

На правах рукописи

ФЕДОРОВ Александр Евгеньевич

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ТЕРМОНЕУСТОЙЧИВОСТИ РОТОРА, СОВЕРШАЮЩЕГО
СИНХРОННУЮ ПРЕЦЕССИЮ**

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Санкт-Петербург – 2013

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

Научный руководитель: **Григорьев Борис Семенович**
доктор технических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Подольский Марлен Елизарович**
доктор технических наук, профессор,
заслуженный деятель науки РФ,
ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский
государственный морской технический
университет», заведующий кафедрой «Детали
машин и подъемно-транспортные механизмы»

Скубов Дмитрий Юльевич
доктор физико-математических наук, профессор,
ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский
государственный политехнический
университет», профессор кафедры «Механика и
процессы управления»

Ведущая организация: ФГБУН «Институт проблем машиноведения
Российской академии наук», г. Санкт-Петербург

Защита состоится «26» декабря 2013 года в 16 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.229.13 при ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет» по адресу: 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29, , ауд. .

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет» по адресу: 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29, главный учебный корпус.

Автореферат разослан « » ноября 2013 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.229.13
доктор технических наук, профессор



Григорьев Борис Семенович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность. Анализ устойчивости вращающихся валов в роторных системах является одной из важнейших проблем в машиностроении. Существует много факторов, которые могут влиять на устойчивость. В центре внимания данной работы находится один из них – неравномерный (в окружном направлении) нагрев вала, совершающего синхронную прецессию в радиальных подшипниках скольжения. Он возникает из-за того, что при синхронном обращении вала одна его часть всегда находится в области меньшего зазора, а противоположная в области большего. Там где зазор меньше, гидродинамическое трение больше, что и приводит к неравномерному нагреву. Неравномерный нагрев вызывает термический изгиб ротора, тем самым увеличивая его начальный дисбаланс. В свою очередь увеличение дисбаланса приводит к увеличению синхронных вибраций ротора, которые могут стать опасными. Описанное явление носит название эффекта Мортон¹. Наиболее подвержены ему валы с консольно закрепленными массами. Возникающая при этом неустойчивость синхронной прецессии называется синхронной термической неустойчивостью (Synchronous Thermal Instability).

Сам эффект был обнаружен Мортонем еще в начале 70-х годов, но был описан им лишь во внутреннем отчете отделения фирмы General Electric в Великобритании в 1975 году. Наиболее весомый вклад в экспериментальное исследование эффекта Мортон внесли Пол Мортон (P. Morton), Й. Шмид (J. Schmied), Ф. де Йонг (F. de Jongh), Маше (Marscher) и Иллис (Illis), ван дер Ховен (van der Hoeven) и др.

Эффект Мортон бывает нелегко распознать на практике, так как трудно измерить распределение температуры по поверхности вала и доказать, что именно данный эффект является причиной повышенных вибраций. Поэтому большое значение имеет математическое моделирование явления.

Работы по моделированию эффекта начались с конца 80-х годов. Наиболее значимые и интересные результаты были получены Кеогом (Keogh) и Мортонем, Шмидом, Ларссоном (Larsson), Кирком (Kirk), Чайлдсом (Childs) и Палаццоло (Palazzolo). Однако каждая из предложенных моделей обладает существенными недостатками. В некоторых из них определяющую роль играют эмпирические коэффициенты, точность которых трудно оценить. Другие используют для описания процессов в подшипниках упрощающие предположения, заметно снижающие область

¹ De Jongh F.M., “The Synchronous Rotor Instability Phenomenon – Morton Effect”, *Proceedings of the 37th Turbomachinery Symposium*, 2008, pp. 159 – 167.

применимости всей модели в целом. Ряд же схем настолько подробно пытаются описать процессы, что становятся малопригодными на практике вследствие своей неоправданной вычислительной трудоёмкости.

В итоге можно отметить, что до настоящего времени отсутствует полная надежная модель эффекта Мортонa, которая могла бы предсказать появление данного феномена и определить меры борьбы с ним на этапе конструирования. Отсюда вытекает актуальность темы диссертации и ее **практическая значимость**.

Объектом исследования являются математические и физические модели роторных систем, использующих подшипники скольжения на жидкой смазке.

Предметом исследования является разработка и реализация эффективных вычислительных алгоритмов для совместного расчета динамики роторных систем и термогидродинамических процессов в смазочном слое подшипников.

Целью диссертационной работы является построение и реализация математической модели эффекта Мортонa, позволяющей рассчитать всю совокупность возникающих упруготермогидродинамических явлений: поле давлений в подшипнике с учетом переменной вязкости и кавитации смазки, поле температур в смазочном слое, неравномерный нагрев вала, совершающего синхронную прецессию, его температурный изгиб и результирующую динамику вала. Демонстрация эффективности и надежности разработанной модели для исследования и проектирования конкретных роторных систем, использующих подшипники скольжения.

Для достижения указанной цели в работе поставлены и решены следующие **основные задачи**:

1. Изучены и проанализированы существующие модели, описывающие эффект Мортонa
2. Разработана математическая модель эффекта Мортонa, включающая в себя термогидродинамический расчет подшипников, определение нагрева и изгиба вала, анализ влияния несимметричного прогрева вала на параметры его синхронной прецессии.
3. Построены и реализованы эффективные численные методы для решения отдельных подзадач.
4. Проведена верификация модели путём сравнения полученных результатов с имеющимися экспериментальными данными и с результатами расчёта отдельных подзадач общей схемы в различных программных пакетах (ANSYS, MADYN 2000).
5. Проанализированы с помощью созданной модели возможные меры борьбы с эффектом Мортонa.

6. Проведен расчёт возможности появления синхронной термической неустойчивости вала в роторной системе турбоэкспандера фирмы Cryostar.

7. Создан программный комплекс с графическим интерфейсом пользователя для анализа эффекта Мортон в роторных системах.

Методы исследования. При выполнении работы использованы методы вычислительной математики, теоретической механики, теории упругости, гидроаэродинамики.

Научная новизна диссертационной работы. Основные положения, выносимые на защиту, являются новыми.

На защиту выносятся следующие основные положения:

1. Математическая модель эффекта Мортон, основанная на совместном решении уравнений динамики вала, уравнения Рейнольдса, уравнения баланса энергии в смазочном слое и уравнения теплопроводности вала.

2. Новый экономичный метод расчёта динамических коэффициентов подшипника, основанный на использовании сопряженных функций.

3. Метод усреднения для решения уравнений динамики вала, уравнения энергии и уравнения теплопроводности вала.

4. Разработка критерия устойчивости для синхронных вибраций ротора.

5. Инструментарий в виде комплекса прикладных программ, который позволяет помимо расчётов, связанных с эффектом Мортон также проводить анализ роторной системы, включающий в себя определение критических скоростей системы и динамических коэффициентов подшипников с учётом зависимости последних от частоты вибрации.

Достоверность результатов, полученных в диссертационной работе, определяется применением апробированных методов вычислительной математики, использованием при построении модели известных положений гидроаэродинамики и теории упругости, подтверждается согласованностью результатов моделирования с экспериментальными данными, полученными другими исследователями, работающими в данной области.

Апробация работы. Основные положения работы, результаты теоретических и вычислительных исследований докладывались и обсуждались на 12 Международной научно-технической конференции “Герметичность, вибронадёжность и экологическая безопасность насосного и компрессорного оборудования” – “ТЕРВИКОН-2008” (Кельце-Перемышль, Польша, 2008), на международном симпозиуме по динамике паровых и газовых турбин (IFToMM International Symposium on Dynamics of Steam and Gas Turbines) (Гданьск, Польша, 2009), на 13 Всероссийской конференции по

проблемам науки и высшей школы (СПбГПУ, 2009), на 8-ой международной конференции по роторной динамике (IFTOMM International Conference on Rotor Dynamics - IFTOMM Rotordynamics 2010) (Сеул, Южная Корея, 2010), на городском семинаре по механике под руководством чл.-корр. РАН Д. А. Индейцева в Институте проблем машиноведения РАН (СПб, 2013).

По результатам работы на различных этапах её выполнения она была отмечена грантом Санкт-Петербурга для студентов, аспирантов, молодых учёных, молодых кандидатов наук 2009 года, стипендией Правительства Российской Федерации для аспирантов на 2009/2010 учебный год.

Личный вклад автора состоит в разработке и реализации численных методов и алгоритмов расчёта основных процессов, связанных с эффектом Мортонна.

Публикации. По результатам выполненных исследований опубликованы 9 печатных работ, 3 из них в изданиях, рекомендованных ВАК.

Структура и объем диссертации. Материалы диссертации изложены на 159 страницах основного текста, включающего 74 рисунка и 6 таблиц. Работа состоит из введения, семи глав, заключения, библиографического списка из 99 наименований и двух приложений.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дано обоснование актуальности темы диссертации и её практической значимости, определены цели работы и кратко изложено содержание диссертации.

В первой главе дается обзор публикаций по эффекту Мортонна, начиная с самых первых экспериментальных работ, появившихся в 70-х годах. На основе анализа публикаций делается вывод о том, что, с середины 90-х годов, начинается заметный рост интереса к этой проблеме, вызванный, по-видимому, увеличением числа случаев, когда производители оборудования для промышленности сталкивались с проблемами, вызванными эффектом Мортонна. Ещё одним выводом является потребность в создании полной надежной модели эффекта Мортонна, поскольку имеющиеся на данный момент модели имеют существенные недостатки, ограничивающие области их практического применения.

Во второй части главы приводится схематическая диаграмма построенной в диссертации модели, на которой отмечены лишь самые общие блоки, детальному разбору которых посвящены дальнейшие главы работы. Эта диаграмма представлена на Рис. 1. Как можно видеть из рисунка, построенная модель состоит из следующих

частей.

1. Перед началом расчёта задается внешняя нагрузка в каждом подшипнике и начальная неуравновешенность (дисбаланс) вала.

2. Определяется поле давлений в смазочном слое путем решения уравнения Рейнольдса, рассчитывается статическое положение равновесия вала и динамические коэффициенты подшипников.

3. Начальный дисбаланс суммируется с дополнительным дисбалансом, вызванным тепловым изгибом вала, и определяются параметры синхронной орбиты.

4. Определяется поле температур в смазочном слое на основе решения уравнения энергии. Вычисляется тепловой поток от смазки к валу.

5. Решается 3D уравнение теплопроводности для вала и на основании полученного распределения температуры определяется тепловой изгиб вала. Далее повторяется шаг 3.

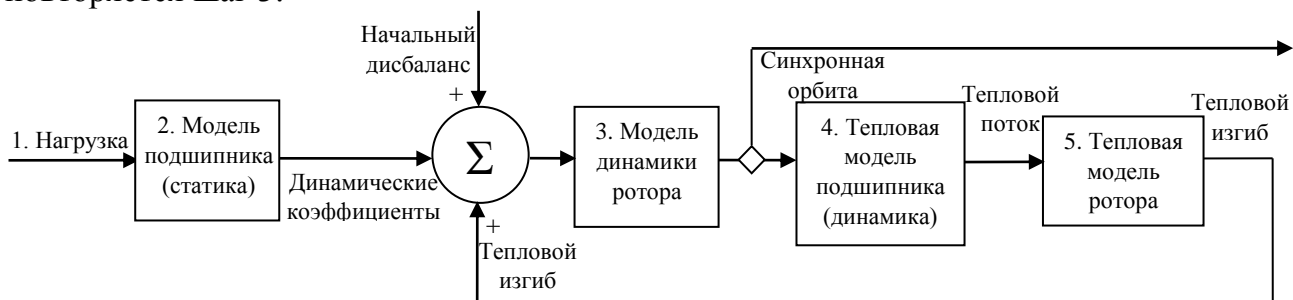


Рис. 1 Схематическая диаграмма построенной модели эффекта Мортонса

Важно отметить, что на практике проводится балансировка роторных систем с целью максимально уменьшить имеющуюся неуравновешенность, что позволяет говорить о малости как начального дисбаланса так и вызванной им синхронной вибрации. Поэтому в работе был использован метод малых возмущений, применение которого позволяет выделить из определяющих уравнений уравнения нулевого и первого приближений. Уравнения нулевого приближения соответствуют положению статического равновесия вала в подшипнике, а уравнения первого приближения (“возмущённые уравнения”) определяют процессы, возникающие при прецессионном движении вала.

В завершение описывается геометрия подшипника с самоустанавливающимися вкладышами, на примере которого проводятся в дальнейшем конкретные расчеты. Отметим, что разработанная в диссертации математическая модель применима для любых конструкций радиальных подшипников, работающих на жидкой смазке. Выбор подшипника с самоустанавливающимися вкладышами вызван тем обстоятельством, что такие подшипники широко используются в промышленности,

так как обладают повышенной устойчивостью. Вместе с тем их расчет вызывает дополнительные сложности, так как область, в которой ищется решение соответствующих уравнений в частных производных, распадается на ряд подобластей.

Во второй главе рассматривается расчёт положения статического равновесия вала в подшипнике и динамических коэффициентов подшипника. Первый параграф посвящён выводу обобщённого уравнения Рейнольдса, описывающего распределение давления в смазочном слое с учётом зависимости вязкости от температуры. Это уравнение имеет вид

$$\frac{1}{R_g^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(F_2 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(F_2 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{U}{R_g} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h - \frac{F_1}{F_0} \right) + \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (2.1)$$

где $F_0 = \int_0^h \frac{dy}{\mu}$, $F_1 = \int_0^h \frac{y dy}{\mu}$, $F_2 = \int_0^h \frac{y}{\mu} \left(y - \frac{F_1}{F_0} \right) dy$, $\mu(\theta, y, z)$ - вязкость смазки, R_g - радиус вала, $h(\theta, z)$ - толщина смазочного слоя, p - давление в смазочном слое, θ, z, y - соответственно окружная, осевая и радиальная координаты.

Второй параграф посвящен описанию нового экономичного метода расчёта динамических коэффициентов подшипника с использованием сопряженных функций.

Толщина смазочного слоя в произвольный момент времени может быть представлена как сумма толщины в положении статического равновесия h_0 и дополнительного динамического слагаемого δh . Вследствие малости начального дисбаланса и соответствующей ему вибрации, δh является малой величиной по сравнению с h_0 . В соответствии с методом малых возмущений давление в смазочном слое ищется в виде $p_0 + \delta p$, и уравнение Рейнольдса (2.1) распадается на уравнения нулевого и первого приближений.

Сила реакции смазочного слоя на перемещения вала в окрестности положения равновесия определяется по формуле

$$\delta W = - \sum_{i=1}^{N_{\text{вк}}} \int_{\Omega_i} \delta p \mathbf{n} d\Omega, \quad (2.2)$$

где $N_{\text{вк}}$ - число вкладышей, $\mathbf{n} = (\cos\theta, \sin\theta)^T$ - внешняя единичная нормаль к поверхности вала, Ω_i - поверхность вала в области смазочного слоя i -го вкладыша.

Уравнение для δp , полученное в результате применения метода малых возмущений к исходному уравнению Рейнольдса (2.1), может быть записано в операторном виде как

$$\mathbf{R}_1 \delta p = \mathbf{R}_2 \delta h, \quad (2.3)$$

где \mathbf{R}_1 и \mathbf{R}_2 дифференциальные операторы с частными производными (не выписываются ввиду их громоздкости). Структура правой части в (2.3) такова, что “возмущённое” давление δp в пределах i – го вкладыша может быть представлено в виде

$$\delta p = p_x x + p_y y + p_{1x} \dot{x} + p_{1y} \dot{y} + \chi(p_{\delta\psi} \delta\psi^i + p_{1\delta\psi} \delta\dot{\psi}^i), \quad (2.4)$$

где $x, y, \dot{x}, \dot{y}, \delta\psi^i, \delta\dot{\psi}^i, \chi$ - перемещения и скорости перемещений вала и вкладышей. Относительно функций $p_x, p_y, p_{1x}, p_{1y}, p_{\delta\psi}, p_{1\delta\psi}$ из (2.3) вытекает 6 уравнений для каждого вкладыша.

Подставляя (2.4) в (2.2), получаем выражение для силы реакции смазочного слоя на перемещения вала и вкладышей

$$\delta \mathbf{W} = -\mathbf{C}\mathbf{X} - \mathbf{D}\dot{\mathbf{X}} - \mathbf{E}\boldsymbol{\psi} - \mathbf{H}\dot{\boldsymbol{\psi}}, \quad (2.5)$$

где $\mathbf{X} = (x, y)^T$, $\boldsymbol{\psi} = (\delta\psi^1, \dots, \delta\psi^{N_{\text{вк}}})^T$. Компоненты матриц \mathbf{C} , \mathbf{D} , \mathbf{E} и \mathbf{H} называются динамическими коэффициентами подшипника.

С другой стороны, применение метода сопряженных функций позволяет получить вместо (2.2) следующую формулу

$$\delta \mathbf{W} = \sum_{i=1}^{N_{\text{вк}}} \int_{\Omega_i} (\mathbf{R}_2 \delta h) \mathbf{v} d\Omega, \quad (2.6)$$

где $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$ - сопряженная функция, компоненты которой находятся из уравнений $\mathbf{R}_1 v_x = -n_x$ и $\mathbf{R}_1 v_y = -n_y$ при нулевых граничных условиях. Разумеется, представление (2.5) при этом сохраняется. В итоге для расчёта динамических коэффициентов для каждого вкладыша надо решить только два уравнения вместо шести, вытекающих из (2.3), согласно традиционному методу.

В третьем параграфе рассматривается вопрос, связанный с редукцией числа динамических коэффициентов, которая упрощает расчеты в случае подшипников с самоустанавливающимися вкладышами.

Четвёртый параграф описывает схемы метода конечных объемов для численного решения уравнений Рейнольдса и уравнений для сопряжённых функций. Также в этом параграфе отдельное внимание уделяется реализации условий Свифта – Штибера, определяющих границу зоны кавитации смазки.

В пятом параграфе приводится алгоритм расчёта положения статического равновесия вала и вкладышей в подшипнике под действием заданной нагрузки, основанный на методе Ньютона.

В третьей главе освещаются вопросы, связанные с динамикой роторных систем. Также здесь рассматривается применение метода осреднения, что дало

возможность при численном интегрировании использовать большой временной шаг, а, следовательно, уменьшить объём вычислений.

Предполагая использование метода конечных элементов для пространственной дискретизации, уравнения динамики роторной системы можно записать в виде

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + (\mathbf{D}_n + \omega\mathbf{G})\dot{\mathbf{X}} + (\mathbf{K} + \mathbf{C}_n)\mathbf{X} = \mathbf{f}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}_{\text{изг}}, \quad (3.1)$$

где \mathbf{M} – матрица масс, \mathbf{G} – матрица гироскопических коэффициентов, \mathbf{K} – матрица жёсткости ротора, \mathbf{D}_n – матрица коэффициентов демпфирования подшипников, \mathbf{C}_n – матрица коэффициентов жёсткости подшипников, ω – скорость вращения вала, \mathbf{X} – вектор, содержащий неизвестные перемещения и углы прогиба в узлах конечно-элементной сетки, $\mathbf{f}(t)$ – сила, вызванная начальной неуравновешенностью, $\mathbf{X}_{\text{изг}}$ – вектор перемещений в узлах вследствие теплового изгиба вала.

Уравнение динамики ротора (3.1) дополняется уравнениями динамики вкладышей подшипников (одно векторное уравнение для каждого подшипника)

$$\mathbf{I}_{\text{вк}}\ddot{\boldsymbol{\Psi}} + \mathbf{C}_\psi\bar{\mathbf{X}} + \mathbf{D}_\psi\dot{\bar{\mathbf{X}}} + \mathbf{E}_\psi\boldsymbol{\Psi} + \mathbf{H}_\psi\boldsymbol{\Psi} = 0, \quad (3.2)$$

где $\bar{\mathbf{X}}$ – перемещения в узле, соответствующем подшипнику; $\boldsymbol{\Psi}$ – вектор возмущённых углов наклона каждого вкладыша в подшипнике; $\mathbf{I}_{\text{вк}}$, \mathbf{C}_ψ , \mathbf{D}_ψ , \mathbf{E}_ψ , \mathbf{H}_ψ – матрицы моментов инерции и динамических коэффициентов вкладышей.

Вектора $\mathbf{f}(t)$ и $\mathbf{X}_{\text{изг}}$, стоящие в правой части (3.1), представимы в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(t) &= \mathbf{f}_c \cos(\omega t) + \mathbf{f}_s \sin(\omega t), \\ \mathbf{X}_{\text{изг}} &= \mathbf{X}_{\text{изг}}^c \cos(\omega t) + \mathbf{X}_{\text{изг}}^s \sin(\omega t). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Вследствие постепенного прогрева вала $\mathbf{X}_{\text{изг}}^c$ и $\mathbf{X}_{\text{изг}}^s$, в отличие от \mathbf{f}_c и \mathbf{f}_s , зависят от времени. Поэтому с учётом (3.3) решение (3.1) и (3.2) ищется в виде

$$\begin{cases} \mathbf{X} = \mathbf{X}_c(t) \cos(\omega t) + \mathbf{X}_s(t) \sin(\omega t) \\ \boldsymbol{\Psi} = \boldsymbol{\Psi}_c(t) \cos(\omega t) + \boldsymbol{\Psi}_s(t) \sin(\omega t) \end{cases} \quad (3.4)$$

Применим метод вариации произвольных постоянных, который позволяет получить уравнения первого порядка для \mathbf{X}_c , \mathbf{X}_s , $\boldsymbol{\Psi}_c$ и $\boldsymbol{\Psi}_s$. Из физических соображений вытекает, что вал греется медленно по сравнению со временем оборота вала, поэтому величины \mathbf{X}_c , \mathbf{X}_s , $\boldsymbol{\Psi}_c$ и $\boldsymbol{\Psi}_s$ меняются во времени значительно медленнее, чем $\cos(\omega t)$ и $\sin(\omega t)$ и могут считаться постоянными на периоде вращения. Исходя из этого, усредняя правые части полученных уравнений по периоду, получим систему уравнений

$$\begin{aligned} -2\mathbf{M}\omega\dot{\mathbf{X}}_c - \omega(\mathbf{D}_n + \omega\mathbf{G})\mathbf{X}_c + (\mathbf{K} + \mathbf{C}_n - \mathbf{M}\omega^2)\mathbf{X}_s &= \mathbf{f}_s + \mathbf{X}_{\text{изг}}^s \\ 2\mathbf{M}\omega\dot{\mathbf{X}}_s + \omega(\mathbf{D}_n + \omega\mathbf{G})\mathbf{X}_s + (\mathbf{K} + \mathbf{C}_n - \mathbf{M}\omega^2)\mathbf{X}_c &= \mathbf{f}_c + \mathbf{X}_{\text{изг}}^c \end{aligned} \quad (3.5)$$

Аналогично выводятся уравнения для ψ_c и ψ_s . Полученные уравнения решаются методом трапеций, при этом шаг интегрирования соответствует шагу, с которым определяются $X_{изг}^c$ и $X_{изг}^s$.

Четвертая глава посвящена определению полей температур в смазочном слое. С этой целью решается уравнение энергии

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{u}{R_g} \frac{\partial T}{\partial \theta} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{R_g^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right), \quad (4.1)$$

где ρ – плотность, c_p – теплоёмкость, λ – теплопроводность, T – температура смазки, u и v – окружная и радиальная составляющие вектора скорости смазки, которые определяются из уравнений

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (4.2)$$

Второй параграф посвящен применению метода малых возмущений к уравнению энергии (4.1) и уравнениям для определения радиальной и угловой компонент скорости смазки (4.2), а также постановке граничных условий для них. В третьем параграфе рассматривается вопрос, связанный с учётом кавитации смазки в полученных уравнениях.

В четвёртом параграфе рассматривается один из наиболее проблематичных вопросов в анализе подшипников с самоустанавливающимися вкладышами – расчёт температуры между вкладышами. В результате анализа существующих подходов была построена сквозная схема расчета температуры во всем смазочном слое, включая как вкладыши, так и промежутки между ними. Для определения температуры смазки между вкладышами решалось то же уравнение (4.1), где диссипация в правой части определялась с помощью методов теории пограничного слоя.

Пятый параграф посвящён обсуждению особенностей совместного решения уравнений теплопроводности для вала и “возмущённого” уравнения энергии при наличии прецессии вала. На границе вал – смазка должны выполняться условия равенства температуры и потока в любой момент времени. Однако в этом случае схема практически не реализуема из-за упоминавшегося в связи с рассмотрением уравнения динамики ротора огромного различия в масштабах по времени тепловых процессов в смазке и вале. Поэтому используется схема, аналогичная предложенной Гомичиагой (Gomiciaga) и Кеогом (Keogh). Уравнение теплопроводности решается с шагом по времени, соответствующим нескольким оборотам вала. В пределах этого шага температура вала слабо изменится во времени, поэтому для условия на границе

вал - смазка берётся поток тепла со стороны смазки, усредненный за период одного оборота вала.

В шестом параграфе описываются схемы метода конечных объемов для численного решения уравнения энергии и уравнений для определения угловой и радиальной компонент скорости смазки.

В **пятой главе** рассматривается нагрев вала и соответствующий температурный изгиб. В первом параграфе главы приводится уравнение теплопроводности, на основе которого определяется температура вала. Это уравнение, записанное во вращающейся системе координат, связанной с валом, имеет вид

$$\frac{\partial T_{вал}}{\partial t} = \frac{\lambda_{вал}}{c_{вал}\rho_{вал}} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{вал}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_{вал}}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{вал}}{\partial z^2} \right), \quad (5.1)$$

где $\rho_{вал}$ – плотность материала вала, $c_{вал}$ – теплоёмкость смазки, $\lambda_{вал}$ – теплопроводность смазки, $T_{вал}$ – температура вала. Также в этом параграфе обсуждаются условия для определения области нагрева вала, то есть области, в которой должно решаться уравнение (5.1), и ставятся остальные граничные условия: условие теплообмена с окружающей средой, условие на границе вал-смазка, определяющее нагрев вала.

Для численного решения поставленной задачи применяется экономичная схема расщепления, приведенная во втором параграфе. В третьем параграфе рассматривается модель определения теплового прогиба вала, предложенная Димарогонасом (Dimarogonas) при исследовании эффекта Ньюкирка.

В первом параграфе **шестой главы** приводится детальное пошаговое описание построенной модели эффекта Мортонна. Во втором параграфе показывается, что вследствие использованных при построении модели методов получающаяся дискретная задача, аппроксимирующая исходную непрерывную задачу, имеет вид

$$\mathbf{r}_{n+1} = \mathbf{R}\mathbf{r}_n + \mathbf{d}, \quad (6.1)$$

где \mathbf{R} – оператор, соответствующий реализации одного временного шага процесса. Для устойчивости дискретной задачи необходимо и до статочно выполнения условия $\rho(\mathbf{R}) < 1$, где $\rho(\mathbf{R})$ - спектральный радиус оператора перехода \mathbf{R} . При условии, что дискретная задача аппроксимирует непрерывную и устойчива, ее решение сходится к решению непрерывной задачи, то есть решения близки при достаточно малых значениях параметров дискретизации. Так как для решения использовались безусловно устойчивые неявные схемы, то можно полагать, что неравенство $\rho(\mathbf{R}) < 1$ будет приближенно определять в пространстве параметров (скорость вращения,

вязкость и др.) область устойчивости как дискретной так и непрерывной задачи, а $\rho(\mathbf{R})=1$ даст границу устойчивости.

Так как \mathbf{R} – конечномерный оператор, его спектральный радиус есть наибольшее по модулю собственное значение соответствующей матрицы, которая явно неизвестна. Однако неявно она присутствует в процессе итераций, и ее спектральный радиус может быть вычислен степенным методом.

Седьмая глава посвящена анализу результатов расчётов в рамках разработанной в работе модели и сравнению этих результатов с имеющимися экспериментальными данными и с результатами расчёта отдельных подзадач общей схемы в различных программных пакетах (ANSYS, MADYN 2000).

Первый параграф главы посвящен сравнению результатов расчёта некоторых характеристик подшипника (динамических коэффициентов, температуры вала и температуры поверхности вкладышей) в рамках термогидродинамической модели с экспериментальными данными. Сначала рассмотрены подшипники с пятью самоустанавливающимися вкладышами, для которых Дмоховский (Dmochowski) и Броквелл (Brockwell) в 1995 году провели ряд динамических тестов с целью изучения влияния длины подшипника на динамические коэффициенты. Сравнение показало хорошее совпадение рассчитанных значений динамических коэффициентов с экспериментальными. Во втором подпараграфе были исследованы два подшипника с 4 самоустанавливающимися вкладышами, для которых в 1992 году Филлон (Fillon) и др. опубликовали экспериментальные данные, касающиеся температуры. В сравнении результатов расчёта с экспериментом участвовали такие характеристики как температура поверхности вкладышей и температура вала в положении статического равновесия. В обоих случаях отмечено хорошее согласование, особенно для температуры вала.

Второй параграф главы посвящен верификации модели расчёта нагрева и теплового изгиба вала. Для этого проводилось сравнение результатов расчётов в известном пакете ANSYS и в разработанном в результате работы программном комплексе. Для проведения сравнительного анализа рассматривалась модельная проблема, близкая по своей сути к задаче определения теплового изгиба вала вследствие эффекта Мортонна. С этой целью решалась задача о нагреве и изгибе цилиндрической балки, шарнирно закреплённой в двух местах – на левом конце и посередине предполагаемого подшипника. Нагрев этой балки осуществлялся под действием заданного теплового потока, подводимого к валу в месте расположения предполагаемого подшипника. В качестве начального условия балка считалась недеформированной и имела постоянную температуру. Сравнение результатов

показало их хорошее согласование, что подтверждает корректность предложенной в работе схемы для определения нагрева и теплового изгиба вала.

В третьей части главы эффект Мортон исследуется на примере модельной роторной системы, состоящей из ротора с консольной массой и подшипника. На примере этой модели были отмечены некоторые особенности эффекта Мортон, такие как синусоидальный характер распределения теплового потока между смазкой и валом, а также синусоидальный вид распределения температуры на поверхности вала. В завершение третьего параграфа рассматривается вопрос о способах борьбы с уже имеющимся в системе негативным проявлением эффекта Мортон и о предотвращении этого явления на этапе конструирования. Эти методы основаны на сокращении теплового потока от смазки к валу. Проведённые расчеты показали количественную эффективность применения таких мер борьбы как изменение длины подшипника (его укорачивание), использование масла с меньшей вязкостью, уменьшение консольно закрепленной массы. Заметим, что эти меры применяются на практике на интуитивном уровне.

Последняя часть главы посвящена анализу эффекта Мортон в роторной системе турбоэкспандера TC 400/90 французской фирмы Cryostar SAS². На Рис. 2

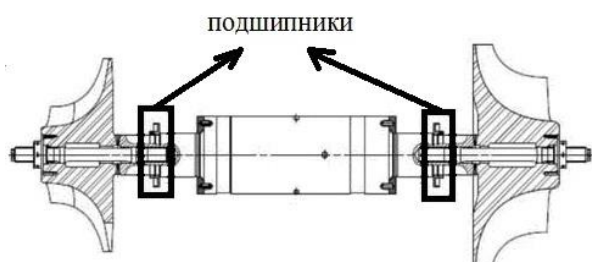


Рис. 2. Роторная часть турбоэкспандера TC 400/90

показана роторная система рассматриваемой машины.

В процессе тестирования устройства были отмечены чрезмерные вибрации на высоких скоростях вращения вала (свыше 18000 об/мин). Изменение вибрации в полярных координатах имело вид спирали, что представляет собой типичную картину

для вибраций, вызванных неравномерным нагревом вала.

На Рис. 3 для нескольких скоростей вращения вала в полярных координатах приведены графики рассчитанного согласно описанной модели изменения во времени параметров вибрации (амплитуда и фаза) по одной из координат в узле конечно-элементной модели, который соответствует подшипнику на стороне компрессора (правый подшипник на Рис. 2). Вибрация исследуется именно в этом подшипнике, так как это наиболее опасное место с точки зрения возможного контакта вала и вкладышей при слишком большой амплитуде орбиты. Как можно видеть из

² Schmied J., Pozivil J., Walch J., "Hot Spots in Turboexpander Bearings: Case History, Stability Analysis, Measurements and Operational Experience", *Proceedings of ASME IGTI Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea and Air, Berlin, Vol.5, Parts A and B, 2008, pp. 1267 - 1277.*

приведённого рисунка, зависимость параметров орбиты от времени имеет характерную для эффекта Мортон форму спирали. Отметим, что скорость 19000 об/мин лежит в зоне устойчивости, 19600 об/мин находится практически на границе устойчивости, а 20200 об/мин – в зоне неустойчивости.

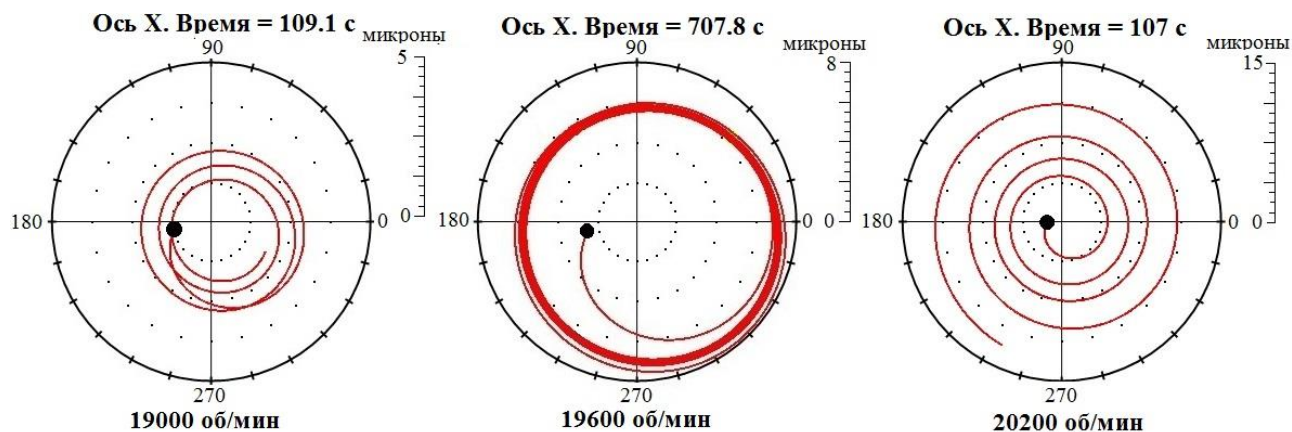


Рис. 3. Рассчитанное изменение во времени параметров вибрации (амплитуда и фаза) по одной из координат в подшипнике на стороне компрессора в турбоэкспандере ТС 400/90

Причиной теплового изгиба вала является его неравномерный нагрев. На Рис. 4 представлена развёртка “возмущённой” температуры на поверхности вала в

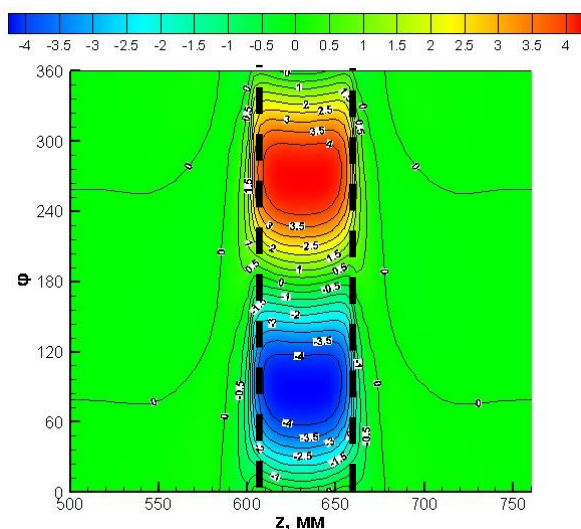


Рис. 4 Развёртка возмущенной температуры на поверхности вала.

окрестности подшипника на стороне компрессора для случая 19600 об/мин в момент времени $t = 120$ секунд. Пунктирными линиями отмечены границы подшипника. Сплошные тонкие линии – изотермы с приведенными на них значениями температуры. На поверхности вала чётко видны два пятна – холодное и горячее. Такие пятна являются характерными для эффекта Мортон, более нагретое иногда в литературе называют “hot spot” (горячее пятно).

Как уже упоминалось выше, в данной работе в качестве индикатора, позволяющего оценить устойчивость динамической системы в случае эффекта Мортон, был предложен спектральный радиус. На Рис. 5а представлена зависимость рассчитанного спектрального радиуса от скорости вращения вала. Применяя линейную интерполяцию, получаем границу устойчивости, равную 19693 об/мин. Этот результат согласуется с выводами, сделанными на основе анализа изменения параметров вибрации на Рис. 3. Если принять скорость 18600 об/мин, при которой в экспериментах наблюдалось сильное увеличение вибраций, за границу устойчивости,

то результаты, полученные в рамках разработанной модели, отличаются от экспериментальных менее чем на 10% процентов.

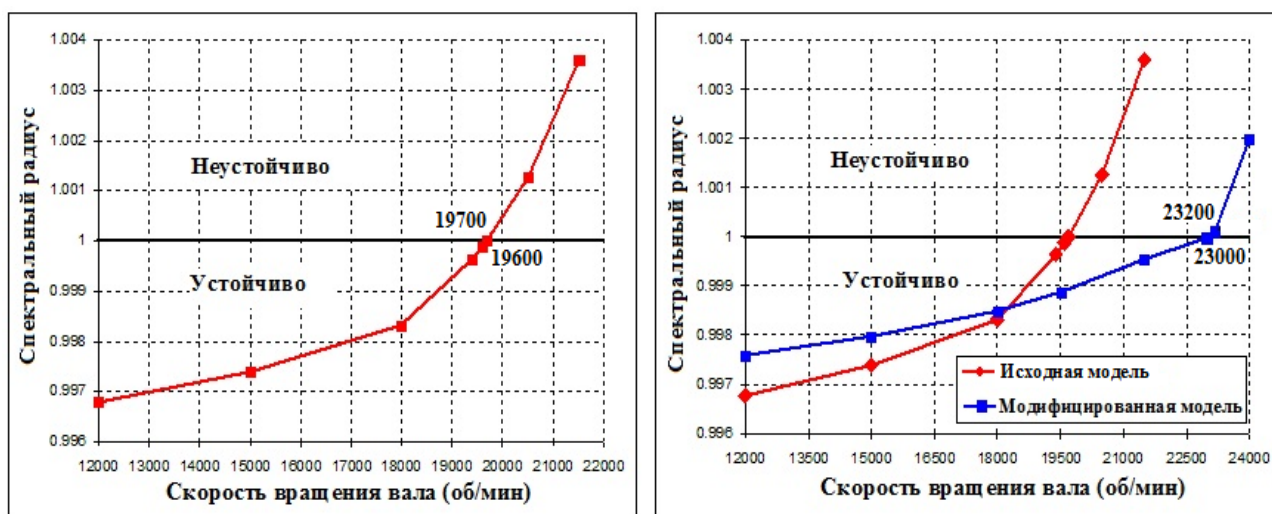


Рис. 5 Спектральный радиус как функция скорости вращения вала. а - исходная динамическая система, б – модифицированная

Для предотвращения эффекта Мортон конструкторы турбоэкспандера решили укоротить подшипники и взять менее вязкое масло. С помощью этих модификаций им удалось добиться сдвига границы повышенных вибраций в область скоростей выше 22000 об/мин. Наши расчеты для этого случая приведены на Рис. 5б. Согласно им, рассчитанная граница устойчивости для модифицированной системы соответствует 23053 об/мин, что согласуется с экспериментом.

Отметим, что построенная модель получилась достаточно эффективной по времени счета. Так, например, при выбранных параметрах сеток для расчёта процесса в течение 1 секунды физического времени требуется около 8.5 секунд процессорного времени. Для сравнения укажем, что в одной из последних моделей, предложенных в 2011 году Палаццо, для расчёта 100 оборотов вала (для 19600 об/мин это 0.3 с) требовался 1 час. Такая разница объясняется тем, что в нашей модели был применен метод усреднения для определения медленной эволюции параметров орбиты, что позволило использовать относительно большой шаг по времени.

В **приложении 1** приведено описание созданного в рамках работы программного комплекса; в **приложении 2** представлен акт о внедрении результатов работы в фирме DELTA JS AG.

В **заключении** сформулированы основные выводы и результаты работы:

1. Реализован алгоритм определения положения статического равновесия для подшипника с самоустанавливающимися вкладышами.

2. Построена термогидродинамическая модель подшипника, основанная на обобщённом уравнении Рейнольдса, учитывающем переменную вязкость, и

двумерном уравнении энергии, В обоих уравнениях учитывалась кавитация смазки.

3. Моделирование смешивания масла между вкладышами осуществлено на основе решения уравнения энергии, где для определения диссипации использованы методы теории пограничного слоя.

4. Предложен новый экономичный метод расчёта динамических коэффициентов подшипника, основанный на использовании сопряженных функций

5. Применён метод усреднения к уравнениям динамики роторной системы, учитывающим тепловой изгиб вала, что дало возможность при численном интегрировании использовать большой временной шаг и тем самым значительно уменьшить трудоёмкость вычислений.

6. Предложена оценка спектрального радиуса в качестве удобного индикатора, позволяющего наглядно увидеть, как в случае эффекта Мортонна меняется устойчивость роторной системы с изменением её параметров.

7. Построены эффективные и надёжные схемы численного решения уравнений, входящих в разработанную модель.

8. На примере модельной и реальной роторных систем были показаны некоторые характерные особенности эффекта Мортонна, а также предложены и исследованы способы борьбы с ним.

9. Создан программный комплекс, реализующий разработанную модель, который позволяет проводить не только расчёты, связанные с эффектом Мортонна, но также выполнять анализ роторной системы, включающий в себя определение критических скоростей и динамических коэффициентов подшипников с учётом зависимости последних от частоты вибрации.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

В рецензируемых журналах из списка ВАК:

1. **Федоров А.Е.** Моделирование траектории движения несбалансированного вала с учётом его нагрева [Текст] / Б.С. Григорьев, А.Е. Федоров // Научно-технические ведомости СПбГПУ. — 2008. — № 4(63). — С. 91-96

2. **Федоров А.Е.** Моделирование эффекта влияния несимметричного нагрева вала на его траекторию в цилиндрическом подшипнике [Текст] / Б.С. Григорьев, А.Е. Федоров // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. — 2008. — № 10(55). — С. 43-51

3. **Фёдоров А.Е.** Моделирование эффекта несимметричного нагрева неуравновешенного вала в секторном цилиндрическом подшипнике // Казанская наука. — 2011. — № 3. — С. 27-31

Прочие публикации:

1. **Fedorov A.E.** The influence of asymmetrical heating of a shaft on its trajectory in a pad journal bearing [Text] / B. Grigoriev, A. Fedorov // Proceedings of the 12th International Scientific and Engineering Conference “Hermetic Sealing, Vibration Reliability and Ecological Safety of Pump and Compressor Machinery” – “HERVICON-2008”, Kielce-Przemysl, Poland, 2008. — Vol. 1. — P. 101-108.

2. **Fedorov A.E.** Asymmetrical shaft heating in the pad journal [Text] / B.S. Grigoriev, A.E. Fedorov // Proceedings of the IFToMM International Symposium on Dynamics of Steam and Gas Turbines, Gdansk, Poland, 2009. — P. 109-119.

3. **Фёдоров А.Е.** Несимметричный нагрев вала в секторном цилиндрическом подшипнике при наличии дисбаланса [Текст] / А.Е. Фёдоров // Фундаментальные исследования и инновации в технических университетах: Материалы 13 Всероссийской конференции по проблемам науки и высшей школы, СПбГПУ, 2009. — Т. 1. — С. 281-282.

4. **Schmied J.** Non-synchronous tilting pad bearing characteristics [Text] / J. Schmied, B.S. Grigoriev, **A.E. Fedorov** // Proceedings of the 8th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics (IFToMM Rotordynamics 2010), Seoul, South Korea, 2010 — P. 141-148.

5. **Fedorov A.E.** Asymmetrical heating in a pad journal bearing causing shaft bending [Text] / B.S. Grigoriev, A.E. Fedorov, J. Schmied // Proceedings of the 8th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics (IFToMM Rotordynamics 2010), Seoul, South Korea, 2010 — P. 149-156.

6. **Фёдоров А.Е.** Сравнительный анализ нескольких моделей расчёта динамических коэффициентов секторного цилиндрического подшипника [Текст] / Б.С. Григорьев, А.Е. Фёдоров // Материалы научно-практической конференции “Научные исследования и инновационная деятельность”, СПбГПУ, 2011. — С. 176-177.