруг оси  $X_2$ , третье и четвертое звена на  $90^\circ$  вокруг  $Y_3$ . По известной схеме механизма работа составляем схему сил, действующих на его звенья. Из аналитического выражения для определения инерции и нагрузок, действующих на звенья, изгибающий момент относительно оси  $X_4$  для четвертого звена будет равен:

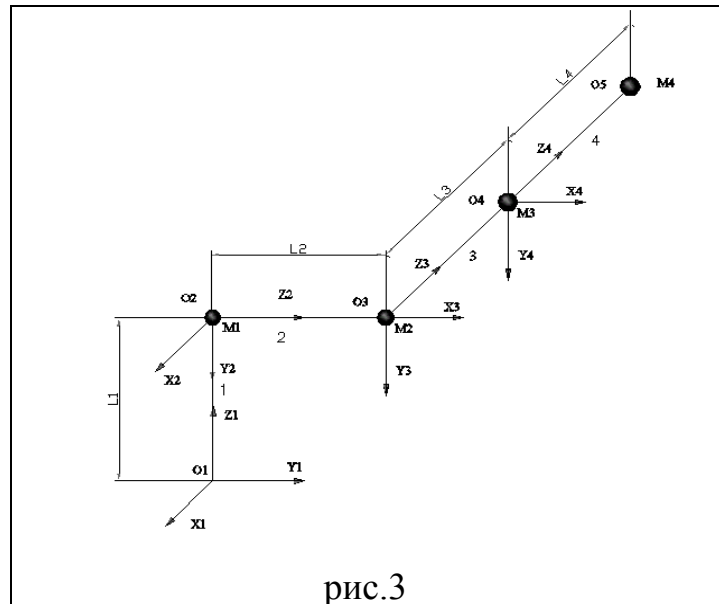


рис.3

$$M_{X4} = \frac{q_4 \times L_4^2}{2} + F_4 \times L_4$$



изгибающий момент вокруг оси  $X_3$  для третьего звена будет:

$$M_{X_3} = \frac{q_3 \times L_3^2}{2} + P_{O_4} \times L_3 + F_3 \times L_3 + M_{X_4}$$

изгибающий момент в круг оси  $X_2$  и  $Z_2$  для второго звена в точка  $O_2$  будет

$$M_{X_2} = q_2 \times \frac{L_2^2}{2} + P_{O_3} \times L_2 + F_2 \times L_2, \quad M_{Z_2} = M_{X_3}$$

напряжение в плоскости  $X_2Y_2$  будет:

$$\sigma_{XY_2} = \frac{M_{X_2} \times (R_{i2} + T)}{I_2}, \quad \tau_{XY_2} = \frac{M_{Z_2} \times (R_{i2} + T)}{\frac{\pi}{2} \left\{ (R_{i2} + T)^4 - R_{i2}^4 \right\}}$$

на первого звено действуют два момента и еще продольные сжимающие силы, поэтому момент вокруг оси  $Y_1$  и  $X_1$  будет

$$M_{X_1} = M_{X_2}, \dots, M_{Y_1} = M_{Z_2}$$

и совокупность моментов будет:  $M_1 \sqrt{M_{X_1}^2 + M_{Y_1}^2}$

сумма сил, действующих на колонну будет :  $P_{O_1} = P_{O_2} + F_1 + q_1 \times L_1$

напряжение в точке  $O_1$  будет:  $\sigma_1 = \frac{P_{O_1}}{A} + \frac{M_1 \left| \sec\left(\sqrt{\frac{P_{O_1}}{EI}} \times L_1\right) \right| \cdot (R_{i1} + T)}{I_1}$

совокупность деформаций в конструкции манипулятора может получиться через анализ каждого стержня из её конструкции, поэтому для первого звена деформация вдоль оси  $X, Y$  и  $Z$  будет:

$$\delta_{1X} = \frac{M_{Z_2} \times L^2}{2EI_1}, \quad \delta_{1Y} = \frac{M_{X_2} \times L_1^2}{2EI_1}$$

$\delta_{1Z} \approx 0$  (продольной деформацией можно пренебречь по сравнению с изгибной деформацией)

Деформация второго звена состоит из двух частей. Первая часть это изгибная деформация:

$$\delta_{2Z} = \frac{P_{O_3} \times L_2^3}{3EI_2} + \frac{q_2 \times L_2^4}{8EI_2} + \frac{F_2 \times L_2^3}{3EI_2}$$

Второе часть это угол закручивания:

$$\theta_{2Y} = \frac{M_{X_3} \times L_2}{GI_{P_2}}$$

Деформация третьего звена будет:

$$\delta_{3Z} = \frac{P_{O4} \times L_3^3}{3EI_3} + \frac{F_3 \times L_3^3}{3EI_3} + \frac{M_{X4} \times L_3^2}{2EI_3} + \frac{q_3 \times L_3^4}{8EI_3}$$

деформация четвертого звена:  $\delta_{4Z} = \frac{F_4 \times L_4^3}{3EI_4} + \frac{q_4 \times L_4^4}{8EI_4}$

совокупность деформации всех звеньев ( $\delta_T$ ) будет:

$$\delta_{TX} = \delta_{1X}$$

$$\delta_{TY} = \delta_{1Y}$$

$$\delta_{TZ} = \delta_{2Z} + \delta_{3Z} + \delta_{4Z} + \{\theta_{2Y} \times (L_3 + L_4)\}$$

$$\delta_T = \sqrt{\delta_{TX}^2 + \delta_{TY}^2 + \delta_{TZ}^2}$$

**В третьей главе:** Определена резонансная частота манипулятора робота со сферическими координатами при различной длине звеньев и конструктивных сечениях.

В самом начале рассматривается однородная прямолинейная балка постоянного сечения и связанная системой координат X,Y,Z направив ось Z по оси балки а оси X и Y по главным осям инерции левого торцевого сечения.

Уравнение свободных поперечных колебаний такой балки в плоскости

Z-X имеет следующий вид: 
$$\frac{\partial^4 u}{\partial Z^4} + \frac{\rho}{B} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

где  $u = u(Z, t)$ - перемещения точек оси балки в направлении оси Y ;  $B = E I_y$  – жесткость балки на изгиб в плоскости XZ;  $I_y$ - момент инерции сечения балки относительно оси Y ; E – модуль нормальной упругости ;  $\rho$ - погонная масса балки.

Изгибающий момент  $M_y$  и перерезывающая сила  $V_x$  с перемещениями,

запишутся следующим образом: 
$$\beta = + \frac{\partial u}{\partial z}, \quad M_y = + B \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad V_x = - B \frac{\partial^3 u}{\partial z^3}$$

Представляя решение уравнения (3) в форме :  $u(z, t) = u(z) \sin \lambda t$

и вводя обозначение 
$$\left(\frac{m}{L}\right)^4 = \frac{\rho}{B} \cdot \lambda^2$$

получим 
$$u^4(z) - \left(\frac{m}{L}\right)^4 \cdot u(z) = 0 \quad (4)$$

решение уравнения (4) может быть представлено следующим выражением

$$u(z) = C_1 \cdot S\left(\frac{m \cdot z}{L}\right) + C_2 \cdot T\left(\frac{m \cdot z}{L}\right) + C_3 \cdot U\left(\frac{m \cdot z}{L}\right) + C_4 \cdot V\left(\frac{m \cdot z}{L}\right) \quad (5)$$

где использованы функции А.Н.Крылова

$$S(\zeta) = \frac{1}{2}(ch\zeta + \cos \zeta); T(\zeta) = \frac{1}{2}(sh\zeta + \sin \zeta) \quad (6)$$

$$U(\zeta) = \frac{1}{2}(ch\zeta - \cos \zeta); V(\zeta) = \frac{1}{2}(sh\zeta - \sin \zeta)$$

обладающие свойствами :  $S'(\zeta) = V(\zeta), V'(\zeta) = U(\zeta), U'(\zeta) = T(\zeta), T'(\zeta) = S(\zeta)$  и единичной матрицей начальных значений. Если считать заданными величины  $u(0), \beta(0), M_y(0), V_x(0)$  на левом конце балки, то можно получить равенства:

$$\begin{aligned}\bar{u}(L) &= S_1 \bar{u}(0) + \frac{b}{m} T_1 \bar{\beta}(0) + \frac{b^2}{a} U_1 \overline{M}_y(0) + \frac{b^3}{a} V_1 \overline{V}_x(0) \\ \bar{\beta}(L) &= \frac{m^4}{b} V_1 \bar{u}(0) + S_1 \bar{\beta}(0) + \frac{b}{a} T_1 \overline{M}_y(0) + \frac{b^2}{a} U_1 \overline{V}_x(0) \\ \overline{M}_y(L) &= \frac{a \cdot m^4}{b^2} U_1 \bar{u}(0) + \frac{a \cdot m^4}{b} V_1 \bar{\beta}(0) + S_1 \overline{M}_y(0) + b T_1 \overline{V}_x(0) \\ \overline{V}_x(L) &= \frac{a \cdot m^4}{b^3} T_1 \bar{u}(0) + \frac{a \cdot m^4}{b^2} U_1 \bar{\beta}(0) + \frac{m^4}{b} V_1 \overline{M}_y(0) + S_1 \overline{V}_x(0)\end{aligned}\quad (7)$$

здесь обозначено  $\bar{u}(z) = u(z), \bar{\beta}(z) = \bar{L} \beta(z), \overline{M}_y(z) = \frac{\bar{L}^2}{B} M_y(z), \overline{V}_x(z) = -\frac{\bar{L}^3}{B} V_x(z)$

$$a = \frac{B}{B}, b = \frac{L}{L} \text{ где } \bar{B} = E\bar{I} \text{ и } \bar{L} - \text{ Жесткость и длина некоторой балки .}$$

для правого конца балки где  $(z=L)$ :

$$S_1 = S(m), T_1 = \frac{1}{m} T(m), U_1 = \frac{1}{m^2} U(m), V_1 = \frac{1}{m^3} V(m)$$

граничные условия, имеют вид :  $u(0) = \beta(0) = M_y(0) = V_x(0) = 0$ ,

на основании которых можно написать:

$$\bar{u}(0) = \bar{\beta}(0) = 0 \quad ; \quad \overline{M}_y(0) = \overline{V}_x(0) = 0 \quad (8)$$

и на основании равенств(8) будем иметь:

$$S_1 \overline{M}_y(0) + b T_1 \overline{V}_x(0) = 0 \quad ; \quad \frac{m^4}{b} V_1 \overline{M}_y(0) + S_1 \overline{V}_x(0) = 0. \quad (9)$$

При свободных колебания балки величины изгибающего момента  $M_y(0)$  и перерезывающей силы  $V_x(0)$  на ее левом конце будут отличны от нуля. Следовательно,  $\overline{M}_y(0) \neq 0, \overline{V}_x(0) \neq 0$ , и для того, чтобы соотношения (9) удовлетворялись, необходимо потребовать обращения в нуль их определителя:

$$\begin{vmatrix} S_1 & bT_1 \\ \frac{m^4}{b}V_1 & S_1 \end{vmatrix} = S_1^2 - m^4 V_1 T_1 = 0.$$

Это уравнение определяет значения  $m$ , по которым находятся собственные частоты  $\lambda$  балки.

Разделив балку на много частей, мы сможем для каждой из частей составить соотношения вида(7). Затем с помощью условий сопряжения мы можем исключить значения  $\bar{u}, \bar{\beta}, \overline{M}_y, \overline{V}_x$  в точках сопряжения и связать величины  $\bar{u}(L), \bar{\beta}(L), \overline{M}_y(L), \overline{V}_x(L)$  и  $\bar{u}(0), \bar{\beta}(0), \overline{M}_y(0), \overline{V}_x(0)$  в конце и начале балки.

В работе здесь, следуя В.А.Троицкому, для перехода к компактной матричной форме записи необходимых соотношений использовали матрицу- столбец четвертого порядка

$$\eta(z) = \{\overline{u}(z), \overline{\beta}(z), \overline{M}_y(z), \overline{V}_x(z)\}$$

Остановимся еще на учете сосредоточенных включений (сосредоточенные массы, упругие опоры). Чтобы построить для них матрицу переноса, составим ее уравнения движения :

$$V_x(L) = (C_x - M \cdot \lambda^2) \cdot u + V_x(0)$$

$$M_y(L) = (C_\beta - \delta_y \cdot \lambda^2) \beta + M_y(0)$$

Если учесть теперь геометрические соотношения

$$u(0) = u(L), \beta(0) = \beta(L) \quad \text{где } u(0), \beta(0) \text{ и } u(L), \beta(L) - \text{ значения}$$

соответствующих величин слева и справа от массы, то мы без труда составим формулу переноса  $\eta(L) = C \cdot \eta(0)$

В приведенных выше формулах  $M$ -масса ;  $J_y$ - момент инерции относительно оси  $Y$ ;  $C_x$  и  $C_\beta$  коэффициенты жесткости пружин .

Особенностью плоских (и пространственных) стержневых систем является то, что входящие в них балки могут сопрягаться под углом. Следовательно, мы должны еще составить матрицу переноса для такого углового сопряжения. Она строится с помощью формул преобразования координат

$$X' = X; Y' = Y \cdot \cos \mu - Z \sin \mu; Z' = Y \cdot \sin \mu + Z \cdot \cos \mu$$

Рассмотрим еще задачу о колебаниях плоских стержневых систем в их плоскости. В этом случае элементы будут испытывать продольные деформации. Так матрица переноса однородного прямолинейного участка постоянной толщины будет иметь следующий вид:

$$D = \begin{vmatrix} \cos n_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{b}{C_2} \cdot \frac{\sin n_2}{n_2} \\ 0 & S_1 & bT_1 & \frac{b^2}{a} U_1 & \frac{b^3}{a} V_1 & 0 \\ 0 & \frac{m^4}{b} V_1 & S_1 & \frac{b}{a} T_1 & \frac{b^2}{a} U_1 & 0 \\ 0 & \frac{am^4}{b^2} U_1 & \frac{am^4}{b} V_1 & S_1 & bT_1 & 0 \\ 0 & \frac{am^4}{b^3} T_1 & \frac{am^4}{b^2} U_1 & \frac{m^4}{b} V_1 & S_1 & 0 \\ -\frac{C_2 n_2}{b} \sin n_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos n_2 \end{vmatrix}$$

а матричная формула переноса :  $\eta = \{\overline{\omega}_z, \overline{v}_y, \overline{\alpha}_x, \overline{M}_x, \overline{V}_y, \overline{V}_z\}$

где  $\omega$ - перемещение вдоль оси  $Z$ ,  $V_z$ - продольная сила.

Соединим все участки, оставив разъединенными первый и последний, и составим матрицу переноса получившегося:

$$\eta(L) = A \eta(0) \quad \text{где } A = C_4 D_4 C_3 D_3 C_2 D_2 B_2 C_1 D_1$$

Уравнение свободных колебаний в плоскости  $yz$  имеет вид:

$$\frac{\partial^4 v}{\partial z^4} + \frac{\rho}{A} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$$

Задача о колебаниях стержневых систем распадается на задачи о плоских колебаниях системы и неплоских. Рассмотрим сначала неплоские колебания. В этом случае, кроме деформации изгиба, составляющие систему элементы будут испытывать еще деформацию кручения. Поэтому построения предыдущих параграфов должны быть дополнены соответствующими формулами, отражающими крутильные колебания стержней.

Мы будем предполагать, что система состоит из прямолинейных балок постоянного сечения. Тогда на основании уравнения свободных крутильных колебаний балки

$$\frac{\partial^2 \gamma}{\partial z^2} = \frac{i_z}{C} \frac{\partial^2 \gamma}{\partial t^2}$$

где  $\gamma$  – угол закручивания ;  $i_z$  – погонный момент инерции балки ;  $C$  – жесткость балки на кручение, и соотношения  $M_z = C \partial \gamma / \partial z$

$$\bar{\gamma}(z) = \cos \frac{n_1 z}{l} \cdot \bar{\gamma}(0) + \frac{b}{c_1 n_1} \sin \frac{n_1 z}{l} \cdot \bar{M}_z(0); \quad \bar{M}_z(z) = -\frac{c_1 n_1}{b} \sin \frac{n_1 z}{l} \cdot \bar{\gamma}(0) + \cos \frac{n_1 z}{l} \cdot \bar{M}_z(0)$$

из которых получим формулы переноса:

$$\bar{\gamma}(l) = \cos n_1 \cdot \bar{\gamma}(0) + \frac{b}{c_1 n_1} \sin n_1 \bar{M}_z(0); \quad \bar{M}_z(l) = -\frac{c_1 n_1}{b} \sin n_1 \cdot \bar{\gamma}(0) + \cos n_1 \cdot \bar{M}_z(0).$$

здесь введены обозначения :  $c_1 = \frac{C}{C} = \frac{C}{B}$ ;  $b = \frac{l}{l}$ ;  $\bar{\gamma} = \bar{l}\gamma$ ;  $\bar{M}_z = \frac{l^2}{C} M_z$ ;  $\left(\frac{n_1}{l}\right)^2 = \frac{i_z}{C} \lambda^2$

и через  $\gamma(z)$  и  $M_z(z)$  обозначены амплитудные значения.

Задача расчета колебаний пространственных стержневых систем имеет много общего с рассмотренными выше задачами, поэтому в работе ограничимся приведением соответствующих матриц переноса, считая при этом составляющие систему балки прямолинейными. Тогда, если ввести матрицу-столбец двенадцатого порядка:

$$\eta = \{\bar{\omega}, \bar{v}, \bar{\alpha}, \bar{\gamma}, \bar{u}, \bar{\beta}, \bar{M}_y, \bar{V}_x, \bar{M}_z, \bar{M}_x, \bar{V}_y, \bar{V}_z\} \quad (10)$$

То матрица переноса прямолинейного элемента, при  $A = B$ , будет иметь вид:

$$D = \begin{vmatrix} \cos n_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{b}{c_2} \frac{\sin n_2}{n_2} \\ 0 & S_1 & bT_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{b^2}{a} U_1 & \frac{b^3}{a} V_1 & 0 \\ 0 & \frac{m^4}{b} V_1 & S_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{b}{a} T_1 & \frac{b^2}{a} U_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos n_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{b}{c_1} \frac{\sin n_1}{n_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_1 & bT_1 & \frac{b^2}{a} U_1 & \frac{b^3}{a} V_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{m^4}{a} V_1 & S_1 & \frac{b}{a} T_1 & \frac{b^2}{a} U_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{am^4}{b^2} U_1 & \frac{am^4}{b} V_1 & S_1 & bT_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{am^4}{b^3} T_1 & \frac{am^4}{b^2} U_1 & \frac{m^4}{b} V_1 & S_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{c_1 n_1}{b} \sin n_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos n_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{am^4}{b^2} U_1 & \frac{am^4}{b} V_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_1 & bT_1 & 0 \\ 0 & \frac{am^4}{b^3} T_1 & \frac{am^4}{b^2} U_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{m^4}{b} V_1 & S_1 & 0 \\ -\frac{c_2 n_2}{b} \sin n_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos n_2 \end{vmatrix}$$

Если мы рассмотрим соответствующую колебательную систему с шестью степенями свободы, то будем иметь следующую матрицу:

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\bar{I}^2}{B} (C_\beta - I_y \mathcal{K}^2) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\bar{I}^3}{B} (C_x - M \mathcal{K}^2) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\bar{I}^2}{B} (C_\gamma - I_z \mathcal{K}^2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\bar{I}^2}{B} (C_\beta - I_y \mathcal{K}^2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\bar{I}^3}{B} (C_x - M \mathcal{K}^2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{\bar{I}^3}{B} (C_z - M \mathcal{K}^2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Общий поворот системы координат можно получить посредством трех последовательных поворотов, полная матрица углового сопряжения может

быть найдена в форме последовательного произведения матриц, отражающих отдельные повороты. Приведем здесь только эти матрицы.

Поворот вокруг оси  $X$  на угол  $\mu$  нами уже рассматривался. комбинируя полученные в нем равенства с учетом соотношения (10), будем иметь:

$$B_1 = \begin{vmatrix} \cos \mu_1 & \sin \mu_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \mu_1 & \cos \mu_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \mu_1 & 0 & \sin \mu_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \mu_1 & 0 & \cos \mu_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \mu_1 & 0 & -\sin \mu_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \mu_1 & 0 & \cos \mu_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \mu_1 & -\sin \mu_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \mu_1 & \cos \mu_1 \end{vmatrix}$$

Если системы координат, связанные со смежными стержнями, получаются одна из другой поворотом вокруг оси  $y$  на угол  $\mu_2$ , формулы преобразования координат имеют вид:

$$X' = X \cos \mu_2 + Z \sin \mu_2; \quad Y' = Y; \quad Z' = -X \sin \mu_2 + Z \cos \mu_2,$$

**В четвертой главе:** Приведён пример, иллюстрирующий применение предложенного подхода к упругому трёхзвеннику. Звенья соединены между собой цилиндрическим шарниром. К концу каждого звена присоединено шарообразное однородное твердое тело массой  $M = 5$  кг имитирующее массу двигателя, а к концу последнего звена присоединено твердое тело массой  $M = 25$  кг имитирующее массу груза, как показано на рис.1 (первое положение).

Результаты программы показывают что для первого положения, когда  $L1 = 1 \text{ m}$ ,  $L2 = 0.5 \text{ m}$ ,  $L3 = 0.5 \text{ m}$ ,  $L4 = 0.5 \text{ m}$  и толщина трубы каждого звена  $T = 0.002 \text{ m}$  и плотность материала  $\rho = 7580 \text{ kg/m}^3$ , модуль упругости  $E = 19.6 \times 10^{10} \text{ H/m}^2$  программа показывает, что самый легкий манипулятор его вес  $54.44 \text{ кг}$  (без веса груза и двигателя) но деформация его конца больше чем максимум деформации который определен ( $\delta_{\max} = 0.003 \text{ m}$ ) и напряжения в каждом звене будет равно максимальному напряжению ( $\sigma = 120 \times 10^6 \text{ H/m}^2$ ), после этого программа начинает изменять радиусы каждого звена постепенно равно  $0.001 \text{ m}$  для того, что бы деформация конца манипулятора будет между максимальной деформацией ( $\delta_{\max} = 0.003$ ) и минимальные деформацией ( $\delta_{\min} = 0.001$ ) программа дает нам следующий результат, когда вес манипулятор  $\leq 1.75 W_T$  то есть 98 вариантов для сечение звенов манипулятора. Самый хороший вариант между ними был

$R_1 = 0.051$ ,  $R_2 = 0.036$ ,  $R_3 = 0.031$ ,  $R_4 = 0.023$  и новый вес манипулятора  $W_T = 95.089 \text{ кг}$  (без вес двигателя и груза) и  $\delta_T = 2.944 \times 10^{-3} \text{ м}$ , программа еще показывает, что не существует манипулятор с весом  $\leq 1.7W_T$ .

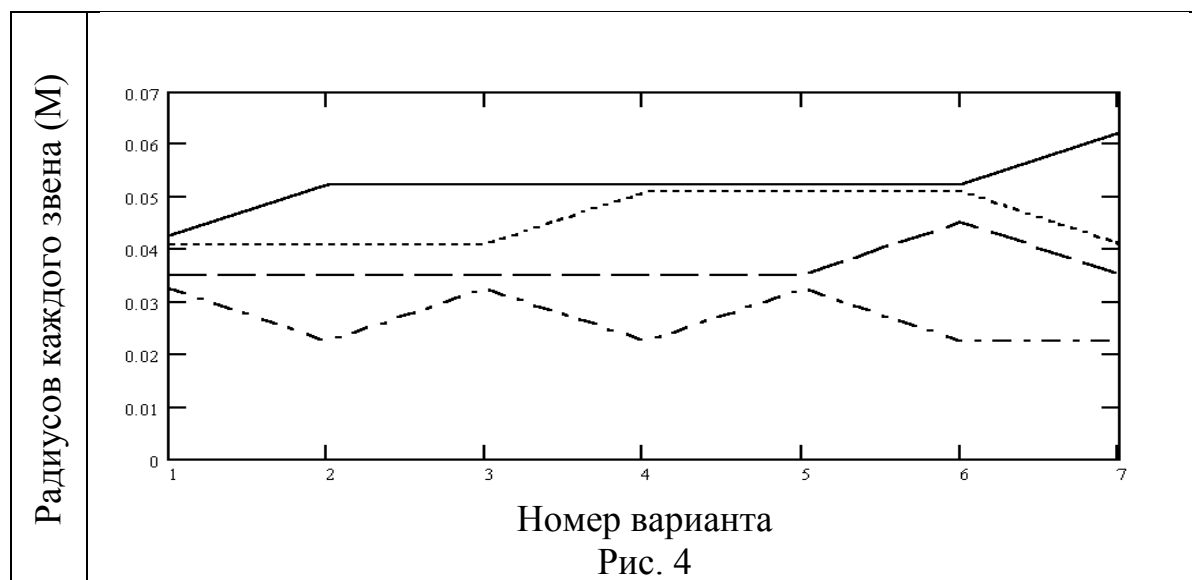
Расчет собственных частот манипулятора показывает что первые шесть частот получены равными 86.318, 118.139, 435.45, 496.793,  $1.817 \times 10^3$ ,  $1.821 \times 10^3$  рад/сек.

Для второго положения (рис.2), где четвертое звено вращается на  $90^\circ$  вокруг  $Y_4$  программа показывает, что самый легкий манипулятор его вес  $W_T = 47.805 \text{ кг}$  и когда весь манипулятора  $\leq 2.4W_T$  то есть 7 вариантов для сечения звена манипулятора. Самый хороший вариант между ними был  $R_1 = 0.0525$ ,  $R_2 = 0.051$ ,  $R_3 = 0.0453$ ,  $R_4 = 0.0225$  и новый вес манипулятора  $W_T = 110.7069 \text{ кг}$  и  $\delta_T = 1.8265 \times 10^{-3} \text{ м}$ , программа еще показывает, что не существуют варианты сечения звеньев в ситуации, когда вес манипулятор меньше чем  $2W_T$ .

Расчет собственных частот манипулятора показывает что первые двенадцать частот получены равно 60.3618, 126.8101, 199.0337, 244.8442, 291.1422, 827.9989,  $1.0485 \times 10^3$ ,  $1.1212 \times 10^3$ ,  $1.442 \times 10^3$ ,  $1.6295 \times 10^3$ ,  $1.7831 \times 10^3$ ,  $1.8447 \times 10^3$ .

В качестве примера результатов на рис.4 показаны радиусы каждого звено против номера их варианта для второго положения, где вес манипулятор  $\leq 2.4W_T$ .

Для третьего положения (рис.3), где третье звено имеет оборот  $90^\circ$  вокруг



$Y_3$  программа показывает, что самый легкий манипулятор, его вес  $W_T = 49.1544 \text{ кг}$ , но деформация его конца больше, чем максимально определено, то есть больше  $0.003 \text{ м}$ .

После изменения радиусов каждого звена программа дает нам следующий результат, когда весь манипулятор  $\leq 2W_T$ , то есть 48 вариантов для сече-



ния звеньев манипулятора; самый хороший вариант между ними был  $R_1 = 0.04587$ ,  $R_2 = 0.04537$ ,  $R_3 = 0.03464$ ,  $R_4 = 0.02584$  и новый вес манипулятора  $W_T = 98.02421 \text{ Кг}$  и  $\delta_E = 2,91674 \times 10^{-3} \text{ м}$ , программа еще показывает, что не существует манипулятора с весом  $\leq 1.9 W_T$ .

Расчет собственных частот манипулятора в его третьем положении показывает, что первые девятнадцать собственных частот есть 35.88, 45.085, 51.6544, 54.849, 117.89, 126.393, 183.617, 234.588, 251.97, 258.711, 411.936, 463.2566, 492.65, 593.577, 956.89,  $1.0637 \times 10^3$ ,  $1.07634 \times 10^3$ ,  $1.3678 \times 10^3$ ,  $1.81068 \times 10^3$ .

Из этого анализа можно сделать вывод, что для этой силовой нагрузки, второе положение манипулятора требует для её конструкции металла больше, чем остальные положения; это ясно из веса манипулятора (110.706 Кг) и из радиуса первого звена ( $R_1=0.0525$ ), который больше, чем радиусы остальных положений манипулятора. По этому, для выбора сечения звена манипулятор, лучше выбирать второе положение для, того, что бы конструкция манипулятора выполняла её задачи и функции и не давала деформацию на конце последнего звена больше допустимой; в результате конструкция манипулятора будет иметь минимальный вес, который позволит ей обеспечить решение задач с минимальным потреблением энергии, быстротой действия и минимальными погрешностями в позиции центр схвата.

### **Сравнение с промышленным роботом манипулятором модель IR<sub>p</sub>-6L.**

Промышленный робот модель IR<sub>p</sub>-6L для обслуживания металлорежущих станков, прессов, литевых машин, а также для выполнения основных технологических операций (дуговой и точечной сварки, зачистки отливок, резки, клейки и т.д.).

Модель IR<sub>p</sub>-6L имеет следующие технические характеристики:

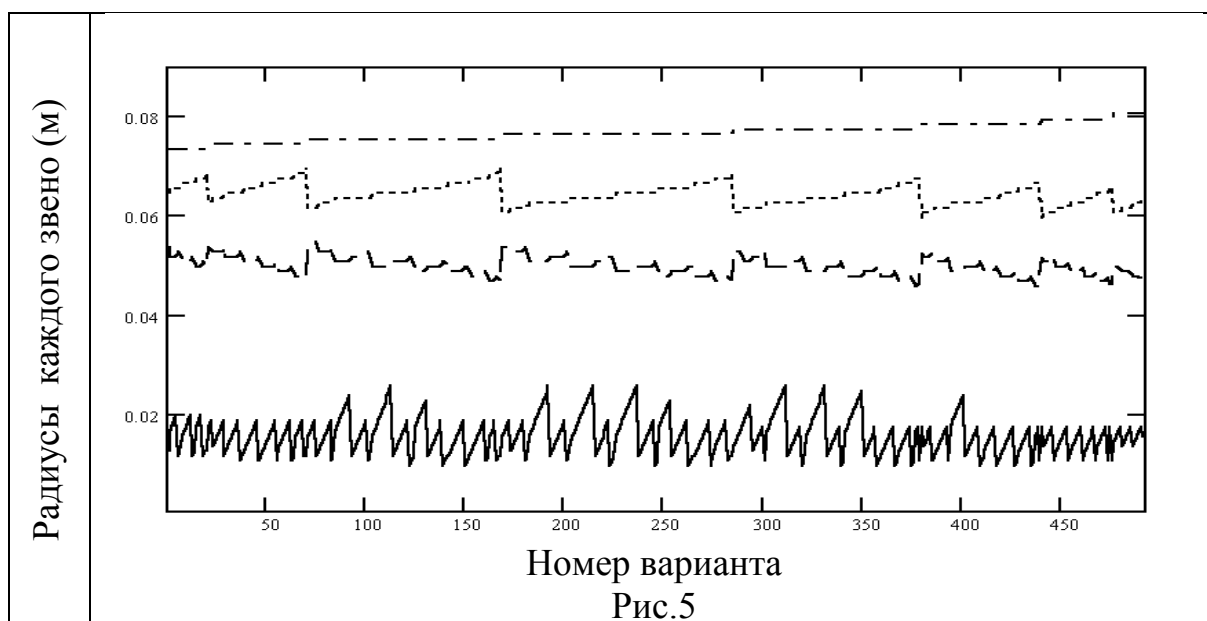
Его грузоподъемность 6кг и погрешность позиционирования рабочего органа  $\pm 0.2 \text{ мм}$ , имеет электромеханический привод и общая масса робота 145кг, длина первого звена  $L_1 = 700 \text{ мм}$ , второго звена  $L_2 = 670 \text{ мм}$ , третьего звена  $L_3 = 670 \text{ мм}$ , четвертого звена  $L_4 = 95 \text{ мм}$ .

В нашей работе мы выбрали этот робот для того что бы сделать с ним сравнение, потому что его конструкция ближе, чем остальные роботы к нашей модели. После чего мы заложили его технические характеристики в нашу программу как исходные данные и программа выдала следующие результаты: для первого положения манипулятора когда вес манипулятор  $\leq 4.9 W_T$  то есть 3973 вариантов для сечения звеньев робота и когда нужно, что бы вес манипулятора  $\leq 4.85 W_T$  то есть 492 варианта для сечения звеньев робота. Между ними самый хороший вариант с радиусами  $R_1=0.07652$ ,  $R_2=0.06572$ ,  $R_3=0.05$ ,  $R_4=0.012\text{М}$ , этот манипулятор его вес

$W = 130 \text{ КГ}$  без веса двигателя и погрешность его конца  $\delta = 1.963 \times 10^{-4} \text{ М}$ . Программа показывает, первые четырнадцать собственных частот 14.25, 22.99, 82.58, 92.973, 118.3706, 124.855, 127.768, 132.0616, 272.134, 408.636,  $1.0689 \times 10^3$ ,  $1.0916 \times 10^3$ ,  $1.6039 \times 10^3$ ,  $1.61107 \times 10^3$ .

На рис.5 показаны радиусы каждого звена по метру против номера его Варианта. Следуют отметить, что робот модель IR<sub>p</sub>-6L его максимальная зона обслуживания не более (1110 ММ) в его прямолинейном положении. А наша модель в первом положении достигает (1435ММ).

Результат программы для второго положения нашего робота показывает,



что когда вес манипулятора  $\leq 4.8 W_T$  то есть 374 варианта для сечения звеньев робота. Между ними самый хороший вариант с радиусом  $R_1=0.06785$ ,  $R_2=0.06745$ ,  $R_3=0.04871$ ,  $R_4=0.01612$  и его вес  $W=124.828 \text{ КГ}$  без двигателей и погрешность его конца  $\delta = 1.94629 \times 10^{-4} \text{ М}$ . Программа показывает, что не существует манипулятор с весом  $\leq 4.7 W_T$ , и первые одиннадцать частот получены 32.039, 194.8918, 435.8104, 675.2107, 835.985, 853.989, 932.86,  $1.2094 \times 10^3$ ,  $1.2226 \times 10^3$ ,  $1.4045 \times 10^3$ ,  $1.4377 \times 10^3$  рад/сек.

Следует отметить, что модели IR<sub>p</sub>-6L не соответствует этому положению. Результат показывает, что в третьем положении наша модель при весе, манипулятора  $\leq 5.8 W_T$  имеет 654 варианта. Между ними самый хороший вариант его радиусов  $R_1=0.07719$ ,  $R_2=0.077$ ,  $R_3=0.05303$ ,  $R_4=0.01513$  и его вес  $W=140.04 \text{ КГ}$ , погрешность его конца  $\delta = 1.9057 \times 10^{-4} \text{ М}$ , его первые одиннадцать собственных частот 50.11, 62.57, 324.58, 539.209, 581.781, 911.413, 956.36,  $1.0163 \times 10^3$ ,  $1.2455 \times 10^3$ ,  $1.436 \times 10^3$ ,  $1.453 \times 10^3$  рад/сек. Следуют отметить, что такие положения у модели IR<sub>p</sub>-6L не существуют. Предположительно, сделав сечение звеньев трубы с радиусами  $R_1=0.076$ ,

$R_2=0.06572$  ,  $R_3=0.05$  ,  $R_4=0.012$  мы сможем уменьшить вес конструкции робота модел IR<sub>p</sub>-6L на 15кг.

### **Сравнение с промышленным роботом манипулятором модель IR<sub>p</sub> -60.**

Промышленный робот модель IR<sub>p</sub>-60 для обслуживания металлорежущих станков, прессов , литевых машин, а также для выполняя основных технологических операций (дуговой и точечной сварки , зачистки отливок, резки , клейки и т.д.) .

Модель IR<sub>p</sub>-60 иметь следующие технические характеристики:

Его грузоподъемность 60кг и погрешность позиционирования рабочего органа  $\pm 0.4$  ММ , имеет электромеханический привод, общая масса робота 750кг, длина первого звена  $L_1 = 800$  ММ , второго звена  $L_2 = 800$  ММ , третьего звена  $L_3 = 1150$  ММ и четвертого звена  $L_4 = 195$  ММ (рис.4.26).

В нашей работе мы выбрали этот робот для того, что бы сделать с ним сравнение, потому, что его конструкция ближе чем остальные роботы к нашей модели. После чего мы заложили его технические характеристики в нашу программу, как исходные данные. Программа выдала следующие результаты: для первого положения манипулятора, когда вес манипулятора  $\leq 3 W_T$  то есть 923 варианта для сечения звеньев робота. Между ними самый хороший вариант с радиусами  $R_1 = 0.16313$  ,  $R_2 = 0.1481$  ,  $R_3 = 0.136$  ,  $R_4 = 0.051$  М ; этот манипулятор его вес  $W = 404.8$  КГ без веса двигателя и погрешность его конца  $\delta = 3.975 \times 10^{-4}$  М . Программа показывает, что не существует манипулятор с весом  $\leq 2.9 W_T$  . Расчет собственных частот манипулятора показывает, что первые двенадцать собственных частот 18.21 , 37.487 , 128.68 , 144.92 , 183.98 , 185.786 , 247.728 , 262.73 , 289.098 , 405.933 ,  $1.6034 \times 10^3$  ,  $1.62949 \times 10^3$  . Следуют отметить, что робот модель IR<sub>p</sub>-60 с его максимальной зоной обслуживания не более (1890 ММ) в его прямолинейном положении. А наша модель в первом положении достигает 2145мм.

Второе положение нашего робота, как показывает результат программы когда вес манипулятора  $\leq 3 W_T$  имеет 411 вариантов для сечения звеньев робота. Между ними самый хороший вариант с радиусами  $R_1=0.15$  ,  $R_2=0.1485$  ,  $R_3=0.131$  ,  $R_4=0.051$  , его вес  $W=389.35$  КГ без двигателей, погрешность его конца  $\delta = 3.3859 \times 10^{-4}$  М . Программа показывает, что не существует манипулятор с весом  $\leq 2.9 W_T$  . Расчет собственных частот манипулятора показывает что первые восемь частот получены 58.25 , 522.143 , 585.51 , 876.71 ,  $1.2147 \times 10^3$  ,  $1.2304 \times 10^3$  ,  $1.412 \times 10^3$  ,  $1.8527 \times 10^3$  рад/сек.

Следует отметить, что такие положения у модели IR<sub>p</sub>-60 не существуют. В третьем положении нашей модели, как показывает результат программы когда вес манипулятора  $\leq 3.9 W_T$  имеет 122 варианта. Между ними самый

хороший вариант с радиусами  $R_1=0.192$  ,  $R_2=0.191$  ,  $R_3=0.15$  ,  $R_4=0.042$ , его вес  $W=474.4$  КГ погрешность его конца  $\delta = 3.773 \times 10^{-4} M$  , его первые девять собственных частот  $100.501$  ,  $111.342$  ,  $851.401$  ,  $982.533$  ,  $1.085 \times 10^3$  ,  $1.1532 \times 10^3$  ,  $1.5346 \times 10^3$  ,  $1.57093 \times 10^3$  ,  $1.669 \times 10^3$  рад/сек. Следуют отметить, что такие положения у модели IR<sub>P</sub>-60 не существуют.

Предположительно, сделав сечение звеньев трубы с радиусами  $R_1=0.192$  ,  $R_2=0.191$  ,  $R_3=0.15$  ,  $R_4=0.042$  мы сможем уменьшить вес конструкции робота модели IR<sub>P</sub>-60 на  $\leq 125$  КГ .

Анализ показывает, что при таких нагрузках третье положение звеньев робота дает самый максимальный размер профиля звена и самый большой вес между остальными результатами. И этот профиль должен соблюдаться при выполнении конструкции робота, для того, что бы погрешность центра схвата была в пределах допустимого.

### **Общие выводы и заключение**

Результаты выполненной работы позволяют сделать следующие основные выводы:

1. Проанализировано влияние упругих свойств звеньев манипулятора робота, в зависимости от формы сечений звеньев, на погрешности позиционирования. И разработано методика учета этого влияние на величину погрешности позиция.
2. Разработана методика для определения упругих характеристик звеньев манипулятора робота. Применительно к трех звенному манипулятора робота со сферической системой координат предложены методы расчета, позволяющие определять местные деформации и учить податливость звеньев.
3. Решена задача статики упругой конструкции звеньев манипулятора с учетом упругости. В результате показано что, звено манипулятора робота с кольцевым сечениям при кручении является наиболее рациональным для использования при проектирование робот в сравнении с другими формами сечений звена.
4. Предложены методики определения резонансных частот свободных колебаний манипулятора в зависимость от координаты положения конечного звена с учетом упругих характеристик звеньев. Разработана методики оценки влияние упругих характеристик на статические ошибки позиционирования и на частоты свободных колебаний.
5. Предложена общая методика определения упругих характеристик манипулятора робота, а так же отдельных звеньев и комбинаций их соединений.
6. Проведенное сравнении расчетов по предложенном в работе методикам показало, что применительно к моделям ПР (IR<sub>P</sub>-6L)и(IR<sub>P</sub>-60), использовании предложенных методик при проектировании этих роботов позволило бы при сохранения технических параметров уменьшить их массу более чем на 15%.

7. Предложена методик, особенно важны при проектирование роботов для экстремальной сред с ограниченным энергоресурсом, на пример для космических и подводный роботов.

### **Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:**

1. А.А.Али, В.А.Королев Анализ статической погрешностей роботов со сферическими координатами при различной длине звеньев и конструктивных сечениях.// материалы V всероссийской конференции по проблемам науки и высшей школы. «фундаментальные исследования в технических университетах». С.-Петербург:СПбГТУ.,2001г.-С.187
2. А.А.Али, В.А.Королев Определение резонансной частоты манипулятора робота со сферическими координатами при различной длине звеньев и конструктивных сечениях. // материалы V всероссийской конференции по проблемам науки и высшей школы. «фундаментальные исследования в технических университетах». С.-Петербург:СПбГТУ.,2001г.-С.188
3. А.А.Али, Н.Х.Хади, В.А.Королев Определение оптимального сечение звеньев робота манипулятора с точки зрения влияния ее на погрешности позиция и резонансной частот робота со сферическими координатами при различной длине звеньев и конструктивных сечениях.// материалы VI всероссийской конференции по проблемам науки и высшей школы. «фундаментальные исследования в технических университетах». С.-Петербург:СПбГТУ.,2002.г .
4. А.А.Али, В.А.Терешин, Н.Х.Хади Пространственный упругий удар шагающего аппарата. // материалы VI всероссийской конференции по проблемам науки и высшей школы. «фундаментальные исследования в технических университетах». С.-Петербург:СПбГТУ.,2002.г.

Работы под пн. 3 и 4 находятся в публикации.