

Расчет надежности грунтового основания фундамента по несущей способности (сдвигу) на стадии эксплуатации

Д.т.н., профессор В.С. Уткин,

ФГБОУ ВПО «Вологодский государственный технический университет»

Аннотация. Разработаны новые методики расчета надежности основания фундамента по критерию сдвига при действии на фундамент горизонтальных (сдвигающих) сил. Исходная статистическая информация ограниченная. Случайные величины в расчетной модели описываются функциями распределения возможностей (из теории возможностей), функциями распределения, полученными из неравенства Чебышева; комбинированием функций.

Объем измерений (статистической информации) контролируемых параметров для расчетов надежности на практике нередко мал и не позволяет проводить их статистический анализ для использования вероятностно-статистических методов расчета надежности оснований фундаментов. Существенное снижение надежности оснований вызывает увлажнение грунта, как происходит сейчас на Дальнем Востоке Российской Федерации.

При дефиците времени на сбор информации для оценки безопасности зданий и сооружений можно использовать разработанные методики. В работе такая ситуация рассматривается на примере.

Ключевые слова: основание фундамента; надежность; отказ; ограниченная информация; возможность; функция распределения; вероятность; риск

Введение

В соответствии со стандартом ГОСТ Р-54257-2010 «Надежность строительных конструкций» под надежностью понимается «способность строительного объекта выполнять требуемые функции в течение расчетного срока эксплуатации». Конструкции зданий и сооружений первой и второй группы ответственности должны рассчитываться на надежность как на одну из мер безопасности их эксплуатации. Для этого расчета стандартом рекомендован вероятностно-статистический метод, если объем статистической информации о контролируемых параметрах позволяет провести их статистический анализ. Однако ограниченный объем исходных данных зачастую не позволяет провести такой анализ на практике и вероятностные методы для расчетов надежности не могут быть использованы. О числе измерений для статистического анализа случайной величины можно найти в работах [1, 2 и др.]

Надежность основания фундамента зданий и сооружений рассчитывается по критериям деформаций и по критериям несущей способности в соответствии с требованиями СП 22.13330.2011 «Основания зданий и сооружений». В предлагаемой статье разрабатываются методики расчета надежности основания фундамента по критерию несущей способности (сдвигу).

Оценке надежности оснований фундаментов с вероятностно-статистическим подходом были посвящены многие работы, в том числе Н.Н. Ермолова и В.В. Михеева «Надежность оснований сооружений» (1976); В.И. Шейнина, Ю.В. Лесового, В.В. Михеева, Н.Б. Попова «Подходы к оцениванию надежности в инженерных расчетах оснований» (1990); а также их работа «Вероятностный расчет оснований под отдельным фундаментом по второй группе предельных состояний» (1991) и др.

Однако в ряде случаев из-за ограниченности статистической информации на практике не удается реализовать вероятностные методы для оценки надежности любых систем, в том числе и оснований фундаментов. В связи с этим получили развитие новые теории и методы для описания неопределенностей, в том числе и случайных величин при неполной (ограниченной) о них информации. К ним относятся теория нечетких множеств (Л. Заде), теория возможностей (Д. Дюбуа, А. Прад), теория свидетельств (А.Р. Демистер), получившие развитие за рубежом (США, Франция), а также известные в России работы В.П. Кузнецова, Л.В. Уткина, Ю.П. Пытьева и др. На основе этих работ удастся разработать методы расчетов надежности для систем с ограниченной информацией, в том числе для оснований фундаментов.

Рассматривается грунтовое основание, сложенное дисперсными грунтами, при воздействии на фундамент вертикальных и горизонтальных сил на стадии эксплуатации здания при нарушении условия $tg\delta < \sin\varphi$, предусмотренного в своде правил СП 22.13330.2011, где φ_1 – угол Уткин В.С. Расчет надежности грунтового основания фундамента по несущей способности (сдвигу) на стадии эксплуатации

внутреннего трения грунта, δ – угол наклона к вертикали равнодействующей внешней нагрузки на основание в уровне подошвы фундамента и определяемый из условия $tg\delta = F_h/F_v$, где F_h – горизонтальная составляющая внешней нагрузки, F_v – вертикальная составляющая нагрузки.

По ГОСТ Р 51257-2010 «основным показателем надежности строительного объекта является невозможность превышения в них предельных состояний». Математическая модель предельного состояния по условию недопущения сдвига по подошве фундамента в СП 22.13330.2011 представлена в виде $\sum F_{S,a} \leq (\gamma_c \sum F_{S,r})/\gamma_n$, где значения всех параметров описаны в своде правил. Данная расчетная модель используется при расчетах надежности на сдвиг фундамента с учетом изменчивости параметров $\tilde{F}_{S,a}$ и $\tilde{F}_{S,r}$ (отмечено волнистой линией) и при $\gamma_n = 1$. Контролируемые параметры $\tilde{F}_{S,a}$ и $\tilde{F}_{S,r}$ могут изменяться в результате появления новых сил и изменения существующих воздействий на фундамент и надземную часть индивидуального здания или сооружения. Например, с течением времени, как правило, наблюдается возрастание эксплуатационной нагрузки в жилых [3] и промышленных [4] зданиях, таким образом, уплотнение и увлажнение грунта основания приводит к изменению φ , коэффициента трения f и других физико-механических свойств грунта.

Для расчета надежности основания фундамента по любому критерию его работоспособности, в том числе и по сдвигу, необходимо иметь: расчетную схему системы основание–фундамент; математическую модель предельного состояния системы; статистическую информацию о контролируемых параметрах и информацию о зависимости (независимости) между параметрами расчетной модели.

В качестве расчетной схемы основания фундамента при расчете его надежности на сдвиг используем вариант, представленный на рисунке 1.

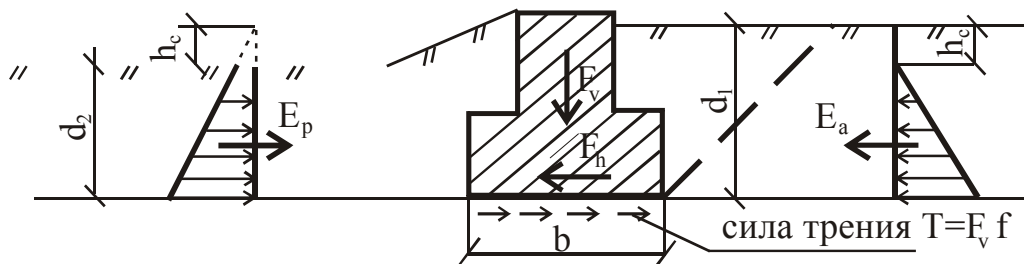


Рисунок 1. Схема к расчету фундамента на сдвиг по подошве фундамента в общем виде: f – коэффициент трения. $E_a; E_p$ – активное и пассивное давление на грунт основания

Расчетную модель заимствуем из СП 22.13330.2011 в виде ранее записанного условия, но с учетом изменчивости параметров:

$$\sum \tilde{F}_{S,a} \leq \gamma_c \sum \tilde{F}_{S,r} \tag{1}$$

Рассмотрим вначале более простую модель, когда (1) имеет вид:

$$\tilde{F} \leq \tilde{F}_u \tag{1'}$$

где \tilde{F} – сдвигающая сила на уровне подошвы фундамента; \tilde{F}_u – удерживающая сила предельного сопротивления грунта основания; \tilde{F} и \tilde{F}_u – независимые случайные величины.

В число сдвигающих сил входят горизонтальные нагрузки на фундамент, включая боковое давление грунта (активное давление). В число удерживающих сил \tilde{F}_u входят силы трения грунта по подошве фундамента, а также пассивное давление грунта.

Упростим задачу еще одним условием, по которому примем одинаковый уровень грунта с обеих сторон относительно высоты фундамента. В этом случае активное и пассивное давление грунта на фундамент уравнивается и не учитывается в дальнейших расчетах.

С учетом всех замечаний для расчетной схемы по рисунку 1 математическая модель предельного состояния примет вид:

$$\tilde{F}_b \leq \tilde{F}_v \tilde{f}, \quad (2)$$

где \tilde{F}_v – значение нормальной к плоскости скольжения фундамента нагрузки с учетом веса фундамента и грунта на его обрезах, которую можно измерить на стадии эксплуатации здания с помощью, например, тензорезисторных извлекаемых датчиков давления; коэффициент трения \tilde{f} определяют в лабораторных условиях в зависимости от вида грунта, его влажности, материала и вида поверхности подошвы фундамента. Например, для песка и бетона фундамента среднее значение $\tilde{f} = 0,4$, для влажной глины 0,25 (пособие к СНиП 2.02.01-83, табл. 75). \tilde{F}_b – горизонтальная внешняя нагрузка в уровне подошвы фундамента.

Не рассматривая практику и технологию выявления и измерения случайных величин \tilde{F}_b, \tilde{F}_v и \tilde{f} , которые можно измерить, например, с помощью прибора по патенту № 851131 от 30.07.1981, остановимся на математическом решении задачи – оценке надежности (расчетов) основания фундамента по критерию сдвига.

В настоящее время основным методом расчета надежности является вероятностно-статистический, который получил теоретическое развитие и практическую проверку и связан в строительной отрасли с именами таких ученых, как В.В. Болотин, А.Р. Ржаницын, В.Д. Райзер и многими другими. Из зарубежных ученых в области надежности строительных конструкций известны Г. Шпете, Г. Аугусти, А. Баратта, Ф. Кашмати и другие. Однако, как писал проф. Клевцов из НИИЖБ, надежность в строительстве только декларируется, но не приобретает реального внедрения в практику и этому есть ряд причин [5]. Существенной причиной является отсутствие методик расчетов при неполной (ограниченной) информации о контролируемых параметрах индивидуальных строительных объектов и их несущих элементов. Ясно, что для основания фундамента индивидуального здания или сооружения полную статистическую информацию о значениях \tilde{F}_b, \tilde{F}_v и \tilde{f} собрать затруднительно. Кроме того, эта проблема может быть вызвана дефицитом времени для сбора информации, поэтому во многих случаях не удастся воспользоваться вероятностно-статистическими методами для расчетов надежности основания. В связи с этим для разработки методик расчетов надежности грунтового основания фундамента в данной работе использованы новые математические направления, получившие развитие в последнее время [6, 7, 8, 9 и др.] для описания случайных величин по ограниченной статистической информации о них.

Выбор того или иного метода расчета надежности зависит прежде всего от объема и точности исходной статистической информации о контролируемых параметрах расчетной модели предельного состояния. В рассматриваемой задаче такой моделью является условие (2), а контролируемые параметрами \tilde{F}_b, \tilde{F}_v и \tilde{f} . Представим разработанную методику расчета надежности основания фундамента, в которой исходная информация о параметрах в (2) характеризуется малым числом измерений значений \tilde{F}_b, \tilde{F}_v и \tilde{f} (не более 5, 6 каждого), в частности при интервальных исходных данных [9]. В этом случае наилучшим пока образом неопределенности (случайные величины) описываются методами теории возможностей [6] и называются нечеткими переменными. Нечеткая переменная описывается треугольными, экспоненциальными и другими видами функций распределения возможностей. Обозначим параметры в (2) соответственно $\tilde{F}_b = X, \tilde{F}_v = Y$ и $\tilde{f} = Z$ и запишем (2) в виде

$$X \leq YZ. \quad (3)$$

Примем для описания X, Y, Z экспоненциальную функцию распределения возможностей [10, 11] вида

$$\pi_X = \exp \left[- \left(\frac{x - a_x}{b_x} \right)^2 \right], \quad (4)$$

Уткин В.С. Расчет надежности грунтового основания фундамента по несущей способности (сдвигу) на стадии эксплуатации

где $a_x = 0,5(X_{\max} + X_{\min})$ можно условно назвать средним значением, $b_x = 0,5(X_{\max} - X_{\min})/\sqrt{-\ln \alpha}$, $\alpha \in [0,1]$. Значением уровня среза α задаются в зависимости от числа измерений, ответственности конструкции и от других факторов, описанных в работе [12]. Для Y и Z используем аналогичные функции $\pi_Y(y)$ и $\pi_Z(z)$. На рисунке 2 показаны функция $\pi_X(x)$ и функции $R(x), Q(x), N(x) = 1 - Q(x)$ при $R(x) + Q(x) > 1$, для которых использованы ветви функции (4). В отличие от вероятностно-статистических функций распределения [13, 14 и др.], где $F_X(x) = P(X \leq x)$, в теории возможностей имеем $\pi_X(x) = \text{Возможность}(X = x)$ [15].

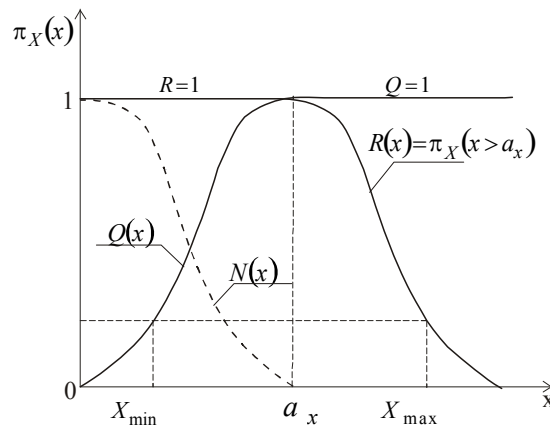


Рисунок 2. Функция распределения возможностей $\pi_X(x)$

$$Q(x) = \pi_X(x \leq a_x), N(x) = 1 - Q(x) \text{ при } x \leq a_x$$

Для расчета надежности основания по модели (3), при независимых X, Y, Z в развитие работы [10] используем принцип обобщения Л. Заде [6, 16]. Для этого используем следующий алгоритм. Сформируем из (3) нечеткую функцию

$$T(t) = \frac{X}{YZ} \leq 1. \tag{5}$$

Обратные функции от нечетких переменных X, Y, Z можно найти из функций вида (4). Если обозначить для краткости $\pi_X(x) = \alpha_*$, то из (4) найдем $x = a_x \pm b_x \sqrt{-\ln \alpha_*}$. Аналогичные обратные функции для Y и Z . Так, $y = a_y \pm b_y \sqrt{-\ln \alpha_*}$, $z = a_z \pm b_z \sqrt{-\ln \alpha_*}$. Обозначим для краткости $\sqrt{-\ln \alpha_*} = \beta$. По принципу обобщения Л. Заде [16] для (5) будем иметь обратную функцию:

$$t = \frac{a_x - b_x \beta}{(a_x + b_y \beta)(a_z + b_z \beta)}. \tag{6}$$

Зададимся из (5) наименьшим значением $t=1$ и найдем значения β при известных по результатам измерений параметрах $a_x, b_x, a_y, b_y, a_z, b_z$. Перед b_x в (6) берется знак минус, если с ростом X функция $T(t)$ возрастающая. Для Y и Z все наоборот. Среднее значение для нечеткой переменной T также как для X обозначим a_t . Среднее значение a_t находят из (6) при $\beta = 0$ или $\alpha_* = 1$.

Если окажется, что среднее значение $a_t = \frac{a_x}{a_y a_z}$ будет меньше или равно $t=1$ по (5), то

возможность безотказной работы основания будет $R=1$. В этом случае возможность отказа $Q = \alpha_* = e^{-\beta_{\min}^2}$.

Уткин В.С. Расчет надежности грунтового основания фундамента по несущей способности (сдвигу) на стадии эксплуатации

Пример. Пусть известны $a_x = 6, b_x = 1, a_y = 26, b_y = 3, a_z = 0,5, b_z = 0,1$ (условно единицы измерения опускаем), $a_t = \frac{a_x}{a_y a_z} = \frac{6}{26 \cdot 0,5} = 0,46$, т. к. $a_t = 0,46 < 1$, то $R = 1$. По (6) имеем

$t = \frac{6 - 1\beta}{(26 + 3\beta)(0,5 + 0,1\beta)} = 1$. Отсюда имеем $\beta_1 = 1,51, \beta_2 = -15,5$. $Q = e^{-\beta_{\min}^2} = e^{-1,51^2} = 0,526$. $N = 1 - Q = 0,474$. Надежность основания по критерию сдвига фундамента характеризуется интервалом $[0,474; 1]$.

Представим, что произошло увлажнение грунта основания, как случилось на Дальнем Востоке летом 2013 г., и по результатам измерений установлено снижение коэффициента трения $\tilde{f} = z$ до $a_z = 0,25, b_z = 0,02$ (как у влажной глины). Тогда $a_t = \frac{6}{26 \cdot 0,25} = 0,92$. Так как $a_t = 0,92 < 1, R = 1$.

Из $t = \frac{6 - 1\beta}{(26 + 3\beta)(0,25 + 0,02\beta)} = 1$ имеем $\beta_1 = -0,2, \beta_2 = -37,6$ $Q = e^{-0,2^2} = 0,96, N = 0,04$.

Надежность основания характеризуется интервалом $[0,04; 1]$, что не позволяет считать основание фундамента и всю конструкцию безопасными в эксплуатации и требуются срочные мероприятия для повышения надежности сооружения, если оно еще функционирует. Такая ситуация возможна на строительных объектах в городах Дальнего Востока после спада и ухода воды в 2013 г. Этот пример показывает необходимость обязательной защиты грунта основания фундамента от увлажнения, если имеются сдвигающие горизонтальные силы F_b и без расчета на удерживающее влияние от сдвига бокового давления (пассивного давления) грунта на фундамент, а также при условии обязательной проверки надежности оснований фундаментов при смачивании грунта.

Вернемся к формуле (1), которая содержит сумму сдвигающих и удерживающих сил, каждая из которых многократно измеряется (менее 5, 6 раз) и, следовательно, может описываться методами теории возможностей [6].

Известно, что для этого можно для нечетких переменных применить правило их сложения, если для каждой из них использовать функции распределения с одинаковым уровнем среза α [11].

Пусть имеем $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ множество независимых нечетких переменных и $Z = \sum_{i=1}^n \alpha_i X_i$,

где α – ненулевые веса и пусть $\pi_{X_i} = \exp\left[-\left(\frac{x - a_i}{b_i}\right)^2\right]$. Тогда функция распределения

возможностей $\pi_Z(z)$ примет вид

$$\pi_Z(z) = \exp\left[-\left(\frac{z - \sum_{i=1}^n a_i \alpha_i}{\sum_{i=1}^n b_i \alpha_i}\right)^2\right]. \quad (7)$$

В (7) Z – новая нечеткая переменная, построенная на нечетких переменных X_i (она не имеет смысла ранее принятого обозначения $Z = \tilde{f}_{TP}$).

Аналогичные формулы можно записать для $Y = \tilde{F}_Y$ и $Z = \tilde{f}$. Дальнейший расчет надежности основания фундамента на сдвиг не будет отличаться от ранее рассмотренного варианта для условия (2).

Рассмотрим следующий вариант расчета надежности основания фундамента по критерию (2) в форме (3), когда число измерений контролируемых параметров X, Y и Z позволяют с достаточной точностью определить средние и средние квадратические отклонения, но законы распределения параметров X, Y и Z остаются неизвестными и подобрать их с проверкой по критериям согласия не позволяет малый объем измерений. В этом случае на практике находит применение в расчетах надежности распределение, построенное на неравенстве Чебышева [8, 17, 18 и др.].

Функции распределения, построенные в виде двух граничных функций распределения $\underline{F}_X(x)$ и $\overline{F}_X(x)$ (нижней и верхней) на основе неравенства Чебышева, имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \underline{F}_X(x) &= \begin{cases} 0, & \text{если } x < m_x \\ 1 - m_x/x & \text{если } m_x \leq x \leq m_x + S_x^2/m_x \\ \frac{(x - m_x)^2}{(x - m_x)^2 + S_x^2} & \text{если } x > m_x + S_x^2/m_x \end{cases} \\ \overline{F}_X(x) &= \begin{cases} \frac{S_x^2}{(m_x - x)^2 + S_x^2} & \text{если } x \leq m_x \\ 1 & \text{если } x > m_x \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Условные функции плотностей распределения получают дифференцированием $\underline{F}_X(x)$ и $\overline{F}_X(x)$ по аргументу x .

Соответственно, имеем

$$\left. \begin{aligned} \underline{f}_X(x) &= \begin{cases} 0, & \text{если } x < m_x \\ m_x/x^2, & \text{если } m_x \leq x \leq m_x + S_x^2/m_x \\ \frac{2(x - m_x)S_x^2}{[(x - m_x)^2 + S_x^2]^2}, & \text{если } x > m_x + S_x^2/m_x \end{cases} \\ \tilde{f}_X(x) &= \begin{cases} \frac{2(m_x - x)S_x^2}{[(x - m_x)^2 + S_x^2]^2}, & \text{если } x \leq m_x \\ 0, & \text{если } x > m_x \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Аналогичные формулы можно записать для случайных величин Y и Z .

На рисунке 3 показаны в графическом виде граничные функции распределения $\underline{F}_X(x)$ и $\overline{F}_X(x)$ множества функций распределения $F_X(x)$, неизвестных, но допустимых для описания случайных величин X (заштрихованная часть рисунка).

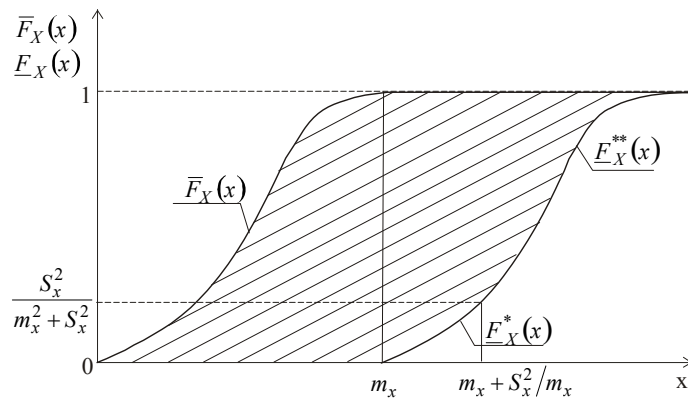


Рисунок 3. Граничные функции распределения $F_X^*(x)$, $F_X^{**}(x)$, $F_X(x)$

В (3) имеем произведение двух независимых случайных величин YZ . Будем это произведение случайных величин рассматривать в виде новой случайной величины со статистическим математическим ожиданием $m_{yz} = m_y m_z$ и средним квадратическим отклонением $S_{yz} = \sqrt{S_y^2 + S_z^2}$ и описывать функциями распределения, полученными на основе неравенства Чебышева.

На рисунке 4 представлены функции распределения для X и $YZ = T$.

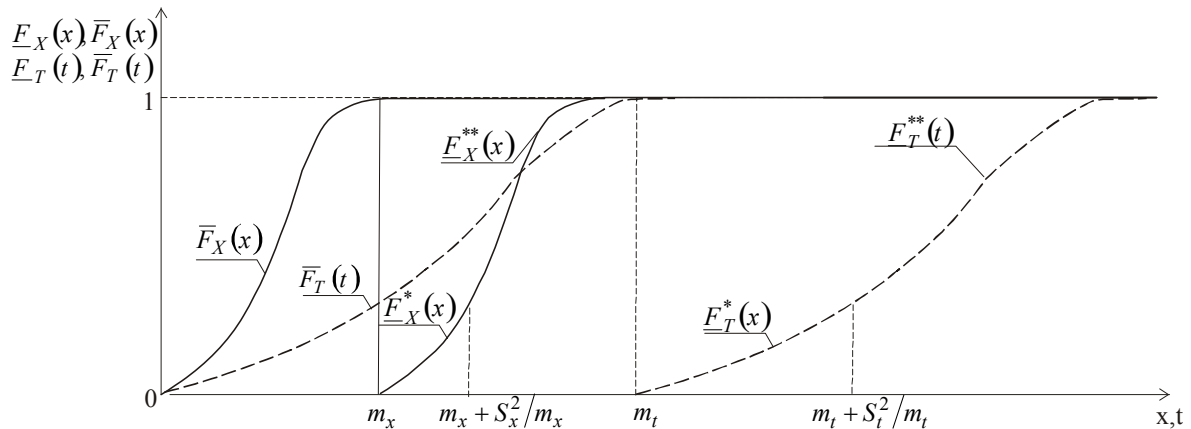


Рисунок 4. Функции распределения $F_X(x)$, $F_X^*(x)$, $F_X^{**}(x)$, $F_T(t)$, $F_T^*(t)$

Рассмотрим случай, в котором $m_t > m_x + S_x^2/m_x$. Найдем значения отказов (нижнего и верхнего) по

$$\underline{Q} = 1 - \int_{m_t}^{m_t + S_t^2/m_t} f_T^*(t) \cdot 1 \cdot dt - \int_{m_t + S_t^2/m_t}^{\infty} f_T^{**}(t) \cdot 1 \cdot dt$$

$$\bar{Q} = \int_{m_x}^{m_x + S_x^2/m_x} f_X^*(x) \int_{m_x}^{m_x + S_x^2/m_x} \bar{f}_T(t) dt dx + \int_{m_x + S_x^2/m_x}^{\infty} f_X^{**}(x) \int_{m_x + S_x^2/m_x}^{m_t} \bar{f}_T(t) dt dx$$

Расчетные формулы значений отказа по критериям (2) или (3) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} \underline{Q} &= 1 - \int_{m_t}^{m_t+S_t^2/m_t} \frac{m_t}{t^2} dt - \int_{m_t+S_t^2/m_t}^{\infty} \frac{2(t-m_t)S_t^2}{[(t-m_t)^2+S_t^2]^2} dt \\ \bar{Q} &= \int_{m_x}^{m_x+S_x^2/m_x} \frac{m_x}{x^2} \int_{m_x}^{m_x+S_x^2/m_x} \frac{2(m_t-t)S_t^2}{[(t-m_t)^2+S_t^2]^2} dt dx + \\ &+ \int_{m_x+S_x^2/m_x}^{\infty} \frac{2(x-m_x)S_x^2}{[(x-m_x)^2+S_x^2]^2} \int_{m_x+S_x^2/m_x}^{m_t} \frac{2(m_t-t)S_t^2}{[(t-m_t)^2+S_t^2]^2} dt dx \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Пример. Пусть известны значения $m_x = 10$, $S_x = 1$, $m_t = 26 \cdot 0,5 = 13$, $S_t = \sqrt{3^2 + 0,1^2} \approx 3$.

С учетом (9) и (10) получим (при $m_t + \frac{S_t^2}{m_t} = 13 + \frac{9}{13} = 13,7$):

$$\begin{aligned} \underline{Q} &= 1 - \int_{13}^{13,7} \frac{13}{t^2} dt - \int_{13,7}^{\infty} \frac{2(t-13) \cdot 3^2}{[(t-13)^2 + 3^2]^2} dt = 1 - 5,1095 \cdot 10^{-2} - 0,94837 = 0,00053 \\ \bar{Q} &= \int_{10}^{10,1} \frac{10}{x^2} \int_{10}^{10,1} \frac{2(13-t) \cdot 3^2}{[(t-13)^2 + 3^2]^2} dt + \int_{10,1}^{\infty} \frac{2(x-10) \cdot 1^2}{[(x-10)^2 + 1^2]^2} \int_{10,1}^{13} \frac{2(13-t)3^2}{[(t-13)^2 + 3^2]^2} dt dx = \\ &= 1,6777 \cdot 10^{-4} + 0,47827 = 0,47844. \end{aligned}$$

Вероятности безотказной работы $\bar{P} = 0,99947$ $\underline{P} = 0,52156$.

При увеличении сопротивления сдвига до $m_t = 15$ получим $\bar{Q} = 0,41551$ и $\underline{P} = 0,58449$. Нижнее значение надежности повысилось на 12%.

Из расчетов видно, что влиянием $F_T^*(t)$ можно пренебречь при малых значениях S_t по сравнению с m_t для упрощения решения в запас эксплуатационной надежности основания.

Рассмотрим вариант с комбинированием функций распределения в развитие работы [19], в котором коэффициент трения описывается нормальным распределением с функцией плотности

вероятности $f_Z = \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_z} e^{-\frac{(z-m_z)^2}{2S_z^2}}$, а нагрузка $\tilde{F} = X$ и нормальное давление на основание

фундамента $N = Y$ характеризуются средними значениями m_x, m_y и средними квадратическими отклонениями соответственно S_X и S_Y и описываются функциями распределения, полученными на основе неравенства Чебышева. На рисунке 5 условно показаны эти функции.

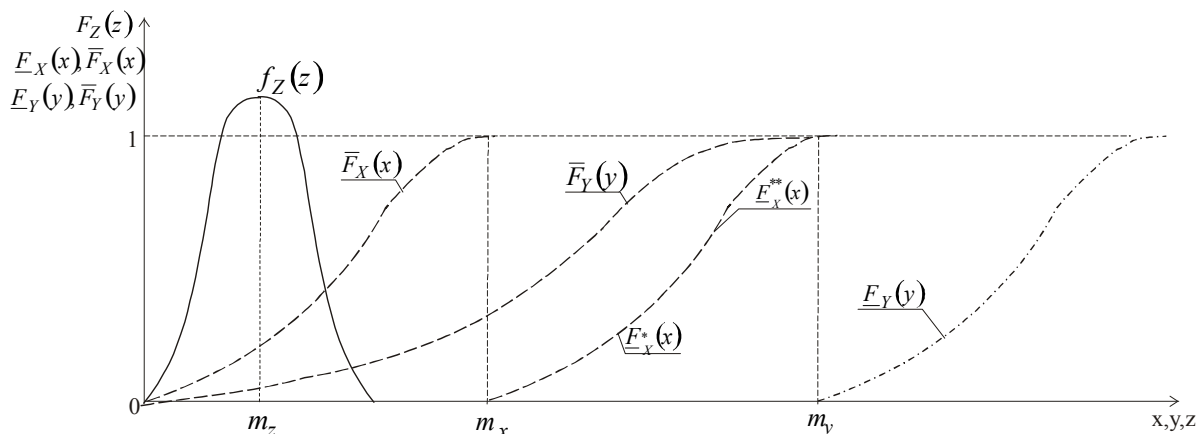


Рисунок 5. Функции распределения $F_X(x), F_Y(y), f_Z(z)$

Влиянием участков функций с $F_X^*(x)$ и $F_Y^*(y)$ будем пренебрегать (для простоты вычисления при условии, что S_x и S_y малы по сравнению с m_x и m_y).

$$\underline{Q} = \int_0^\infty f_Z(z) \int_0^\infty f_Y(y) \cdot \bar{F}_X(yz) dy dz$$

$$\bar{Q} = \int_0^\infty f_Z(z) \int_0^\infty \bar{f}_Y(y) \cdot F_X(yz) dy dz.$$

В развернутом виде и с учетом пределов интегрирования в соответствии с соотношением средних значений X, Y, Z и рисунком 4 будем иметь:

$$\underline{Q} = \int_{m_y}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_z} e^{-\frac{(z-m_z)^2}{2S_z^2}} \int_{m_y}^\infty \frac{2(y-m_y)S_y^2}{[(y-m_y)^2 + S_y^2]^2} \frac{S_x^2}{(yz-m_x)^2 + S_x^2} dy dz,$$

$$\bar{Q} = \int_{m_y}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_z} e^{-\frac{(z-m_z)^2}{2S_z^2}} \int_0^{m_y} \frac{2(m_y-y)S_y^2}{[(m_y-y)^2 + S_y^2]^2} \frac{(yz-m_x)^2}{(yz-m_x)^2 + S_x^2} dy dz.$$

Пример. Пусть известны значения $m_x = 10, S_x = 1, m_y = 26, S_y = 3, m_z = 0,5, S_z = 0,1$.

$$\underline{Q} = \int_0^\infty \frac{1}{2\sqrt{\pi} \cdot 0,1} e^{-\frac{(z-0,5)^2}{2 \cdot 0,1^2}} \int_{26}^\infty \frac{2(y-26) \cdot 3^2}{[(y-26)^2 + 3^2]^2} \frac{1^2}{(yz-10)^2 + 1^2} dy dz = 6,5793 \cdot 10^{-2},$$

$$\bar{Q} = \int_0^\infty \frac{1}{2\sqrt{\pi} \cdot 0,1} e^{-\frac{(z-0,5)^2}{2 \cdot 0,1^2}} \int_0^{26} \frac{2(26-y) \cdot 3^2}{[(26-y)^2 + 3^2]^2} \frac{(yz-10)^2}{(yz-10)^2 + S_x^2} dy dz = 0,43553.$$

Соответственно, имеем $\underline{P} = 0,56447, \bar{P} = 0,93421$.

Подведем итог результатов расчета надежности основания по критерию сдвига различными методами.

Таблица 1. Результаты расчетов различными методами

Уровень статистической информации		
Низкий	Средний	Повышенный
Метод расчета		
Возможностный	По Чебышеву	Комбинированный
Результаты расчетов интервала надежности		
[0,474;1]	[0,52156;0,99947]	[0,56447;0,93421]

Наиболее точный и менее размытый (более информативный) уровень расчетной надежности основания при комбинированном методе.

Из таблицы 1 видно, что с ростом статистической информации о случайных величинах точность оценки надежности возрастает. Если рассматривать расчетную модель (1), то в последних двух вариантах сумму случайных величин, описываемых функциями распределения на основе неравенства Чебышева, можно также описывать этими функциями с суммой статистических математических ожиданий и дисперсий при сохранении приведенных алгоритмов расчетов надежности оснований.

Остается вопрос о принятии решения о надежности основания по полученным расчетным интервалам надежности $[P_{\min}, P_{\max}]$. Обсуждение этого вопроса можно найти в работе [20], где интервал $[P_{\min}, P_{\max}]$ значений вероятностей принят как оценка некоторой случайной величины \tilde{P} , для которой известны точные границы изменчивости P_{\min} и P_{\max} . Если принять среднее значение $P_{cp} = 0,5(P_{\min} + P_{\max})$, то \tilde{P} можно описывать усеченным интервальным распределением [21, 22], с помощью которого находится риск r принятия решения о значении надежности основания из множества $\{P_{\min}, P_{\max}\}$ по формуле $r = \frac{P_{\max} - P_{cp}}{P_{\max} - P_i} - 0,5$, где P_i – значение вероятности безотказной работы, принимаемой из интервала $[P_{\min}, P_{\max}]$ с учетом предельного значения вероятности P_{np} для данного основания по безопасности состояния несущего элемента, а также по его внешним признакам, по ответственности элемента и всей системы и с учетом экономической составляющей. При $P_i = P_{\min}$ имеем $r = 0$, при $P_i \geq 0,5(P_{\max} + P_{\min})$ имеем $r = 1$. В рассматриваемом контексте понятие о риске принятия решения имеет иной смысл, по сравнению с принятым, например, в [23] и в [24].

Выводы

1. Рассмотрены методики расчетов надежности основания фундамента по критерию несущей способности (сдвигу) при различной неполноте статистической информации о контролируемых параметрах на стадии эксплуатации.
2. Проведен анализ результатов расчетов надежности по различным методам (по различному уровню неполноты информации).
3. Работа окажет помощь специалистам при оценке надежности оснований фундаментов и конструкций в целом.

Литература

1. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Методы обработки данных. Пер с англ. М.: Мир, 1980, 510 с.
2. Спиринов Н.Л., Лавров А.Н. Методы планирования и обработки результатов инженерного эксперимента. Конспект лекций. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ – УПИ, 2004. 267 с.
3. Белый Г.И. Причины снижения надежности и приближенная оценка ресурса стальных конструкций эксплуатируемых зданий и сооружений // Современные проблемы науки и образования. 2012. №2. URL: www.science-education.ru/102-6038 (дата обращения: 10.02.2014).

Уткин В.С. Расчет надежности грунтового основания фундамента по несущей способности (сдвигу) на стадии эксплуатации

4. Chen J.-Q., Li W.-B., Zhao J. Reliability evaluation of reinforced concrete structures of the fuzzy evaluation model // *Advanced Materials research*. 2011. Vol. 255–260. Pp. 123–127.
5. Клевцов В.А., Кузеванов Д.В. Вопросы проектирования конструкций и использование теории надежности // *Бетон и железобетон*. 2009. №2. С. 9–13.
6. Дюбуа Д., Прад Д. Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике / Перевод с фр. Д. Дюбуа, А. Прад. М.: Радио и связь, 1990. 288 с.
7. Balu A.S., Rao B.N. High dimensional model representation for structural reliability bounds estimation under mixed uncertainties // *International Journal of Structural Engineering*. 2013. Vol. 4. Issue 3. Pp. 251–272.
8. Utkin V.S. Calculating the reliability of machine parts on the basis of the Chebyshev // *Russian Engineering Research*. 2012. Vol. 32. No. 1. Pp 5–8.
9. Utkin V.S. Calculating the reliability of machine parts on the basis of the Chebyshev // *Russian Engineering Research*. 2012. Vol. 32. No. 1. Pp 5–8.
10. Кошелева Ж.В. Оценка несущей способности, надежности и остаточного ресурса элементов железобетонных конструкций при ограниченной информации о контролируемых параметрах: Автореферат дисс. ...канд. техн. наук. Санкт-Петербург, 2004. 24 с.
11. Плотникова О.С. Определение надежности металлических конструкций в составе зданий и сооружений при ограниченной статистической информации о контролируемых параметрах: Автореферат дис. н.... канд. техн. наук. Санкт-Петербург, 2008. 21 с.
12. Уткин В.С. Значение уровня риска в теории возможностей // *Строительные материалы*. 2004. №8. С. 35.
13. Ржаницын А.Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. М.: Стройиздат, 1978. 239 с.
14. Шпете Г. Надежность несущих строительных конструкций / Пер. с нем. О.О. Андреева. М.: Стройиздат, 1994, 288 с.
15. Wang Z., Huang H.-Z., Li Y., Pang Y., Xiao N. –C. An approach to system reliability analysis with fuzzy random variables // *Mechanism and Machine Theory*. 2012. Vol. 52. Pp. 35–46.
16. Zadeh L.A. Fuzzy Sets // *Information and Control*. 1965. Vol. 8. Issue 3. Pp. 338–353.
17. Уткин В.С., Шепелина Е.А. Расчет надежности оснований фундаментов по деформациям на стадии эксплуатации // *Инженерно-строительный журнал*. 2013. №4(39). С. 12–21.
18. Ярыгина О.В. Методы расчета надежности железобетонных конструкций в составе зданий и сооружений при ограниченной статистической информации: Автореферат дис. канд. техн. наук. Санкт-Петербург, 2013. 25 с.
19. Галаева Н.Л. Расчет надежности несущих элементов при ограниченной информации о параметрах математической модели предельных состояний: Автореферат дис.канд. техн. наук. Санкт-Петербург, 2010. 25 с.
20. Уткин В.С., Шепелина Е.А. Расчет надежности оснований и фундаментов по критерию прочности при ограниченной информации о нагрузке // *Инженерно-строительный журнал*. 2013. №1(36). С. 48–56.
21. Уткин В.С., Шепелина Е.А. Расчет надежности оснований фундаментов многоэтажных зданий при ограниченной (неполной) информации о параметрах математической модели предельного состояния // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2012. №5. С. 47–50.
22. Уткин В.С., Уткин Л.В. Расчет надежности деталей машин с использованием усеченных интервальных функций распределения // *Вестник машиностроения*. 2012. №7. С. 13–15.
23. Никонов Н. Риск – благородное дело // *Высотные здания*. 2007. №3. С. 3–7.
24. ГОСТ Р 51901-2002. Управление надежностью. Анализ риска технологических систем.

*Владимир Сергеевич Уткин, г. Вологда, Россия
Тел. раб.: +7(8172)518396; эл. почта: UtkinVoGTU@mail.ru*

© Уткин В.С., 2014

doi: 10.5862/MCE.45.10

The Calculation of Foundation Bed Reliability by Bearing Capacity (Shift) during Operation

V.S. Utkin

Vologda State University, Vologda, Russia

+7(8172)518396; e-mail: UtkinVoGTU@mail.ru

Key words

foundation bed; reliability; failure; limited information; possibility; distribution function; probability; risk

Abstract

New methods of foundation bed reliability calculations by the criterion of the shift when the base is under the influence of horizontal (shifting) forces are made. Initial statistical information is limited.

Random variables in the calculation model are described by distribution functions of possibility (from the theory of possibility), distribution functions received from Chebyshev's inequality; combination of functions. The size of controlled parameters measurements (statistical information) for reliability calculations is small in practice and sometimes it doesn't allow to carry out their statistical analysis for the use of probabilistic and statistical methods of reliability calculations of the foundation beds. The considerable decrease in reliability of the foundation bed causes soil moistening as, for example, it is now in the Far East the Russian Federation.

When there is a lack of time for collecting of information for an assessment of buildings and constructions safety, the developed techniques can be used. In this work such situation is illustrated by the example.

References

1. Dzhonson N., Lion F. *Statistika i planirovaniye eksperimenta v tekhnike i nauke. Metody obrabotki dannykh* [Statistics and experiment planning in equipment and science. Data processing methods]. Translated from English. Moscow: Mir, 1980. 510 p. (rus)
2. Spirin N.L., Lavrov A.N. *Metody planirovaniya i obrabotki rezultatov inzhenerenogo eksperimenta. Konspekt lektsiy* [Methods of planning and processing of results of engineering experiment. Lecture notes]. Yekaterinburg: GOU VPO UGTU – UPI, 2004. 267 p. (rus)
3. Belyi G.I. *Modern problems of science and education*. 2012. No.2. URL: www.science-education.ru/102-6038 (accessed: February 10, 2014) (rus)
4. Chen J.-Q., Li W.-B., Zhao J. Reliability evaluation of reinforced concrete structures of the fuzzy evaluation model. *Advanced Materials research*. 2011. Vol. 255–260. Pp. 123–127.
5. Klevtsov V.A., Kuzevanov D.V. *Beton i zhelezobeton*. 2009. No.2. Pp. 9–13. (rus)
6. Diubua D., Prad A. *Teoriya vozmozhnostey. Prilozheniya k predstavleniyu znaniy v informatike* [Possibility theory. Application to the representation of knowledge in Informatics]. Moscow: Radio and communication, 1990. 288 p. (rus)
7. Balu A.S., Rao B.N. High dimensional model representation for structural reliability bounds estimation under mixed uncertainties. *International Journal of Structural Engineering*. 2013. Vol. 4. Issue 3. Pp. 251–272.
8. Utkin V.S. Calculating the reliability of machine parts on the basis of the Chebyshev. *Russian Engineering Research*. 2012. Vol. 32. No.1. Pp 5–8.
9. Penmetsa R., Grandhi R.V. Efficient estimation of structural reliability for problems with uncertain inteervaks. *Computers & Structures*. 2002. Vol. 80. Pp. 1103–1112.
10. Kosheleva Zh.V. *Otsenka nesushchey sposobnosti, nadezhnosti i ostatochnogo resursa elementov zhelezobetonnykh konstruksiy pri ogranichennoy informatsii o kontroliruyemykh parametrah* [Assessment of bearing capacity, reliability and a residual life of elements of ferroconcrete structures at limited information controlled variable]. Abstract of PhD thesis. Saint-Petersburg, 2004. 24 p. (rus).
11. Plotnikova O.S. *Opredeleniye nadezhnosti metallicheskih konstruksiy v sostave zdaniy i sooru-zheniy pri ogranichennoy statisticheskoy informatsii o kontroliruyemykh parametrah* [Determination of reliability of metal structures as a part of buildings and constructions at limited statistical information on controlled variable]. Abstract of PhD thesis. Saint-Petersburg, 2008. 21 p. (rus).

Utkin V.S. The Calculation of foundation bed reliability by bearing capacity (shift) during operation

12. Utkin V.S. *Construction materials*. Moscow. 2004. No.8. P. 35. (rus)
13. Rzhaniysyn A.R. *Teoriya rascheta stroitelnykh konstruksiy na nadezhnost* [The theory of reliability calculation of constructions]. Moscow: Stroyizdat. 1978. 239 p. (rus)
14. Shpete G. *Nadezhnost nesushchikh stroitelnykh konstruksiy* [Reliability of bearing building structures]. Translated from German by O.O. Andreyev. Moscow: Stroyizdat, 1994. 288 p. (rus)
15. Wang Z., Huang H.-Z., Li Y., Pang Y., Xiao N.-C. An approach to system reliability analysis with fuzzy random variables. *Mechanism and Machine Theory*. 2012. Vol. 52. Pp. 35–46.
16. Zaden L.A. *Fuzzy Sets. Information and Control*. 1965. Vol. 8. Issue 3. Pp. 338–353.
17. Utkin V.S., Shepelina E.A. *Magazine of Civil Engineering*. 2013. No.4(39). Pp. 12–21.(rus).
18. Yarygina O.V. *Metody rascheta nadezhnosti zhelezobetonnykh konstruksiy v sostave zdaniy i sooruzheniy pri ogranichennoy statisticheskoy informatsii* [Methods for calculating the reliability of ferroconcrete structures in buildings and structures]. Abstract of PhD thesis. Saint-Petersburg, 2013. 25 p. (rus)
19. Galaeva N.L. *Raschet nadezhnosti nesushchikh elementov pri ogranichennoy informatsii o par-ametrakh matematicheskoy modeli predelnykh sostoyaniy* [Reliability calculation of bearing elements with limited information on mathematical model parameters of limiting state]. Abstract of PhD thesis. Saint-Petersburg, 2010. 25 p. (rus)
20. Utkin V.S., Shepelina E.A. *Magazine of Civil Engineering*. 2013. No.1(36). Pp. 48–56. (rus).
21. Utkin V.S., Shepelina E.A. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 2012. No.6. Pp. 47–50. (rus)
22. Utkin V.S., Utkin L.V. *Vestnik mashinostroyeniya*. 2012. No.7. Pp. 13–15. (rus).
23. Nikonov N. *Tall buildings*. 2007. No.3. Pp. 3–7. (rus)
24. GOST R 51901-2002. *Upravleniye nadezhnostyu. Analiz riska tekhnologicheskikh sistem* [Management of reliability. Analysis of risk of technological systems]. (rus)

Full text of this article in Russian: pp. 90–100