

Колебания днища судоходного шлюза

Д.т.н., профессор Ю.Э. Сеницкий;
аспирант Н.Ю. Кузьмин,*

ФГБОУ ВПО Самарский государственный архитектурно-строительный университет

Ключевые слова: судоходный шлюз; днище шлюза; колебания днища; частоты; присоединенная масса жидкости; конечные интегральные преобразования

При проектировании и строительстве гидротехнических узлов в сейсмически активных районах необходимо знать динамические характеристики всех конструкций гидроузла, и, в частности, днищ судоходных шлюзов. Эта достаточно сложная задача гидроупругости состоит в определении гидродинамических сил, возникающих на поверхностях взаимодействия конструкции с жидкостью [1, 2, 3, 4, 5], а также исследовании динамических характеристик (частот, форм колебаний) днища при различной степени наполнения шлюза [6, 7, 8, 9, 10, 11]. Однако следует отметить, что в указанных выше работах не учитывалось упругое основание. Определению частот колебаний прямоугольных пластин, расположенных на винклеровском основании, специально посвящены статьи [12, 13]. При этом, как правило, авторы [7, 9, 10, 11, 14, 15] пользовались приближенными методами, что позволило им исследовать лишь низкочастотную часть частотного спектра. В настоящем исследовании рассматриваются собственные и вынужденные колебания днища (пластины) при наличии упругого основания и жидкости. Существенным представляется то, что в расчетной схеме учитываются упругие (реальные) условия сопряжения днища и стенок шлюза. При этом, используя метод конечных интегральных преобразований [16, 17, 18], получено точное решение задачи.

Рассматриваются установившиеся колебания днища судоходного шлюза – прямоугольного в плане размером $L \times l$ вытянутого ($L/l \geq 4 \div 5$) железобетонного бассейна, расположенного на безинерционном упругом основании и заполненного на высоту h несжимаемой идеальной жидкостью (рисунок 1,а). В отличие от известных исследований колебаний призматических резервуаров [6, 7, 8] в настоящей статье учитывается винклеровское основание, а также реальные (упругие относительно углов поворота) условия сопряжения днища и стенок рассматриваемой конструкции. В частных случаях для определенных значений коэффициентов жесткости из приведенного нового решения после исключения упругого основания следуют расчетные соотношения, справедливые для идеализированных схем закрепления днища [8]. Точное интегрирование краевой задачи в рамках принятых допущений осуществляется структурным методом конечных интегральных преобразований (КИП) [16, 17]. Анализируются частоты колебаний и присоединенная масса жидкости при различных условиях закрепления, соотношениях h/l и относительных толщинах h_1/l днища резервуара.

Постановка задачи

Как известно [19], для указанных геометрических соотношений L/l и $h_1/l \leq 1/5 \dots 1/6$ в качестве расчетной модели днища может быть принята балка пролетом l , по короткой стороне напряженно-деформируемое состояние которой описывается технической теорией. Ниже рассматривается плоская задача гидроупругости в соответствии с расчетной схемой, приведенной на рис. 1,б. Если совместить начало декартовой системы координат (x, z) с левым кондом балки, ввести соответствующие обозначения для динамических прогибов днища $y(x, t)$ и потенциала скоростей жидкости $\varphi(x, z, t)$, то расчетные соотношения исследуемой краевой задачи составляют:

- дифференциальное уравнение поперечных колебаний балки на упругом винклеровском основании, расположенной под слоем жидкости

$$\frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} + b^2 \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + c^4 y(x, t) = \frac{l}{EI} q(x, t) - \frac{\gamma}{EI} \frac{\partial \varphi(x, 0, t)}{\partial t}; \quad (1)$$

- дифференциальное уравнение неразрывности движения идеальной несжимаемой жидкости, заполняющей объем шлюза

$$\frac{\partial^2 \varphi(x, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi(x, z, t)}{\partial z^2} = 0; \tag{2}$$

- соответствующие граничные условия –

$$\text{при } x = 0 \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \alpha \frac{\partial y}{\partial x} = 0; \quad y(0, t) = 0; \tag{3}$$

$$\text{при } x = l \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \alpha \frac{\partial y}{\partial x} = 0; \quad y(l, t) = 0; \tag{4}$$

$$\text{при } z = h \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0; \tag{5}$$

$$\text{при } x = 0, l \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0; \tag{6}$$

- условие сопряжения на поверхности днища –

$$\text{при } z = 0 \quad \frac{\partial y}{\partial t} = - \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \tag{7}$$

Здесь приняты обозначения: $b^2 = \rho F / (EI)$; $c^4 = k / (EI)$; $\alpha = \alpha^* / (EI)$; t – время; γ, ρ – соответственно плотность жидкости и материала шлюза; F, I – площадь и момент инерции поперечного сечения балки (днища); k – коэффициент жесткости упругого винклеровского основания; α^* – коэффициент жесткости упругого закрепления днища (реактивный момент, возникающий при единичном угле поворота опорных сечений балки).

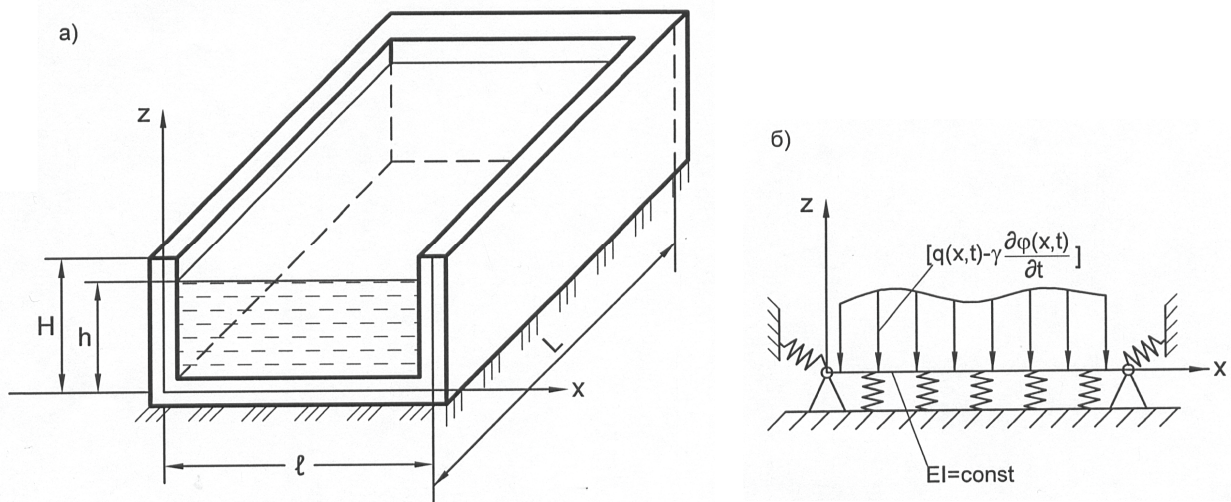


Рисунок 1. Схема судоходного шлюза и расчетная схема его днища

Соотношения (3) являются условиями упругого относительно углов поворота соединения днища и стенок конструкции. Равенства (4) – (6) представляют собой соответственно условия отсутствия давления на поверхности жидкости (поверхностными волнами пренебрегаем), непроницаемости недеформируемых вертикальных стенок шлюза и отсутствия отрыва жидкости от поверхности днища.

Для свободных установившихся колебаний днища ($q(x,t)=0$) выражения $y(x,t)$ и $\varphi(x,z,t)$ следует принять в виде:

$$y(x,t) = Y(x)\sin(\omega t) \quad \varphi(x,z,t) = \Phi(x,z)\cos(\omega t), \quad (7)$$

где ω – круговые частоты поперечных колебаний балки.

После подстановки выражений (7) в равенства (1) – (6) и введения безразмерных переменных ξ, ζ по формулам:

$$\xi = x/l; \quad \zeta = z/H, \quad (8)$$

получаем соответственно такие соотношения:

$$\frac{d^4 Y(\xi)}{d\xi^4} - \frac{ml^4 \omega^2}{EI} Y(\xi) + \frac{kl^4}{EI} Y(\xi) = \frac{\gamma \omega l^4}{EI} \Phi(\xi, 0); \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi(\xi, \zeta)}{\partial \xi^2} + \left(\frac{l}{h}\right)^2 \frac{\partial^2 \Phi(\xi, \zeta)}{\partial \zeta^2} = 0; \quad (10)$$

$$\text{при } \xi = 0, 1 \quad Y = 0; \quad \frac{d^2 Y(\xi)}{d\xi^2} \pm \alpha \frac{dY(\xi)}{d\xi} = 0; \quad (11)$$

$$\text{при } \zeta = 1 \quad \Phi(\xi, 1) = 0; \quad (12)$$

$$\text{при } \zeta = 0 \quad \omega h Y(\xi) = -\frac{\partial \Phi(\xi, \zeta)}{\partial \zeta}; \quad (13)$$

$$\text{при } \xi = 0, 1 \quad \frac{\partial \Phi(\xi, \zeta)}{\partial \xi} = 0. \quad (14)$$

Равенства (9) – (14) и представляют математическую формулировку рассматриваемой задачи.

Построение общего решения

Решение осуществляем путем последовательного применения КИП. Для этой цели вводим сначала косинус-преобразование Фурье $\Phi^*(n, \zeta)$ по переменной ξ для функции $\Phi(\xi, \zeta)$ [20]:

$$\Phi^*(n, \zeta) = \int_0^1 \Phi(\xi, \zeta) \cos(n\pi\xi) d\xi; \quad (15)$$

$$\Phi(\xi, \zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\Omega_n} \Phi^*(n, \zeta) \cos(n\pi\xi). \quad (16)$$

Подвергая дифференциальное уравнение (9) и граничные условия (12), (13) преобразованию (15) с учетом (14), находим:

$$\frac{d^2 \Phi^*(n, \zeta)}{d\zeta^2} - \left(\frac{n\pi h}{l}\right)^2 \Phi^*(n, \zeta) = 0; \quad (17)$$

$$\text{при } \zeta = 1 \quad \Phi^*(n, 1) = 0, \quad \text{при } \zeta = 0 \quad \omega h Y^*(n) = -\frac{d\Phi^*(0, n)}{d\zeta}, \quad (18)$$

где

$$Y^*(n) = \int_0^1 Y(\xi) \cos(n\pi\xi) d\xi. \quad (19)$$

Решение дифференциального уравнения (17) записывается в виде:

$$\Phi^*(n, \zeta) = C_{1n} e^{k\zeta} + C_{2n} e^{-k\zeta}, \text{ где } k = n\pi h/l. \quad (20)$$

Постоянные интегрирования C_{1n}, C_{2n} определяем из граничных условий (18). В результате имеем:

$$\Phi^*(n, \zeta) = \frac{l\omega}{n\pi} \frac{Y^*(n)}{ch \frac{n\pi h}{l}} sh \left[\frac{n\pi h}{l} (1 - \zeta) \right]. \quad (21)$$

Если применить к (21) формулу обращения (16), то получаем выражение для потенциала скоростей $\Phi(\xi, \zeta)$:

$$\Phi(\xi, \zeta) = \frac{l\omega}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\Omega_n} \frac{Y^*(n)}{ch \frac{n\pi h}{l}} sh \left[\frac{n\pi h}{l} (1 - \zeta) \right] \cos(n\pi\xi) \right\}, \quad (22)$$

$$\text{причем } \Omega_n = \begin{cases} 1 & \text{при } n = 0, \\ 0,5 & \text{при } n \neq 0. \end{cases}$$

Вводим теперь для функции прогибов $Y(\xi)$ КИП с неизвестным пока ядром $K(\lambda_i, \xi)$ [16]:

$$Y^*(\lambda_i) = \int_0^1 Y(\xi) K(\lambda_i, \xi) d\xi; \quad (23)$$

$$Y^*(\xi) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{Y^*(\lambda_i) K(\lambda_i, \xi)}{\|K_i\|^2}. \quad (24)$$

$$\text{где } \|K_i\|^2 = \int_0^1 K^2(\lambda_i, \xi) d\xi - \text{квадрат нормы.} \quad (25)$$

После подстановки формулы обращения (24) в равенство (19) устанавливаем связь между трансформантами $Y^*(n_i)$ и $Y^*(\lambda_i)$ для каждого значения n и i :

$$Y^*(n_i) = \int_0^1 \left[Y^*(\lambda_i) K(\lambda_i, \xi) \|K_i\|^{-2} \right] \cos(n\pi\xi) d\xi. \quad (26)$$

После применения КИП (23) к дифференциальному уравнению (9) в соответствии со структурным алгоритмом [16] и учетом граничных условий (11) последнее преобразуется к следующему виду:

$$\lambda_i^4 Y^*(\lambda_i) + \frac{l^4}{EI} (k - m\omega^2) Y^*(\lambda_i) = \frac{\gamma l^4 \omega^2}{EI} \int_0^1 \Phi(\xi, 0) K(\lambda_i, \xi) d\xi. \quad (27)$$

Одновременно получаем такую краевую задачу для ядра КИП:

$$K^{IV}(\lambda_i, \xi) - \lambda_i^4 K(\lambda_i, \xi) = 0; \quad (28)$$

$$\text{При } \xi = 0, 1 \quad K = 0, \quad K'' \mp \alpha K' = 0. \quad (29)$$

В процессе приведения (9), (11) к (27) – (29) использовалось интегрирование по частям, а также операционное свойство и равенство нулю внеинтегральных членов на концах интервала [16]. Если теперь принять в (22) $\xi = 0$ и подставить полученное выражение с учетом (26) в равенство (27), то после сокращения на $Y^*(\lambda_i)$ ($Y^*(\lambda_i) \neq 0$) окончательно получаем соотношение:

$$\lambda_i^4 + \frac{l^4}{EI}(k - m\omega_i^2) = \frac{\gamma l^5 \omega_i^2}{\pi EI} \|K_i\|^{-2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\Omega_n n} th \frac{n\pi h}{l} \left[\int_0^1 K(\lambda_i, \xi) \cos(n\pi\xi) d\xi \right]^2, \quad (30)$$

или $\lambda_i^4 + \frac{kl^4}{EI} = \frac{l^4 \omega_i^2}{EI} (m_i + m),$

где m_i – присоединенная масса жидкости для i -й моды колебаний:

$$m_i = \frac{\gamma l}{\pi} \|K_i\|^{-2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\Omega_n n} th \frac{n\pi h}{l} \left[\int_0^1 K(\lambda_i, \xi) \cos(n\pi\xi) d\xi \right]^2. \quad (31)$$

Из уравнения (30) следует формула для определения частот колебаний днища шлюза, расположенного на упругом основании и заполненного жидкостью:

$$\omega_i = \sqrt{\frac{EI\lambda_i^4}{l^4 + m + m_i}}; \quad i = \overline{1, \infty}. \quad (32)$$

Из (32) следуют частные случаи:

- если бассейн не покоится на упругом основании ($k = 0$):

$$\omega_i = \sqrt{\frac{EI\lambda_i^4}{(m + m_i)l^4}}; \quad (32^1)$$

- при отсутствии жидкости ($\gamma = 0$) получаем известную формулу для частот колебаний балки в воздухе:

$$\omega_i^* = \frac{\lambda_i^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}. \quad (32^2)$$

В приведенном решении осталось неизвестным ядро КИП $K(\lambda_i, \xi)$ и параметры λ_i ($i = \overline{1, \infty}$), являющиеся соответственно собственными функциями и собственными значениями краевой задачи (28), (29). Как известно, общее решение уравнения (28) может быть представлено в функциях А.Н. Крылова. Однако для проведения численного анализа удобнее представить его в таком виде:

$$K(\lambda_i, \xi) = C_{1i} e^{\lambda_i(\xi-1)} + C_{2i} e^{-\lambda_i \xi} + C_{3i} \cos(\lambda_i \xi) + C_{4i} \sin(\lambda_i \xi). \quad (33)$$

После подстановки (33) в граничные условия (29) получаем однородную систему алгебраических уравнений относительно постоянных C_{ki} ($k = 1, 2, 3, 4$). Из условия нетривиальности ее решения составляем такое трансцендентное уравнение для определения λ_i , и выражения для постоянных C_{ki} :

$$4\lambda_i^3 (1 - e^{-2\lambda_i}) (\lambda_i \sin \lambda_i - \alpha \cos \lambda_i) + 4\alpha^2 \lambda_i^2 e^{-\lambda_i} + 2\alpha \lambda_i^2 (1 + e^{-2\lambda_i}) (2\lambda_i \sin \lambda_i - \alpha \cos \lambda_i) = 0; \quad (34)$$

$$C_{1i} = -\alpha \lambda_i \cos \lambda_i + \alpha \lambda_i e^{-\lambda_i} + 2\lambda_i^2 \sin \lambda_i + \alpha \lambda_i \sin \lambda_i;$$

$$C_{2i} = \alpha \lambda_i e^{-\lambda_i} \cos \lambda_i - 2\lambda_i^2 e^{-\lambda_i} \sin \lambda_i + \alpha \lambda_i e^{-\lambda_i} \sin \lambda_i - \alpha \lambda_i; \quad (35)$$

$$C_{3i} = -2\alpha \lambda_i e^{-\lambda_i} \sin \lambda_i - \alpha \lambda_i e^{-2\lambda_i} + \alpha \lambda_i;$$

$$C_{4i} = \alpha \lambda_i e^{-\lambda_i} \cos \lambda_i + 2\lambda_i^2 e^{-2\lambda_i} - 2\lambda_i^2 - \alpha \lambda_i e^{-2\lambda_i} - \alpha \lambda_i.$$

Полученные результаты справедливы для упругого сочленения днища и стенок шлюза. Рассмотрим частные случаи, соответствующие идеализированным схемам закрепления балки (днища).

Если принять $\alpha^* = 0$ ($\alpha = 0$), то из (34), (35) следуют результаты для шарнирного опирания:

$$\sin \lambda_i = 0; \quad (34^1)$$

$$C_{1i} = 2\lambda_i^2 \sin \lambda_i; \quad C_{2i} = -2\lambda_i^2 e^{-\lambda_i} \sin \lambda_i; \quad C_{3i} = 0; \quad C_{4i} = 2\lambda_i^2 (e^{-2\lambda_i} - 1). \quad (35^1)$$

После деления соотношений (34), (35) на α^2 и предельного перехода $\alpha \rightarrow \infty$ приходим к аналогичным результатам для жесткого защемления:

$$\cos \lambda_i \operatorname{ch} \lambda_i = 1; \quad (34^2)$$

$$C_{1i} = \lambda_i \cos \lambda_i - \lambda_i e^{-\lambda_i} - \lambda_i \sin \lambda_i;$$

$$C_{2i} = -\lambda_i e^{-\lambda_i} \cos \lambda_i - \lambda_i^2 e^{-\lambda_i} \sin \lambda_i + \lambda_i; \quad (35^2)$$

$$C_{3i} = 2\lambda_i e^{-\lambda_i} \sin \lambda_i + \lambda_i e^{-2\lambda_i} - \lambda_i;$$

$$C_{4i} = -2\lambda_i e^{-\lambda_i} \cos \lambda_i + \lambda_i e^{-2\lambda_i} + \lambda_i.$$

Численный анализ результатов

В качестве примера рассматривается железобетонный шлюз ($E = 4,1 \cdot 10^{10}$ Н/м²; $\rho = 2,85 \cdot 10^3$ Нс²/м⁴) пролетом $l = 21$ м, покоящийся на упругом основании с коэффициентом постели $k = 0,1$ Н/м³. Расчеты проводились для $\gamma = 10$ Нс²/м⁴ при $k = 0,1$ Н/м³ различных соотношениях $h/l = 0,05; 0,1; 0,5$; для днища толщиной $h_1 = 1$ м и 2 м. Варьировались также коэффициенты жесткости упругого соединения днища и стенок резервуара $\alpha = 0; 1; 1000$ и $\alpha \rightarrow \infty$.

На графиках, изображенных на рисунках 2а и 2б, приведены кривые, характеризующие изменение присоединенной массы жидкости $m_i/(\gamma h)$ в зависимости от отношения h/l для $h_1 = 1$ м. Наблюдается тенденция снижения $m_i/(\gamma h)$ с увеличением высоты слоя жидкости.

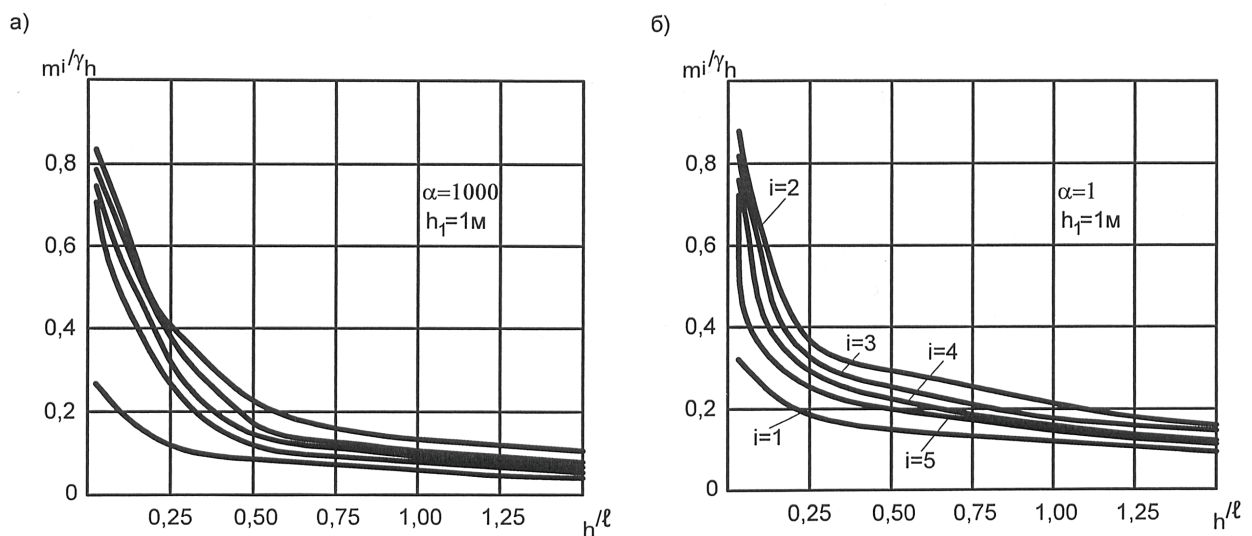


Рисунок 2. Зависимость присоединенной массы воды от степени наполнения шлюза для первых пяти тонов колебаний днища ($i = 1, 2, 3, 4, 5$)

При этом наибольшее влияние оказывает жидкость на первый обертоном спектра частот собственных колебаний днища, значения которого ω_i для первых пяти тонов при различных $h/l = 0,05; 0,5$ приведены в таблице 1. Здесь же содержатся величины $\omega_i^* (i = \overline{1,5})$. При этом следует отметить, что присоединенная масса жидкости оказывает существенное влияние на плотность спектра частот. Влияние $m_i/(\gamma h)$ возрастает с номером i определяемой частоты.

Таблица 1. Частоты колебаний днища шлюза, Гц

№ тона колебаний i	$\alpha = 0$			$\alpha = 1$			$\alpha = 1000$			$\alpha \Rightarrow \infty$		
	ω		ω^*	ω		ω^*	ω		ω^*	ω		ω^*
	$h/l = 0,05$	$h/l = 0,5$		$h/l = 0,05$	$h/l = 0,5$		$h/l = 0,05$	$h/l = 0,5$		$h/l = 0,05$	$h/l = 0,5$	
1	0,94	1,13	1,26	1,10	1,32	1,44	1,45	1,86	2,23	1,48	1,92	2,33
2	2,04	2,65	4,93	2,16	2,65	5,15	2,59	3,50	6,18	2,65	3,60	6,40
3	4,84	7,42	11,09	4,96	7,64	11,32	5,45	8,57	12,14	5,61	8,83	12,58
4	8,37	13,4	19,72	8,51	13,55	19,94	8,68	13,75	20,06	8,85	14,13	20,78
5	13,55	23,12	30,82	13,69	23,35	31,03	13,53	23,02	30,02	13,87	23,71	31,03

Замечаем также, что для $\alpha \leq 0,1$ и $\alpha \geq 1000$ вычисления ω можно производить по более простым соотношениям (34^1 , 34^2), соответствующим шарнирному опиранию или жесткому закреплению днища шлюза.

Вынужденные колебания

Рассмотрим теперь вынужденные колебания днища под слоем жидкости при действии распределенной, гармонической, возмущающей нагрузки $q(\xi, t) = Q(\xi) \sin(\theta t)$. При наполнении шлюза, принимая, как и в случае свободных колебаний, $\omega(\xi, t) = W(\xi) \sin(\theta t)$, $\varphi(\xi, t) = \Phi(\xi) \cos(\theta t)$, подставляем их, а также соотношения (8), в (1). В результате получаем неоднородное дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^4 Y(\xi)}{d\xi^4} - \frac{ml^4 \theta^2}{EI} Y(\xi) + \frac{kl^4}{EI} Y(\xi) = \frac{l^4 Q(\xi)}{EI} + \frac{\gamma \theta l^4}{EI} \Phi(\xi, 0). \quad (36)$$

После применения к (36) конечного преобразования (23) приходим к алгебраическому равенству, разрешаемому относительно трансформанты прогибов $Y^*(\lambda_i)$ в следующем виде:

$$Y^*(\lambda_i) = \frac{Q(\lambda_i)}{k + (m + m_i)(\omega_i^2 - \theta^2)},$$

где $Q(\lambda_i) = \int_0^1 q(\xi) K(\lambda_i, \xi) d\xi$.

По формуле обращения (24) определяем функцию прогибов днища:

$$Y(\xi) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{Q(\lambda_i) K(\lambda_i, \xi)}{k + (m + m_i)(\omega_i^2 - \theta^2)} \|K_i\|^{-2}. \quad (37)$$

Располагая выражением (37), по известным формулам [5] определяем изгибающие моменты и поперечные силы: $M = -\frac{EI}{l^2} Y''(\xi)$, $Q = \frac{IdM}{ld\xi}$.

Выводы

1. Получено точное, в рамках принятой расчетной схемы, решение задачи о собственных и вынужденных колебаниях днища судоводного шлюза.
2. Проанализированы частоты первых пяти тонов колебаний и присоединенная масса жидкости в зависимости от толщины конструкции и условий сопряжения днища и стенок шлюза.
3. Установлено существенное влияние жидкости на низкочастотную часть спектра и динамическую реакцию днища.

Литература

1. Zhu Yong-yi, Weng Zhi-yuan, Wu Jialong. Vibration characteristics of offshore cylindrical tanks // Appl. Math and Mech. (Engl.Ed.). 1992. Vol. 13, №1. Pp. 17-27.
2. Goncalves P. B., Ramos N. R. S. Free vibration analysis of cylindrical tanks partially filld with liquid // J. Sound and Vibr. 1996. Vol. 195, № 3. Pp. 429-444.
3. Сеницкий Ю. Э., Еленицкий Э. Я., Дидковский О. В. Определение импульсивной и конвективной составляющих гидродинамического давления жидкости в цилиндрических резервуарах при сейсмических воздействиях // Известия вузов. Строительство. 2005. № 5. С. 18-26.
4. Сеницкий Ю. Э., Еленицкий Э. Я., Дидковский О. В. К вопросу о нормативных требованиях по расчету стальных цилиндрических резервуаров в условиях сейсмического воздействия // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2006. № 4. С. 65-70.
5. Сеницкий Ю. Э. К вопросу определения гидродинамического давления в цилиндрических резервуарах при сейсмических воздействиях // Строительная механика и расчет сооружений. 2009. № 6. С. 63-67.
6. Гершунов Е. М. Определение присоединенной массы жидкости при расчете днищ резервуаров // Прикладная механика. 1968. Т. 4. Вып. 6. С. 124-128.
7. Шульман С. Г. О колебаниях упругих днищ под слоем жидкости // Тр. коорд. совещания по гидротехнике. Л.: Энергия. 1966. Вып. 28. С. 30-36.
8. Гершунов Е. М. Присоединенная масса жидкости при колебаниях балки, лежащей под слоем жидкости // Прикладная механика. 1974. Т. X, Вып. 3. С. 109-116.
9. Шульман С. Г. Расчеты сейсмостойкости гидросооружений с учетом влияния водной среды. М.: Энергия, 1976. 207 с.
10. Hagedorn P. A note on the vibrations of infinite elastic plates in contact with water // J. Sound and Vibr. 1994. Vol. 175, № 2. Pp. 233-240.
11. Kwak Moon K. Hydroelastic vibration of rectangular plates // Trans. ASME. J. Appl. Mech. 1996. Vol. 63, № 1. Pp. 110-115.
12. Gutierrez R., Laura P. A. A., Sanzi H. C., Elvira G. Vibrations of a rectangular plate of non-uniform thickness partially embedded in a Winkler medium // J. Sound and Vibr. 1995. Vol. 185, № 5. Pp. 910-914.
13. Zhand Yingshi, Wang Xieshan. Vibrations of one-way rectangular stepped thin plates on Winkler foundation // Appl. Math and Mech. (Engl. Ed.) 1998. Vol. 19, № 2. Pp. 169-177.
14. Zhu F. Rayleigh quotients for coupled free vibrations // J. Sound and Vibr. 1994. Vol. 171, № 5. Pp. 641-649.
15. Gavrilova E. L. Across-strip scheme of Bubnov-Galerkin method to determine the frequencies of rectangular plates // J. Theor and Appl. Mech. 1996. Vol. 26, № 2. Pp. 66-79.
16. Сеницкий Ю. Э. Исследование упругого деформирования элементов конструкций при динамических воздействиях методом конечных интегральных преобразований. Саратов.: Изд-во Саратов. ун-та, 1985. 176 с.
17. Сеницкий Ю. Э. Метод конечных интегральных преобразований – обобщение классической процедуры разложения по собственным вектор-функциям // Известия Саратовского университета. Новая серия. 2011. Т. 11. Математика, Механика, Информатика. Саратов. Вып. 3. Ч. 1. 2011. С. 61-89.
18. Сеницкий Ю. Э. Функция влияния в задачах прочности и колебаний упруго заземленных прямоугольных пластин // Изв. вузов. Строительство. 1999. № 2-3. С. 19-25.
19. Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М.: Физматгиз, 1963. 635 с.
20. Снеддон И. Н. Преобразование Фурье. М.: ИЛ, 1995. 668 с.

**Юрий Эдуардович Сеницкий, г. Самара, Россия
Тел. раб.: (846)242-37-01; эл. почта: Senitskiy@mail.ru*

© Сеницкий Ю.Э., Кузьмин Н.Ю., 2012

doi: 10.5862/MCE.30.3

The oscillations of ship lock bottom

Yu.E. Senitskiy

Samara State University of Architecture and Civil Engineering, Samara, Russia

N.Yu. Kuzmin

Samara State University of Architecture and Civil Engineering, Samara, Russia

(846)242-37-01; e-mail: Senitskiy@mail.ru

Key words

ship lock; lock bottom; bottom oscillations; frequency; added mass of fluid; finite integral transformations

Abstract

The article deals with the dynamic characteristics of the ship lock. The accurate design relations intended to study the natural and forced vibrations of the bottom of the ship lock are provided. The degree of filling of the lock, as well as the added mass of water is considered. The various coupling conditions of the bottom and walls of buildings are taken into account. A concrete example of the calculation is given.

An exact, in the framework of the adopted design scheme, solution of the problem of the own and forced vibrations of the bottom of the ship lock is found. The frequency of the first five tones of vibrations and the associated mass of liquid according to thickness of the structure and coupling conditions of the bottom and sides of the lock are analyzed. A significant effect of liquids on low-frequency part of the spectrum and the dynamic response of the bottom is determined.

References

1. Zhu Yong-yi, Weng Zhi-yuan, Wu Jialong. Vibration characteristics of offshore cylindrical tanks. *Appl. Math and Mech.* (Engl.Ed.). 1992. Vol. 13, No.1. Pp. 17-27.
2. Goncalves P. B., Ramos N. R. S. Free vibration analysis of cylindrical tanks partially filled with liquid. *J. Sound and Vibr.* 1996. Vol. 195, No. 3. Pp. 429-444.
3. Senitskiy Yu. E., Yelenitskiy E. Ya., Didkovskiy O. V. *Izvestiya vuzov. Stroitelstvo* [Proceedings of the universities. Construction]. 2005. No. 5. Pp. 18-26. (rus)
4. Senitskiy Yu. E., Yelenitskiy E. Ya., Didkovskiy O. V. *Seysmostoykoye stroitelstvo. Bezopasnost sooruzheniy* [Earthquake engineering. Safety of structures]. 2006. No. 4. Pp. 65-70. (rus)
5. Senitskiy Yu. E. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy* [Structural mechanics and calculation of structures]. 2009. No. 6. Pp. 63-67. (rus)
6. Gershunov Ye. M. *Prikladnaya mekhanika* [Applied mechanics]. 1968. Part 4. Vol. 6. Pp. 124-128. (rus)
7. Shulman S. G. *Tr. koord. soveshchaniya po gidrotekhnike* [Conference on Hydraulic Engineering]. Leningrad: Energiya. 1966. Vol. 28. Pp. 30-36. (rus)
8. Gershunov Ye. M. *Prikladnaya mekhanika* [Applied mechanics]. 1974. Part X, Vol. 3. Pp. 109-116. (rus)
9. Shulman S. G. *Raschety seysmostoykosti gidrosooruzheniy s uchetom vliyaniya vodnoy sredy* [Calculations of seismic stability of hydro structures, taking into account the influence of the water environment]. Moscow: Energiya, 1976. 207 p. (rus)
10. Hagedorn P. A note on the vibrations of infinite elastic plates in contact with water. *J. Sound and Vibr.* 1994. Vol. 175, No. 2. Pp. 233-240.
11. Kwak Moon K. Hydroelastic vibration of rectangular plates. *Trans. ASME. J. Appl. Mech.* 1996. Vol. 63, No. 1. Pp. 110-115.
12. Gutierrez R., Laura P. A. A., Sanzi H. C., Elvira G. Vibrations of a rectangular plate of non-uniform thickness partially embedded in a Winkler medium. *J. Sound and Vibr.* 1995. Vol. 185, No. 5. Pp. 910-914.
13. Zhand Yingshi, Wang Xiesshan. Vibrations of one-way rectangular stepped thin plates on Winkler foundation. *Appl. Math and Mech.* (Engl. Ed.) 1998. Vol. 19, No. 2. Pp. 169-177.
14. Zhu F. Rayleigh quotients for coupled free vibrations. *J. Sound and Vibr.* 1994. Vol. 171, No. 5. Pp. 641-649.

15. Gavrilova E. L. Across-strip scheme of Bubnov-Galerkin method to determine the frequencies of rectangular plates. *J. Theor and Appl. Mech.* 1996. Vol. 26, No. 2. Pp. 66-79.
16. Senitskiy Yu. E. *Issledovaniye uprugogo deformirovaniya elementov konstruksiy pri dinamicheskikh vozdeystviyakh metodom konechnykh integralnykh preobrazovaniy* [The study of the elastic deformation of structural elements under dynamic loads using finite integral transform]. Saratov: Izd-vo Saratov. un-ta, 1985. 176 p. (rus)
17. Senitskiy Yu. E. *Izvestiya Saratovskogo universiteta* [Proceedings of the Saratov University]. New series. 2011. Issue 11. Saratov. Vol. 3. Part 1. 2011. Pp. 61-89. (rus)
18. Senitskiy Yu. E. *Izvestiya vuzov. Stroitelstvo* [Proceedings of the universities. Construction]. 1999. No. 2-3. Pp. 19-25. (rus)
19. Timoshenko S. P. Voynovskiy-Kriger S. *Plastinki i obolochki* [Plates and shells]. Moscow: Fizmatgiz, 1963. 635 p. (rus)
20. Sneddon I. N. *Preobrazovaniye Furye* [Fourier transform]. Moscow: IL, 1995. 668 p.

Full text of this article in Russian: pp. 17-24.