Расчет надежности грунтового основания на стадии эксплуатации при внецентренно нагруженном фундаменте

Д.т.н., профессор В.С. Уткин*,
ФГБОУ ВПО «Вологодский государственный технический университет»

Ключевые слова: основание фундамента; осадка; краевое давление; эксцентриситет силы; расчетное сопротивление; вероятность; возможность; интервал надежности.

Надежность любого грунтового основания зданий и сооружений на стадии эксплуатации прежде всего служит мерой безопасности эксплуатации зданий и сооружений в целом. В последнее время уделяется особое внимание механической (конструкционной) безопасности зданий и сооружений из-за старения жилого фонда, применения конструкций для опасных производств, а также в связи с интенсивным строительством высотных зданий и рядом крупных аварий. Этим объясняется появление новых правительственных и нормативных документов, таких как закон Российской Федерации №384 от 2009 г. «Технический регламент по безопасности зданий и сооружений», стандарт ГОСТ Р 54257-2010 «Надежность строительных конструкций», СП 22.13330.2011 «Основания зданий и сооружений» и др.

Рекомендованные стандартом ГОСТ Р 54257-2010 вероятностно-статистические методы расчетов надежностей описаны для конструкций и оснований фундаментов в работах [1, 2, 3 и др.]. Проблема заключается в том, что в ряде случаев эти методы не могут быть применены для конструкций из-за ограниченности статистической информации, получаемой в результате измерений контролируемых параметров для расчетных моделей. Особую трудность в получении статистической информации о параметрах несущих элементов в зданиях и сооружениях вызывают основания фундаментов из-за ограниченной доступности к ним.

В последнее время в России и за рубежом появились теории и методы расчетов надежности для различных отраслей в интервальной форме [4, 5, 6, 7 и др.]. Данные об использовании их применительно к расчетам надежности оснований фундаментов при ограниченной статистической информации о контролируемых параметрах можно найти в работах [8, 9]. В предлагаемой работе рассматривается метод расчета надежности грунтовых оснований фундаментов на стадии эксплуатации по критерию деформации (осадки фундамента), связанной с внешней нагрузкой, приложенной с эксцентриситетом. Это наиболее распространенный вариант работы оснований фундаментов зданий и сооружений.

На стадии эксплуатации зданий возможно появление эксцентриситета нагрузки или его изменение, которые невозможно предвидеть на стадии проектирования основания фундамента. Эти изменения в работе основания фундамента могут привести к снижению его надежности и к изменению безопасности здания или сооружения в целом. Для расчета надежности грунтового основания в новых условиях его эксплуатации необходимо выявить значения нагрузки (давления) под подошвой фундамента, эксцентриситета ее приложения и физико-механических свойств грунта. В дальнейшем будем исходить из линейного закона распределения давления от подошвы фундамента на грунт основания [3].

Выявление значения нагрузки, передаваемой на грунт основания, можно определить методом сбора нагрузок, как это делается на стадии проектирования. Такой метод на стадии эксплуатации не применяется из-за трудоемкости, неточности, неэкономичности. Предлагается давление на грунт основания от фундамента (см. рис. 1а) определить косвенно через измерения деформаций в материале фундамента (см. рис. 1б) для одного варианта распределения давления на грунт основания под подошвой фундамента, предусмотренного в СП 22.13330.2011.

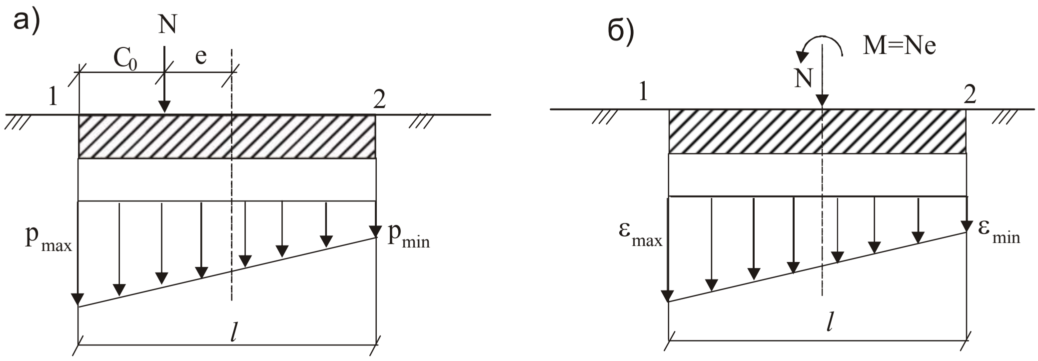

Рисунок 1. Эпюры давления p и деформаций ε грунта по подошве фундамента при внецентренном нагружении основания

Деформации $\varepsilon_{\min}$ и $\varepsilon_{\max}$ предлагается измерять с помощью тензорезисторов [10, 11] или других средств измерения. Для этого в теле фундамента с обеих сторон на одном уровне на расстоянии 50–60 см от подошвы фундамента наклеивают на его поверхность тензорезисторы и измеряют их омическое (электрическое) сопротивление R_0. Затем ниже тензорезисторов образуют карман глубиной 10 см и вновь измеряют сопротивление тензорезисторов R_1. Подробно этот метод описан в работе [11]. По формуле $\varepsilon = \dfrac{|R_1 - R_0|}{kR_0}$ находят значение деформаций ε в материале фундамента, где k – коэффициент тензочувствительности тензорезисторов. Давление p на грунт основания находят по формуле $p = \varepsilon E + \gamma h$, где E – модуль упругости материала фундамента, определяемый неразрушающими методами [10]; γ – удельный вес материала фундамента (в соответствии с терминологией СП 22.13330.2011); h – расстояние от тензорезисторов до подошвы фундамента; ε – деформации в материале фундамента ($\varepsilon_{\max}$ и $\varepsilon_{\min}$), как показано на рисунке 1б. Для расчета надежности основания фундамента по критерию деформации, зависящей от нагрузки на основание, по СП.22.13330.2011 используется математическая модель предельного состояния вида $\tilde{p} \le \tilde{R}$, записанная с учетом изменчивости давления $\tilde{p}$ на грунт основания и сопротивления грунта $\tilde{R}$ (изменчивость отмечена волнистой линией над буквами). При расчете надежности основания фундамента из двух значений давления $p_{\max}$ и $p_{\min}$ в математическую (расчетную) модель вводится наибольшее краевое давление $\tilde{p}_{\max}$.

С учетом многократного измерения деформаций $\varepsilon_{\max}$ и $\varepsilon_{\min}$ для статистики находят $\tilde{p}_{\max} = \tilde{\varepsilon}_{\max} E + \gamma h$ и $\tilde{p}_{\min} = \tilde{\varepsilon}_{\min} E + \gamma h$.

Примем, как вариант, модуль упругости E детерминированной величиной. В дальнейшем будет рассмотрен вариант E в виде случайной величины, требующий более сложного математического решения.

Вместо измерения деформаций можно измерять давление p_M масла по манометру насоса, с помощью которого масло нагнетается в коробку, располженную в кармане, до приведения сопротивления тензорезисторов R_1 к первоначальному значению R_0. В этом случае отпадает необходимость измерения модуля упругости материала фундамента. Подробную информацию об этом методе эксперимента можно найти в работе [11]. Давление на грунт основания определяется по формуле $p = p_M + \gamma h$. Могут использоваться и другие способы измерения давления p.

Расчетная формула для оценки надежности, с учетом указаний о значении краевого давления по СП 22.13330.2011, примет вид:

$$\tilde{p}_{\max} \le 1{,}2\tilde{R}. \tag{1}$$

По СП 22.13330.2011 расчетное сопротивление $\widetilde{R}$ определяется по формуле:

$$\widetilde{R}=\alpha\left[M_{\gamma}k_{z}b\widetilde{\gamma}_{II}+M_{q}d_{1}\widetilde{\gamma}_{II}^{'}+\left(M_{q}-1\right)d_{0}\widetilde{\gamma}_{II}^{'}+M_{c}\widetilde{c}_{II}\right], \tag{2}$$

где $\widetilde{\gamma}_{II},\widetilde{\gamma}'_{II},\widetilde{c}_{II}$ – контролируемые параметры (случайные величины), определяемые испытаниями образцов грунта, отбираемых из-под фундамента и испытываемых в лаборатории согласно ГОСТ 30416-96. Рассмотрим вариант, в котором ширина фундамента $b<10$ м. В этом случае $k_{z}=1{,}3$. Значения M_{γ},M_{q},M_{c} принимают детерминированными величинами, если угол внутреннего трения φ_{II} определяется по таблице 5.5 СП 22.1333.2011. $\alpha=1{,}2\dfrac{\gamma_{c_1}\cdot\gamma_{c_2}}{k}$ – детерминированная величина, принимаемая по указаниям СП 22.13330.2011.

Таким образом, формула (1) с учетом (2) содержит четыре случайные величины. Способы их описания методами теории вероятностей и математической статистики зависят от объема и точности измерений контролируемых параметров в формулах (1) и (2). Отсутствие краевого отрыва подошвы фундамента от грунта определяется условием $e\leq l/6$.

Для этого по своду правил эксцентриситет e нагрузки определяется по формуле $e=M/\left(N+\gamma_{ml}dlb\right)$.

На практике приведенной формулой для определения эксцентриситета e на стадии эксплуатации здания воспользоваться не удается в связи с трудностью определения значения всех параметров формулы. Предлагается определять эксцентриситет e по результатам измерения деформации материала фундамента. Известно, что при внецентренном сжатии бруса прямоугольного сечения $\varepsilon_{\max}=\left(\dfrac{N}{A}+\dfrac{Ne}{W}\right)/E$, $\varepsilon_{\min}=\left(\dfrac{N}{A}-\dfrac{Ne}{W}\right)/E$ [12]. Как отмечено выше, вместо деформаций $\varepsilon_{\max}$ и $\varepsilon_{\min}$ можно использовать давление масла $p_{\max}$ и $p_{\min}$. Отсюда совместным решением двух уравнений найдем $e=\dfrac{W}{A}\dfrac{\left(\varepsilon_{\max}-\varepsilon_{\min}\right)}{\left(\varepsilon_{\max}+\varepsilon_{\min}\right)}$, где A – площадь фундамента на уровне наклеенных тензорезисторов; W – момент сопротивления площади фундамента на том же уровне.

Рассмотрим расчет надежности основания фундамента по критерию (1) при $e/l\leq 1/6$ (см. рис. 1). На уровне подошвы фундамента, как было описано выше, краевое давление на грунт основания составит:

$$\widetilde{p}_{\max}=\widetilde{\varepsilon}_{\max}E+\gamma h. \tag{3}$$

Значения γ и h можно определить с высокой точностью по сравнению с ε, кроме того, вклад члена γh в значение $\widetilde{p}_{\max}$ мал, поэтому примем γh детерминированной величиной.

Расчетная модель (1) с учетом (3) и (2) примет вид:

$$\widetilde{\varepsilon}_{\max}E+\gamma h\leq\alpha\left[M_{\gamma}b\widetilde{\gamma}_{II}+M_{q}d_{1}\widetilde{\gamma}_{II}'+\left(M_{q}-1\right)d_{b}\widetilde{\gamma}'_{II}+M_{c}\widetilde{c}_{II}\right]. \tag{4}$$

Если число измерений $\widetilde{\varepsilon}_{\max}$, получаемых с помощью неразрушающих методов согласно источникам [10, 11], может быть достаточным для анализа и подбора для нее вероятностной функции распределения [1, 13 и др.], то $\widetilde{\varepsilon}_{\max}$ может быть хорошо описана усеченным нормальным [14] или нормальным (гауссовским) распределением [1, 13] с плотностью вероятности:

$$f_{\tilde{\varepsilon}}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}S_{\varepsilon}}e^{-\frac{(\varepsilon-m_{\varepsilon})^2}{2S_{\varepsilon}^2}}, \quad (5)$$

где m_{ε} – статистическое математическое ожидание случайной величины $\tilde{\varepsilon}$; S_{ε} – среднее квадратическое отклонение деформации $\tilde{\varepsilon}$. Обозначим в (3) $\tilde{p}_{\max}=\tilde{\varepsilon}_{\max}E+\gamma h=X$, тогда (5) для $\tilde{p}_{\max}=X$ примет вид:

$$f_X(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}S_X}e^{-\frac{(x-m_X)^2}{2S_X^2}}, \quad (5')$$

где $m_X=m_{\varepsilon}E+\gamma h$; $S_X=S_{\varepsilon}E$.

Если статистической информации для объективного описания деформации недостаточно для принятия решения о виде распределения $\tilde{\varepsilon}$ и его проверки на адекватность, то для этой цели используются другие подходы [4, 5, 6, 7, 8], которые в данной статье не рассматриваются.

Для подбора и описания случайных величин $\tilde{\gamma}_{II}, \tilde{\gamma}'_{II}, \tilde{c}_{II}$ вероятностными функциями распределения теории вероятностей и математической статистики, как правило, статистической информации недостаточно [1, 13], поэтому будем считать их нечеткими переменными (по терминологии теории возможностей [15]) и описывать их, согласно источникам [15, 16, 17, 18], функцией распределения возможностей нечеткой переменной Y вида

$$\pi_Y(y)=\exp\left[-\left(\frac{y-a_y}{b_y}\right)^2\right], \quad (6)$$

где $a_Y=0{,}5(Y_{\max}+Y_{\min})$, $b_Y=0{,}5(Y_{\max}-Y_{\min})/\sqrt{-\ln\alpha}$; $\alpha\in[0{,}1]$ и называется уровнем среза (риска). Значением α задаются в зависимости от числа измерений параметров ответственности конструкций и других факторов, приведенных в [19]. $Y_{\max}Y_{\min}$ – наибольшее и наименьшее значения измеренного нечеткого переменного Y. На рисунке 2 показан вид функции (6).

Сама функция $\pi_Y(y)$ показывает возможность того, что нечеткая переменная Y примет значение, равное y, т. е. $Y=y$.

В (4) имеем сумму нечетких переменных $\tilde{\gamma}_{II}, \tilde{\gamma}'_{II}, \tilde{c}_{II}$. С учетом коэффициентов при них в (4) введем обозначения $Y_1=\alpha M_{\gamma}b\tilde{\gamma}_{II}, Y_2=\left[\alpha M_q d_1+(M_q-1)d_b\right]\tilde{\gamma}'_{II}$, $Y_3=\alpha M_c\tilde{c}_{II}$.

Согласно работам [15, 16, 17, 18] для функции Y от суммы нечетких переменных Y_i функция распределения возможностей имеет вид:

$$\pi_Y(y)=\exp\left\{-\left[\left(y-\sum_{i=1}^{n}a_i\right)/\sum_{i=1}^{n}b_i\right]^2\right\}, \quad (7)$$

где $a_i=0{,}5(Y_{\max i}+Y_{\min i})$, $b_i=0{,}5(Y_{\max i}-Y_{\min i})/\sqrt{-\ln\alpha}$, $i=1{,}2{,}3$. Соответственно, $a_y=\sum a_i$, $b_y=\sum b_i$ и формула (7) будет по форме совпадать с (6). Значениями α при определении b_i задаются одинаковыми для всех нечетких переменных Y_i.

Из теории надежности [1, 2, 13] известно, что значение надежности P, как вероятности события $X \leq Y$, где X – обобщенная нагрузка, Y – обобщенная прочность (при независимых X и Y), находят по формулам, приведенным А.Р. Ржаницыным в работе [13, с. 60] в следующем виде:

$$P = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) \cdot S_Y(x) dx. \tag{8}$$

Если принять для X функцию распределения (5’) и для Y функцию принадлежности (7) с двумя граничными функциями (верхней $\overline{S}_Y(x)$ и нижней $\underline{S}_Y(x)$ при $x = y$ или $\pi_Y(y) = \overline{S}_Y(x)$ и $1 - \pi_Y(y) = \underline{S}_Y(x)$, как показано на рисунке 2), то по формуле (8) будем иметь два значения вероятностей безотказной работы для условия $X \leq Y$ в виде:

$$\left.\begin{aligned} \underline{P} &= 1 - \int_0^{a_y} \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_x} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2S_x^2}} \cdot e^{-\left(\frac{x-a_y}{b_y}\right)^2} dx - \int_{a_y}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_x} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2S_x^2}} dx \\ \overline{P} &= 1 - \int_0^{a_y} 0 \cdot dx - \int_{a_y}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_x} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2S_x^2}} \left(1 - e^{-\frac{(x-a_y)^2}{b_y^2}}\right) dx \end{aligned}\right\}. \tag{9}$$

Надежность основания фундамента будет характеризоваться интервалом $\left[\underline{P}, \overline{P}\right]$.

Условно для наглядности и обоснования пределов интегрирования на рисунке 2 представлены графики функций (5’) и (6) и граничные функции распределения $\underline{F}_Y(x)$, $\overline{F}_Y(x)$.

Надежность основания фундамента на стадии эксплуатации находят при соблюдении условия $m_x \leq a_y$ (средняя нагрузка меньше средней прочности).

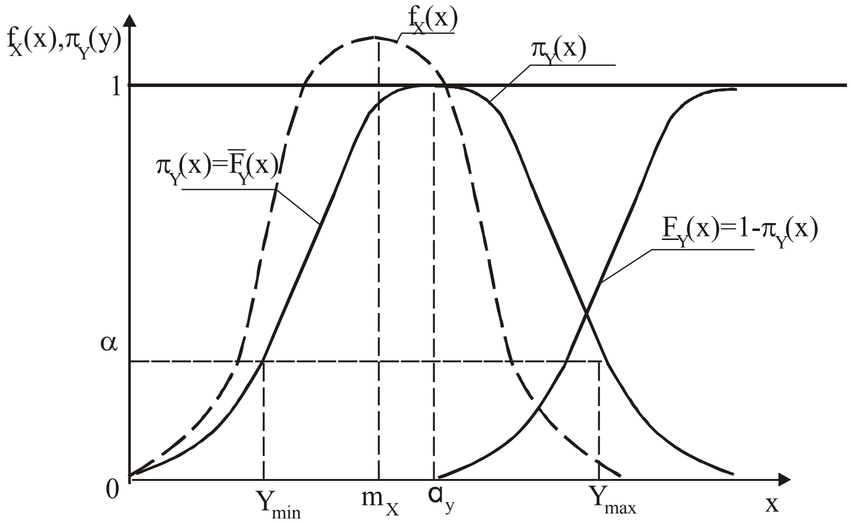

Рисунок 2. Функция плотности вероятности $f_X(x)$
и функция распределения возможностей $\pi_Y(y) = \pi_Y(x)$

Пример. Пусть известны значения $m_X = 20,\ S_X = 3,\ a = 30,\ b = 6$ (единицы измерения опускаем). По формуле (9), используя компьютерную программу, найдем $\underline{P} = 0{,}872,\ \overline{P} = 0{,}9999$.

Допустим, что удалось повысить характеристики грунта $\gamma_{II}, \gamma'_{II}, c_{II}$, например, цементацией до $a = 35,\ b = 8$ при прежнем значении нагрузки $m_X = 20,\ S_X = 3$. Получим $\underline{P} = 0{,}943,\ \overline{P} \approx 1$. Интервал надежности основания повысился до [0,942;1].

Наоборот, при подмачивании грунта и снижении его прочностных характеристик до $a = 28,\ \ b = 7$ при $m_X = 20,\ S_Y = 3$ получим $\underline{P} = 0{,}673\ \ \overline{P} = 0{,}9999$. Интервал надежности будет равен $[0{,}673;0{,}9999]$.

Из решения последнего примера видно, что интервал надежности $[0{,}673;0{,}9999]$ при новых исходных данных о грунте малоинформативен из-за его ширины. Это указывает на необходимость попробовать, если возможно, повысить объем и точность измерений *x* и *y*, что может привести к сужению интервала надежности. Если предельная (допустимая) надежность P_{np} больше значения $P_{\min} = 0{,}673$, то нельзя ли принять из расчетного интервала надежности значение надежности основания больше $P_{\min}$, например, равное P_{np}, так как истинное значение надежности находится внутри интервала $[\underline{P}, \overline{P}]$?

Это можно сделать, принимая некоторое значение риска, определение которого приведено в работе [9] и в работах [20, 21].

Следует также отметить вероятность того, что модуль упругости нельзя принять детерминированной величиной. В этом случае имеем $X = \tilde{\varepsilon}\tilde{E} + \gamma h$, т. е. имеем случайную функцию X от двух случайных аргументов $\tilde{\varepsilon}$ и $\tilde{E}$. Если при этом каждый из случайных аргументов имеет нормальное распределение, то можно с достаточной степенью приближения для основания фундамента считать, что функция $X = \tilde{\varepsilon}\tilde{E} + \gamma h$ будет распределена по нормальному закону, и принять для нее математическое ожидание $M(x) = m_\varepsilon m_E + \gamma h$, а среднее квадратическое отклонение $S_X = \sqrt{m_E^2 S_\varepsilon^2 + m_\varepsilon^2 S_E^2}$ [21]. Алгоритм расчета остается прежним.

Можно использовать и другой подход. Обозначим $\tilde{E} = z$ и функцию плотности распределения модуля упругости материала фундамента $f(E) = f(z)$. Тогда формулу (8) представим в виде $P = \iiint\limits_s f(x)f(y)f(z)dxdydz$. Дальнейшее решение будет зависеть от вида функции распределения случайной величины z. Алгоритм расчета надежности основания фундамента сохраняется.

Выводы

1. Предложен новый подход к расчету надежности грунтового основания фундамента при ограниченной информации о прочности грунта по критерию деформации (осадки), зависящей от внешней нагрузки, приложенной с эксцентриситетом.

2. Рассмотрен способ определения значения эксцентриситета внешней нагрузки на основание фундамента на стадии эксплуатации здания.

3. Приведены расчетные формулы для определения значений вероятности безотказной работы основания и интервала надежности основания фундамента, сопровождающиеся примерами.

4. Приведенная методика расчета надежности основания фундамента может быть использована на практике специалистами при оценке безопасности оснований и зданий в целом.

Литература

1. Шпете Г. Надежность несущих строительных конструкций. Пер. с нем. М.: Стройиздат, 1994. 288 с.
2. Calgaro J.A., Gulvanession H. Management of Reliability and Risk in the Eurocode System // Proceedings of International Conference on Safety, risk and reliability – trends in engineering.. Malta, 2001. Pp. 155–160.
3. Ермолаев Н.Н., Михеев В.В. Надежность снований сооружений. Л.: Стройиздат, 1976. 152 с.
4. Cozman F.G. Calculation of posterior bounds given convex sets of prior probability measures and likelihood functions // Journal of Computational and Graphical Statistics. 1999. Vol. 8. No.4. Pp. 824–838.
5. Fetz Th., Oberguggenbergep M. Propagation of uncertainty through multivariate functions in the framework of sets of probability measures // Reliability Engineering and System Safety. 2004. Vol. 85. Issues 1–3. Pp. 73–87.
6. Уткин Л.В. Анализ риска и принятие решений при неполной информации. СПб.: Наука, 2007. 404 с.
7. Baudrit C., Dubois D. Practical representations of incomplete probabilistic knowledge // Computational Statistics and Data Analysis. 2006. Vol. 51. Pp. 86–108.
8. Уткин В.С., Шепелина Е.А. Расчет надежности оснований фундаментов многоэтажных зданий при ограниченной (неполной) информации о параметрах математической модели предельного состояния // Строительная механик и расчет сооружений. 2012. № 6. С. 47–50.
9. Уткин В.С., Шепелина Е.А. Расчет надежности оснований фундаментов по критерию прочности при ограниченной информации о нагрузке // Инженерно-строительный журнал. 2013. №1. С. 48–56.
10. Землянский А.А. Обследование и испытание зданий и сооружений. Учебное пособие. М.: АСВ, 2002. 240 с.
11. Лужин О.В., Злочевский А.П., Горбунов И.А., Волохов В.А. Обследование и испытание сооружений. Под. Ред. О.В. Лужина. М.: Стройиздат, 1987. 263 с.
12. Смирнов А.Ф., Александров А.В, Монахов М.И. Сопротивление материалов. Учебник для вузов. М.: Высшая школа, 1975. 480 с.
13. Ржаницын А.Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. М.: Стройиздат, 1978. 239 с.
14. Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности. Пер. с англ. Под ред. Б.В. Гнеденко. М.: Советское радио, 1969. 488 с.
15. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике. Пер. с фр. Д. Дюбуа. М.: Радио и связь, 1990. 288 с.
16. Уткин В.С. Определение надежности строительных конструкций. Учеб. пособие. Вологда: ВоГТУ, 2000. 153 с.
17. Utkin V.S., Utkin L.V. Calculating the reliability of shafts with probability and possibility in the limiting-state model // Russian Engineering Research. 2009. Vol. 29. Issue 7. Pp. 664–667.
18. Utkin V.S. Crankshaft reliability in terms of fatigue strength is calculated by means of a mathematical model with a limiting state on the basis of both probability and possibility methods // Russian Engineering Research. 2009. Vol. 30. Issue 7. Pp. 763–767.
19. Уткин В.С. Значение уровня риска в теории возможностей // Строительные материалы. 2004. №8. С. 35.
20. Улицкий В.М. Лисюк М.Б. Оценка риска и обеспечение безопасности в строительстве // Реконструкция городов и геотехническое строительство. 2003. №5. С. 160–166.
21. Уткин Л.В., Лапин А.Э. Модели гарантийных обязательств в условиях ограниченной и неточной исходной информации // Управление риском. 2007. №2. С. 53–60.

**Владимир Сергеевич Уткин, г. Вологда, Россия*

Тел. раб.: +7(8172)518396; эл. почта: UtkinVoGTU@mail.ru

doi: 10.5862/MCE.40.8

The reliability calculation of foundations under eccentric load in the operation phase

V.S. Utkin,
Vologda State Technical University, Vologda, Russia
+7(8172)518396; e-mail: UtkinVoGTU@mail.ru

Key words

earth foundation; foundation settlement; edge value; load eccentricity; design resistance; probability; possibility; reliability interval

Abstract

The new method of the reliability calculation of buildings and structures' earth foundations based on limited statistical information on controlled parameters in the operation stage is considered. The reliability is calculated by criterion of foundation deformations (settlement) in the presence of load eccentricity of the foundation and using possibility distribution functions for the description of fuzzy variables.

New approach to the reliability calculation of a foundation bed is offered with describing eccentricity characteristic as random variable by the probability distribution law and properties of soil – by the possibility characteristic. The way for determination of eccentricity value of load on the foundation bed by measurement of deformations in the foundation material at the expense of unloading the part of the foundation on the area with resistance strain gages is considered. Reliability as the probability of failure-free operation of the foundation is characterized by the interval with minimum and maximum values.

References

1. Shpete G. *Nadezhnost nesushchikh stroitelnykh konstruktsiy* [Reliability of bearing building constructions]. Translated from German. Moscow: Stroyizdat, 1994. 288 p. (rus)
2. Calgaro J.A., Gulvanession H. Management of Reliability and Risk in the Eurocode System. *Proceedings of International Conference on Safety, risk and reliability – trends in engineering*. Malta, 2001. Pp. 155–160.
3. Ermolaev N.N., Mikheev V.V. *Nadezhnost osnovaniy sooruzheniy* [Reliability of construction bases]. Leningrad: Stroyizdat, Leningrad-skoye otdeleniye, 1976. 152 p. (rus)
4. Cozman, F.G. Calculation of posterior bounds given convex sets of prior probability measures and likelihood functions. *Journal of Computational and Graphical Statistics*. 1999. Vol. 8. No.4. Pp. 824–838.
5. Fetz Th., Oberguggenbergep M. Propagation of uncertainty through multivariate functions in the framework of sets of probability measures. *Reliability Engineering and System Safety*. 2004. Vol. 85. No.1–3. Pp. 73–87.
6. Utkin L.V. *Analiz riska i priniatiye resheniyi pri nepolnoy informatsii* [Risk analysis and decision-making with incomplete information]. Saint-Petersburg: Nauka, 2007. 404 p. (rus)
7. Baudrit C., Dubois D. Practical representations of incomplete probabilistic knowledge. *Computational Statistics and Data Analysis*. 2006. Vol. 51. Pp. 86–108.
8. Utkin V.S., Shepelina E.A. *Stroitelnaya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 2012. No.6. Pp. 47–50. (rus)
9. Utkin V.S., Shepelina E.A. *Magazine of Civil Engineering*. 2013. No.1. Pp. 48–56.
10. Zemlianskiy A.A. *Obsledovaniye i ispytaniye zdaniy i sooruzheniy. Uchebnoe posobiye* [Inspection and testing of buildings and structures. Teaching aid]. Moscow: ASV, 2002. 240 p. (rus)
11. Luzhin O.V., Zlochevskiy A.P., Gorbunov I.A., Volokhov V.A. *Obsledovaniye i ispytaniye sooruzheniy* [Inspection and testing of structures]. Edited by O.V Luzhin. Moscow: Stroyizdat, 1987. 263 p.
12. Smirnov A.F., Aleksandrov A.V., Monakhov M.I. *Soprotivleniye materialov. Uchebnik dlya vuzov* [Resistance of materials. Textbook for universities]. Moscow: Vysshaya shkola, 1975. 480 p. (rus)
13. Rzhanitsin A.R. *Teoriya rascheta stroitelnykh konstruktsiy na nadezhnost* [The theory of calculation of building structures on the reliability]. Moscow: Stroyizdat, 1978. 239 p. (rus)
14. Barlou R., Proshan F. *Matematicheskaya teoriya nadezhnosti* [The mathematical theory of reliability]. Translated from English. Edited by B.V. Gnedenko. Moscow: Sovetskoye radio, 1969, 488 p. (rus)

15. Diubua D., Prad A. *Teoriya vozmozhnostey. Prilozheniya k predstavleniyu znaniy v informatike* [Theory of opportunities. Application to the representation of knowledge in Informatics]. . Moscow: Radio i sviaz, 1990. 288 p. (rus)

16. Utkin V.S. *Opredeleniye nadezhnosti stroitelnykh konstruktsiy. Ucheb. Posobiye* [The determination of the reliability of building structures. Teaching aid]. Vologda, VoGTU, 2000, 153 p. (rus)

17. Utkin V.S., Utkin L.V. Calculating the reliability of shafts with probability and possibility in the limiting-state model. *Russian Engineering Research*. 2009. Vol. 29. Issue 7. Pp. 664–667.

18. Utkin V.S. *Crankshaft reliability in terms of fatigue strength is calculated by means of a mathemati-cal model with a limiting state on the basis of both probability and possibility methods*. Russian Engineering Research. 2009. Vol. 30. Issue 7. Pp. 763–767.

19. UtkinV.S. *Construction materials*. 2004. No.8. P. 35. (rus)

20. Ulitskiy V.M. Lisiuk M.B. *Rekonstruktsiya gorodov i geotekhnicheskoye stroitelstvo*. 2003. No.5. Pp. 160–166. (rus)

21. Utkin L.V., Lapin A.E. *Upravleniye riskom*. 2007. No.2. Pp. 53–60.

Full text of this article in English: pp. 69–75