САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра радиофизики

Лебедев Б.Б.

Нахождение резонансных частот и измерение диаграмм направленности фрактальных антенн Минковского

Лабораторный практикум
«Устройства СВЧ и антенны»

Санкт-Петербург
2010

Фракталы.

Слово fractal происходит от латинского слова fractus, что означает «разбитый» («поделенный на части»). И одно из определений фрактала - это геометрическая фигура, состоящая из частей, и которая может быть поделена на части, каждая из которых будет представлять уменьшенную копию целого.

Для того, чтобы привести другое определение фрактала, необходимо предварительно обсудить понятие размерности.

Линия имеет размерность 1. Это означает, что, выбрав точку отсчета, мы можем любую точку на этой линии определить с помощью 1 числа - положительного или отрицательного. Причем это касается всех линий - окружности, квадрата, параболы и т.д.

Размерность 2 означает, что любую точку мы можем однозначно определить двумя числами. Но это не значит, что двумерный - значит плоский. Поверхность сферы тоже двумерна (ее можно определить с помощью двух значений - углов наподобие ширины и долготы).

Если смотреть с математической точки зрения, то размерность определяется следующим образом: для одномерных объектов - увеличение в два раза их линейного размера приводит к увеличению размеров (в данном случае длинны) в два раза (2^1).

Для двумерных объектов увеличение в два раза линейных размеров приводит к увеличению размера (например, площадь прямоугольника) в четыре раза (2^2).

Для 3-х мерных объектов увеличение линейных размеров в два раза приводит к увеличению объема в восемь раз (2^3).

Таким образом, размерность D можно рассчитать исходя из зависимости увеличения «размера» объекта S от увеличения линейных размеров L :

$$D = \frac{\log(S)}{\log(L)}.$$

Для линии $D = \frac{\log(2)}{\log(2)} = 1$. Для плоскости $D = \frac{\log(4)}{\log(2)} = 2$. Для объема $D = \frac{\log(8)}{\log(2)} = 3$.

Попробуем посчитать размерность для так называемой кривой Пеано (или фрактала Пеано), который строится по следующему алгоритму.

На первом шаге берётся отрезок и заменяется на 9 отрезков длинной в 3 раза меньшей, чем длина исходной линии (части 1 и 2 рисунка 1). Далее то же самое делается с каждым отрезком получившейся линии. И так до бесконечности.

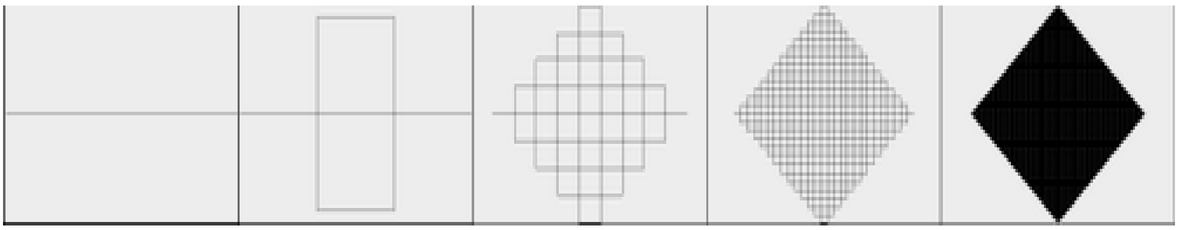


Рис. 1. Фрактал Пеано

Итак, у нас исходная линия, состоящая из трех отрезков длины l, заменяется на 9 отрезков втрое меньшей длинны. Таким образом, при увеличении минимального отрезка в 3 раза длина всей линии увеличивается в 9 раз и $D = \frac{\log(9)}{\log(3)} = 2$ - двумерный объект.

Так вот, когда размерность фигуры, получаемой из каких-то простейших объектов (отрезков), больше размерности этих объектов - мы имеем дело с фракталом.

При этом как правило размерность фрактала является не целочисленной (кривая Пеано здесь – исключение), а дробной, как, например, 1.2619… для снежинки Коха (рис. 2).

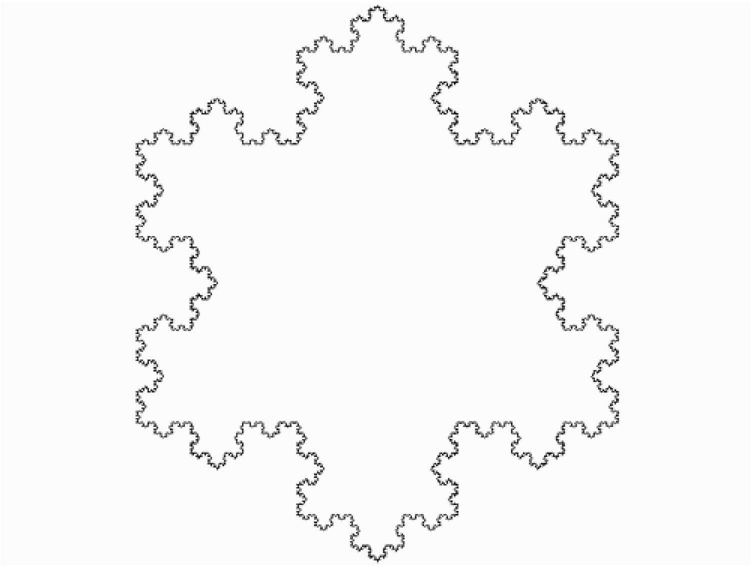


Рис. 2. Снежинка Коха.

Строится она на основе равностороннего треугольника. Каждая сторона треугольника заменяется на 4 линии длиной в 1/3 исходной стороны по следующему правилу:

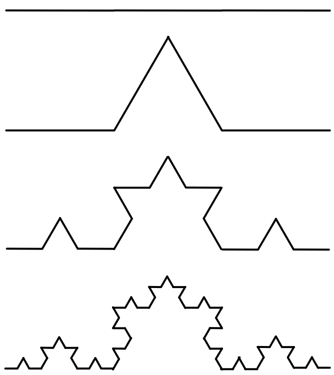


Рис. 3. Образование фрактала Коха

Таким образом, с каждой итерацией длинна кривой увеличивается на треть в соответствии с выражением:

$$L=z(4/3)^n$$

где n– число итераций, z – длина исходного отрезка.

И если мы сделаем бесконечное число итераций - получим фрактал - снежинку Коха бесконечной длинны. В результате, бесконечная кривая покрывает ограниченную площадь. Размерность снежинки Коха (при увеличении снежинки в 3 раза ее длина возрастает в 4 раза) D=log(4)/log(3)=1.2619...

Ещё одним известным фракталом является фрактал Минковского, называемый также крестом Минковского.

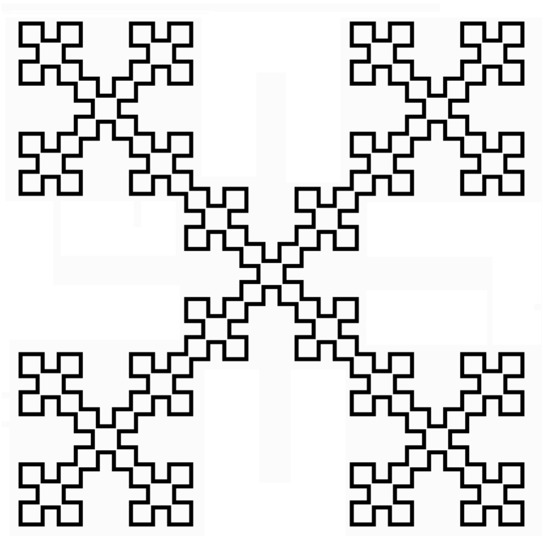


Рис. 4. Крест Минковского

Здесь за основу берётся квадрат, каждая сторона которого делится на три равные части и средняя треть заменяется на три отрезка длиной по 1/3, расположенные в виде буквы «П» (см. рис. 5). Далее каждый из полученных отрезков снова преобразуется таким же образом, и т.д.

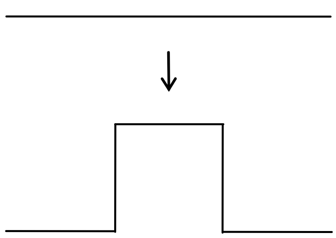


Рис.5. Метод построения фрактала Минковского

Таким образом, для каждой стороны изменение длины будет кратно 5/3. А значит формула изменения суммарной длины получаемого контура будет иметь вид:

$$L=z(5/3)^n$$

где n– число итераций, z – длина исходного отрезка.

В результате получаем размерность креста Минковского D=log(5)/log(3)=1.465...

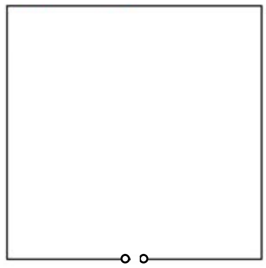
Итак, фракталы являются единственными геометрическими фигурами, имеющими дробную размерность.

Исследуемые антенны

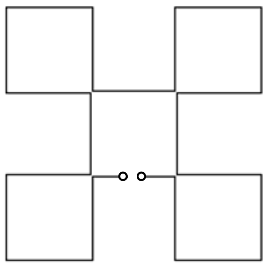
Использование фрактальной геометрии при проектировании антенных устройств позволяет создавать антенны, основными преимуществами которых являются широкополосность и компактность исполнения. При этом в антенных решениях используются не подлинные фракталы, а лишь несколько первых их итерационных форм.

В случае проволочных антенн самопересечение допускается только в начальном (или конечном) пункте. Иначе говоря, фрактальная линия может иметь вид замкнутого контура, но ни одна из ее частей не может быть замкнутым фрагментом.

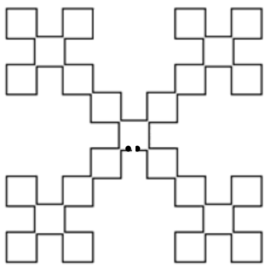
В данной лабораторной работе исследуется семейство антенн, полученное на основе первых трёх итераций рассмотренного ранее фрактала Минковского.



- нулевая итерация фрактальной антенны Минковского



- первая итерация фрактальной антенны Минковского



- вторая итерация фрактальной антенны Минковского

Итак, нулевая итерация фрактальной антенны Минковского представляет собой обычную рамочную антенну. Как известно, рамочная антенна работает на частоте, длина волны которой соответствует длине проводника в рамке. Таким образом, при изменении длины проводника в рамке меняется и резонансная частота антенны.

Как понятно из приведённых рисунков, с увеличением номера итерации увеличивается полная длина провода, из которого сделана эта антенна. Значит, с каждой новой итерацией появляется новая резонансная частота, но при этом резонансные частоты от всех предыдущих итераций тоже остаются резонансными.

Описание лабораторной установки

В качестве источника высокочастотного сигнала используется генератор, к которому подсоединена неподвижная передающая антенна (вибратор с контррефлектором). Исследуемая приемная антенна устанавливается на поворотном устройстве. Принятый ею сигнал регистрируется вспомогательным стрелочным индикатором, необходимым для предварительной настройки установки, а затем поступает через АЦП на персональный компьютер, используемый для снятия диаграмм направленности исследуемых антенн.

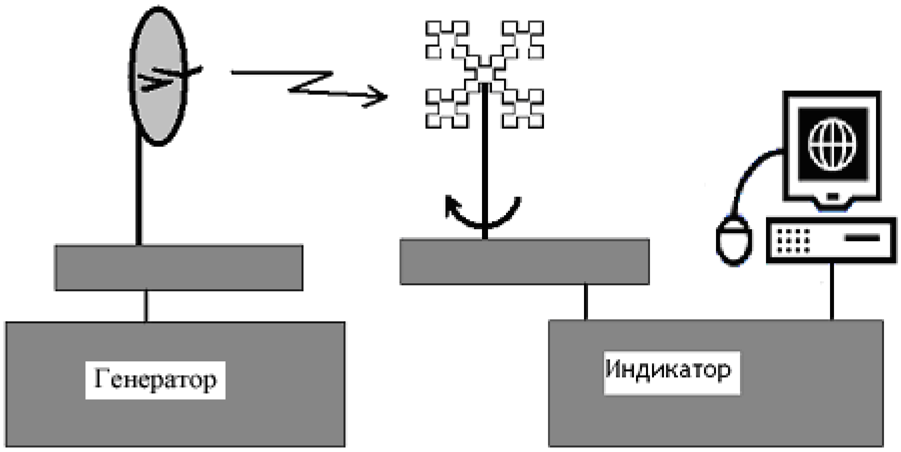


Рис. 6. Структурная схема лабораторной установки

Порядок выполнения работы

1. Возьмите антенну, представляющую собой квадратную рамку – эта антенна соответствует нулевой итерации фрактала Минковского. Измерьте длину стороны квадрата. Рассчитайте резонансную длину волны этой антенны, исходя из того, что она равна полной длине провода. Рассчитайте соответствующую резонансную частоту.

2. Рассчитайте резонансные частоты и длины волн для антенн, соответствующих первой и второй итерациям фрактала Минковского, пользуясь следующим соотношением:

$$\lambda = 4l \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^n,$$

где l – длина одной стороны антенны, а n – количество итераций изменения фрактала, взятого за основу.

3. На основе полученных значений основных резонансных частот для первых трёх итераций антенны Минковского, рассчитайте все кратные резонансные частоты ($2f_n$, $3f_n$, и т.д.), которые попадают в пределы частотного диапазона используемого генератора.

4. Закрепите на поворотном устройстве антенну второй итерации. Установите подключённую к генератору передающую антенну на ту же высоту, и, изменяя угол поворота передающей антенны, обеспечьте максимальный принимаемый сигнал.

5. Установите на генераторе частоту, соответствующую расчетному значению резонансной частоты антенны второй итерации. Изменяя частоту в пределах ± 15 МГц, экспериментально определите точное значение резонансной частоты по максимуму напряжения на индикаторе, подключенному к исследуемой приемной антенне.

6. Снимите диаграмму направленности антенны второй итерации на экспериментально определенной частоте.

7. Для этой же антенны снимите диаграмму направленности на резонансной частоте, соответствующей антенне первой итерации. Предварительно, аналогичным способом изменяя частоту в пределах ± 15 МГц, экспериментально определите точное значение резонансной частоты по максимуму напряжения на индикаторе, подключенному к исследуемой приемной антенне.

8. Снимите диаграмму направленности антенны первой итерации на её резонансной частоте, так же предварительно проведя экспериментальную подстройку частоты.

9. Снимите диаграммы направленности исследуемых антенн на кратных резонансных частотах, определённых в пункте 3 (экспериментальная подстройка частоты проводится аналогично).

10. Запустите программу MMANA-GAL. Откройте файл, в котором задана геометрическая форма исследуемой фрактальной антенны, соответствующей второй итерации фрактала Минковского. Получите рассчитанные данной программой двухмерные и трехмерные диаграммы направленности на частотах, являющихся резонансными для второй, первой и нулевой итераций фрактальных антенн исследуемого типа, а также на частотах исследованных кратных резонансов.

11. Откройте последовательно файлы с геометрическими параметрами антенн первой и нулевой итерации. Получите расчетные диаграммы направленности на всех соответствующих резонансных частотах.

Содержание отчёта

Отчёт по проделанной работе должен содержать:

1) таблицу с расчётными и соответствующими им экспериментально определёнными значениями резонансных частот для всех исследованных антенн;

2) графики экспериментально измеренных диаграмм направленности;

3) графики расчётных диаграмм направленности.

В выводах по лабораторной работе необходимо провести сравнение соответствующих экспериментальных и расчётных диаграмм, а также оценить исследованные антенны по такому параметру как их широкополосность.

Список литературы.

1. Морозов А.Д. Введение в теорию фракталов. Н. Новгород, Изд-во Нижегород.ун-та, 1999.

2. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. М., Постмаркет, 2000.

3. Пайтген Х.-О. Рихтер П.Х. Красота фракталов. Образы комплексных динамических систем. Пер. с англ., под ред. А.И.Шарковского. М., Мир, 1993.