

УДК 621.373.826

*О.Л. Головков, Г.А. Купцова, В.А. Степанов*

Рязанский государственный университет им. С.А. Есенина

## **ВЛИЯНИЕ СТЕПЕНИ ОДНОРОДНОГО УШИРЕНИЯ КОНТУРА УСИЛЕНИЯ НА СПЕКТР ГЕНЕРАЦИИ YAG : Nd-ЛАЗЕРА**

Теоретические исследования, представленные в статье, ставят целью выяснение влияния степени однородного уширения контура усиления на спектр генерации YAG:Nd<sup>3+</sup>-лазера в режимах генерации одной длины волны (1064,2 нм) и двух длин волн (1064,2 и 1061,5 нм). Полученные результаты сопоставлены с другими опубликованными данными.

ДЛИНА ВОЛНЫ, ЛАЗЕР НА YAG : Nd, СПЕКТР ГЕНЕРАЦИИ, ЛАЗЕРНАЯ МОДА, СТЕПЕНЬ ОДНОРОДНОГО УШИРЕНИЯ, СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ТАНГА – СТАТЦА – ДЕМАРСА.

### **Введение**

Известно, что при комнатной температуре в (YAG:Nd<sup>3+</sup>)-лазере однородное уширение превосходит неоднородное. Последнее определяется наличием двух линий усиления (1064,15 и 1064,40 нм) и фоновым воздействием кристаллической решетки на ионы неодима. При этом чем выше температура кристалла, тем больше вклад неоднородного уширения в общую ширину спектра генерации (YAG : Nd<sup>3+</sup>)-лазера (далее YAG-лазер).

В исследовании одновременной генерации двух длин волн (1064,2 и 1061,5 нм), проведенном в работах [1, 2], учитывается генерация каждой аксиальной моды резонатора и не учитывается влияние однородного уширения контура усиления. Из расчета системы уравнений Танга – Статца – Демарса [4] для резонатора длиной 30 мм генерация YAG-лазера осуществляется на десяти аксиальных модах, при этом с увеличением длины резонатора пропорционально увеличивается количество генерируемых мод; это не соответствует другим опубликованным данным, согласно которым в нормальных условиях происходит генерация 5 – 7 аксиальных мод [3].

В настоящее время нет общепринятой теории, которая бы учитывала влияние степени однородного уширения на спектр генерации лазерного излучения. Известно выражение [4] для полного числа аксиальных мод  $2j + 1$ , стационарно возбуждаемых при параметре накачки  $A$ :

$$j = \left[ \frac{3(A-1)}{8\Delta^2 A} \right]^{\frac{1}{3}}, \quad (1)$$

где  $\Delta$  – межмодовый интервал, задаваемый длиной резонатора.

Согласно выражению (1), при параметре накачки  $A = 10$  и длине резонатора 30 мм ( $\Delta = 0,05$ ) должно генерироваться 11 аксиальных мод, а при 120 мм ( $\Delta = 0,0125$ ) – 26 таких мод, но это не соответствует данным, приводимым в литературе [3].

При анализе спектра генерации YAG-лазера для резонаторов произвольной длины необходимо учитывать фактор однородного уширения контура усиления, когда не все аксиальные моды, попадающие в контур усиления активной среды, могут участвовать в генерации лазерного излучения.

Данная статья посвящена решению системы уравнений, описывающих генерацию YAG-лазера с двух энергетических подуровней мультиплета  ${}^4F_{3/2}$ , имеющего три близких линии усиления, с учетом однородного уширения контура усиления среды, и сопоставлению полученных результатов с экспериментальными данными.

### **Теоретическая часть**

Известно, что на спектр генерации YAG-лазера влияют три линии усиления с длинами волн 1064,15 нм (сечение перехода  $\sigma_1 = 7,1 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$ ), 1064,40 нм ( $\sigma_3 = 1,9 \times 10^{-19} \text{ см}^2$ ) и 1061,50 нм ( $\sigma_2 = 4,7 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$ ). При этом генерация YAG-лазера на длине волны 1064,15 нм идет с более высокого

подуровня – 11507 см<sup>-1</sup>, чем генерация на длинах волн 1064,40 нм и 1061,50 нм – с подуровня 11423 см<sup>-1</sup> [3]. Поскольку сечение перехода  $\sigma_1$  на длине волны 1064,15 нм является максимальным, эту линию усиления называют сильным переходом.

Для описания многомодовой генерации YAG-лазера используем систему уравнений Танга – Статца – Демарса [4]:

$$\begin{aligned} \frac{dm_k}{d\tau} &= Gm_k [L_k^{(1)}(n_0 + n_k) + \\ &+ (L_k^{(2)} + L_k^{(3)})(n'_0 + n'_k) - 1 - \beta_k]; \\ \frac{dn_0}{d\tau} &= A - n_0 \left( 1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(1)} m_m \right) - \sum_{m=1}^M L_m^{(1)} m_m n_m; \\ \frac{dn_k}{d\tau} &= -n_k \left( 1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(1)} m_m \right) - \frac{1}{2} L_k^{(1)} m_k n_0; \\ \frac{dn'_0}{d\tau} &= A' - n'_0 \left( 1 + \sum_{m=1}^M (L_m^{(2)} + L_m^{(3)}) m_m \right) - \\ &- \sum_{m=1}^M (L_m^{(2)} + L_m^{(3)}) m_m n'_m; \\ \frac{dn'_k}{d\tau} &= -n'_k \left( 1 + \sum_{m=1}^M (L_m^{(2)} + L_m^{(3)}) m_m \right) - \\ &- \frac{1}{2} (L_k^{(2)} + L_k^{(3)}) m_k n'_0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $m_k$  – интенсивность генерируемых аксиальных мод;  $n_0, n_k$  – пространственно-однородная инверсия и ее решетки на переходе с верхним рабочим подуровнем 11507 см<sup>-1</sup>;  $n'_0, n'_k$  – то же для подуровня 11423 см<sup>-1</sup>;  $M$  – число аксиальных мод;  $G = 2k / \gamma_{\parallel}$ ;  $\tau = t / \gamma_{\parallel}$  ( $\gamma_{\parallel}$  – скорость релаксации инверсии населенности);  $\beta_k$  – потери  $k$ -й аксиальной моды;  $A, A'$  – параметры накачки на верхние рабочие подуровни А и В;  $L_k^{(i)}$  – лоренцевы формы линий усиления  $i$ -й компоненты, нормированные к сечению сильного перехода; они следуют выражениям

$$\begin{aligned} L_k^{(1)} &= [1 + ((p - k)\Delta_0 + \Delta)^2]^{-1}; \\ L_k^{(2)} &= \frac{\sigma_2}{\sigma_1} [1 + ((p - k)\Delta_0 + \Delta_2)^2]^{-1}; \\ L_k^{(3)} &= \frac{\sigma_3}{\sigma_1} [1 + ((p - k)\Delta_0 + \Delta_3)^2]^{-1}; \\ \Delta_2 &= \frac{\omega_0^{(2)} - \omega_0^{(1)}}{\gamma_{\perp}}; \quad \Delta_3 = \frac{\omega_0^{(3)} - \omega_0^{(1)}}{\gamma_{\perp}}, \end{aligned}$$

где  $\omega_0^{(1)}, \omega_0^{(2)}, \omega_0^{(3)}$  – центры линий усиления на длинах волн 1064,15, 1061,50 и 1064,40 нм соответственно;  $\Delta_0$  – межмодовый интервал, задаваемый длиной резонатора;  $\gamma_{\perp}$  – скорость релаксации поляризации, равная полуширине однородной линии усиления.

Известно стационарное решение системы уравнений (2) [2]:

$$\begin{aligned} n'_0 &= \frac{1}{1 + w} \left( A - (1 + \beta_k) \sum_{m=1}^M m_m \right); \\ n_0 &= \frac{w}{1 + w} \left( A - (1 + \beta_k) \sum_{m=1}^M m_m \right); \\ n'_k &= F_1 \left( \frac{1 + \beta_k - (L_k^{(2)} + L_k^{(3)})n'_0}{L_k^{(1)}} - n_0 \right) \times \\ &\times \left( F_2 + F_1 \frac{L_k^{(2)} + L_k^{(3)}}{L_k^{(1)}} \right)^{-1}; \\ n_k &= \frac{(1 + \beta_k) - (L_k^{(2)} + L_k^{(3)})(n'_0 + n'_k)}{L_k^{(1)}} - n_0; \\ m_k &= \frac{n_k \left( 1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(1)} m_m \right)}{-0,5 L_k^{(1)} n_0}; \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} F_1 &= n'_0 (L_k^{(2)} + L_k^{(3)}) \left( 1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(1)} m_m^{(1)} \right); \\ F_2 &= n_0 L_k^{(1)} \left( 1 + \sum_{m=1}^M (L_m^{(2)} + L_m^{(3)})(m_m^{(2)} + m_m^{(3)}) \right); \\ w &= \frac{n_0}{n'_0} = \exp \left( \frac{E_B - E_A}{k_B T} \right), \end{aligned}$$

$E_A, E_B$  – энергии подуровней;  $k_B$  – постоянная Больцмана.

Известно, что при однородном уширении контура усиления происходит генерация на одной аксиальной моде, а при неоднородном уширении контура усиления осуществляется генерация на множестве аксиальных мод с межмодовым интервалом, задаваемым длиной резонатора. В связи с тем, что YAG-лазер обычно генерирует 5 – 7 мод, а не 26 (в соответствии с выражением (1)), возникает необходимость учитывать степень однородного уширения

контра усиления, когда в процессе генерации участвуют не все аксиальные моды, задаваемые резонатором, а только те, между которыми нет корреляции по однородному уширению.

Система уравнений Танга – Статца – Демарса не предназначена для расчета лазерной генерации с множеством аксиальных мод при наличии однородного уширения контра усиления. Для расчета влияния степени однородного уширения на спектр генерации умножим лоренцевы контуры усиления  $L_k^{(i)}$  на функцию

$$f_k(n) = \prod_{m=1}^n \left| \cos\left(\frac{\pi}{2m} k\right) \right|, \quad (4)$$

где величина  $n$  определяет количество расположенных рядом аксиальных мод, не участвующих в лазерной генерации; оно равно  $(2n - 1)$ .

Нами проведены расчеты спектров генерации YAG-лазера на длине волны 1064,2 нм для двух значений длины резонатора (30 и 120 мм), причем сначала без учета влияния однородного уширения, когда межмодовый интервал аксиальных мод составляет 0,0500 и 0,0125 соответственно, а затем с его учетом. Если при расчетах для длины резонатора 30 мм положить  $n = 1$ , то для резонатора длиной 120 мм необходимо взять  $n = 4$ , чтобы сохранить одинаковый межмодовый интервал, определяемый степенью однородного уширения контра усиления.

На рис. 1 представлены результаты расчетов спектров генерации YAG-лазера на длине волны 1064,2 нм для двух значений длины резонатора: 30 и 120 мм; при  $n = 1$  для длины резонатора 30 мм и при  $n = 4$  для длины резонатора 120 мм; при  $n = 2$  для длины резонатора 30 мм и при  $n = 8$  для длины резонатора 120 мм. Неселективные потери приняты равными  $\beta_k = 0,15$ , температура кристалла – 300 К, параметр накачки  $A = 10$ .

При длине резонатора 30 мм для удобства расчетов положим произвольным образом, что мода, соответствующая максимуму усиления на длине волны 1064,15 нм, имеет номер 70. Тогда мода, соответствующая максимуму усиления на длине волны

1064,40 нм, имеет номер 56, а мода, соответствующая максимуму усиления на длине волны 1061,50 нм, имеет номер 222.

При длине же резонатора 120 мм моды, соответствующие максимумам усиления на длинах волн 1064,15, 1064,40 и 1061,50 нм имеют номера 280, 224 и 888 соответственно.

С помощью расчетов, представленных на рис. 1, установлено, что в режиме генерации одной длины волны 1064,2 нм, при постоянной температуре, постоянной мощности накачки и постоянном уровне внутрирезонаторных потерь, для исследуемой системы характерны следующие свойства:

ширина спектра генерации увеличивается с ростом степени однородного уширения контра усиления, например,  $\Delta\lambda = 0,18$  нм (см. рис. 1, а),  $\Delta\lambda = 0,28$  нм (см. рис. 1, в). Поскольку в спектре генерации межмодовый интервал увеличивается с ростом степени однородного уширения контра усиления, то уменьшается дискриминация аксиальных мод;

если определяемый длиной резонатора частотный интервал между аксиальными модами меньше ширины однородной составляющей контра усиления, то количество генерируемых аксиальных мод не зависит от длины резонатора (см. рис. 1, б, д и в, е);

положение максимума спектра генерации не зависит от длины резонатора и степени однородного уширения контра усиления.

В связи с тем, что дискриминация аксиальных мод уменьшается с ростом однородного уширения контра усиления, следует ожидать изменения условий для обеспечения режима одновременной генерации двух длин волн 1064,2 и 1061,5 нм YAG-лазером [1, 2].

На рис. 2 представлены спектры одновременной генерации двух длин волн YAG-лазером с длиной резонатора 30 мм, без учета однородного уширения; при  $n = 1$  (межмодовый интервал генерации равен 0,1); при  $n = 2$  (межмодовый интервал генерации равен 0,2). При этом уровень потерь на длине волны 1061,5 нм  $\beta_k = 0,15$ , уровень потерь на длине волны 1064,2 нм

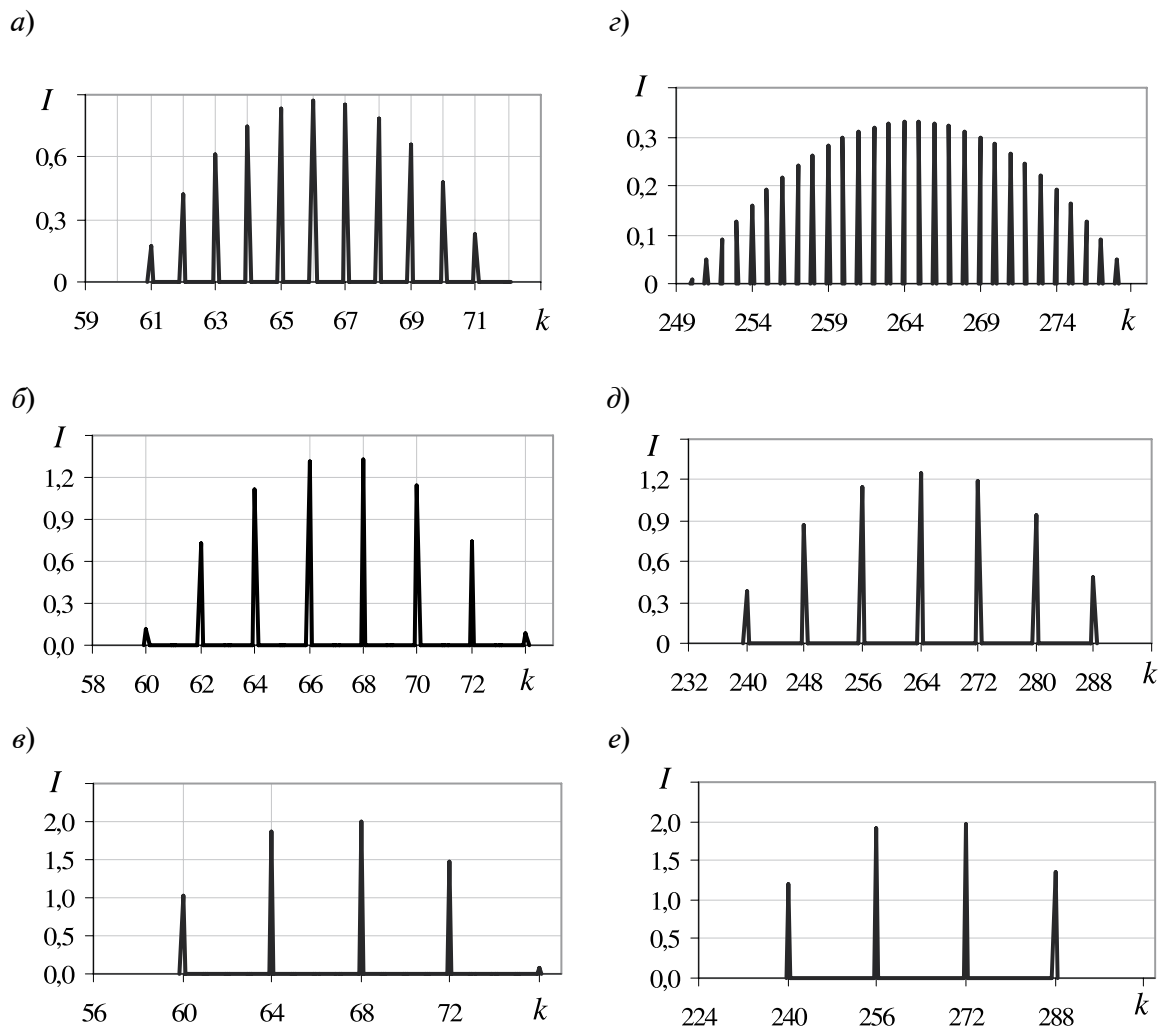


Рис. 1. Рассчитанные зависимости модового состава лазерного излучения (1064,2 нм) от степени однородного уширения контура усиления для различных значений длины резонатора  $l$  и величины  $n$ ;  $l = 30$  мм (а – в) и 120 мм (г – е);  $n = 0$  (без учета однородного уширения) (а, г),  $n = 1$  (б), 2 (в), 4 (д), 8 (е);  $T = 300$  К;  $\beta_k = 0,15$ ;  $A = 10$

$\beta_k = 0,25$ , температура кристалла 300 К, параметр накачки  $A = 10$ .

Как видно из рис. 2, при увеличении степени однородного уширения контура усиления происходит уменьшение разницы внутрирезонаторных потерь, необходимой для осуществления режима одновременной генерации двух длин волн – 1064,2 и 1061,5 нм. Как известно, разница внутрирезонаторных потерь возникает на поляризующих элементах (окне Брюстера) за счет термонаведенного двулучепреломления в кристалле YAG [1, 2].

Расчетным путем установлено, что с ростом степени однородного уширения кон-

тура усиления изменяются условия возникновения одновременной генерации двух указанных длин волн. Так, в случае неоднородного уширения минимальное значение разности внутрирезонаторных потерь, при которых осуществляется одновременная генерация двух длин волн, составляет  $\Delta\beta_k = 0,05$ . В случае же влияния однородного уширения на контур усиления данные значения равны 0,04 и 0,03 при  $n = 1$  и 2 соответственно.

Облегчение условий одновременной генерации двух длин волн с ростом степени однородного уширения контура усиления обусловлено уменьшением дискриминации

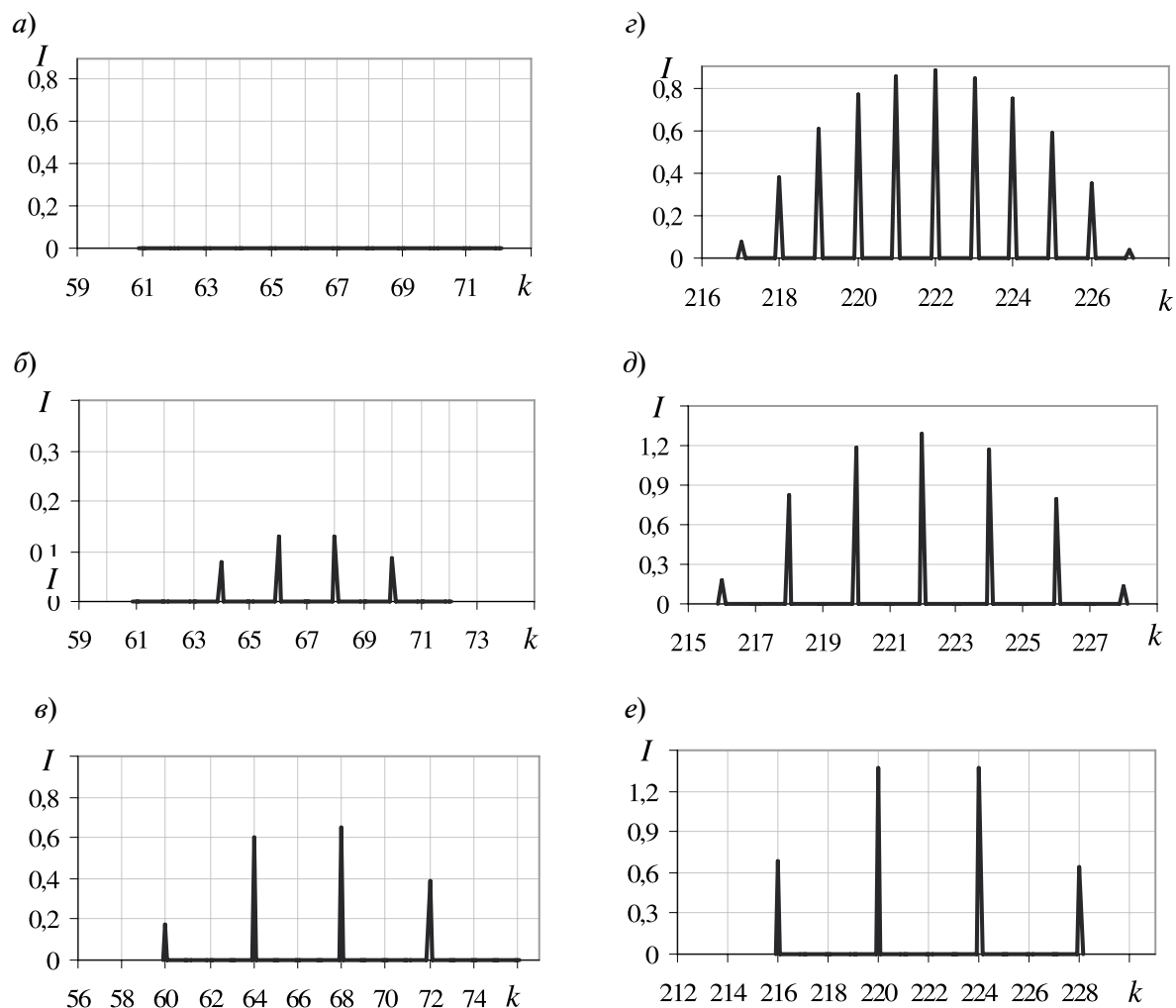


Рис. 2. Рассчитанные зависимости модового состава лазерного излучения на двух длинах волн  $\lambda$  от степени однородного уширения контура усиления для различных значений величины  $n$  при постоянном значении длины резонатора ( $l = 30$  мм);  $\lambda = 1064,2$  нм ( $a - v$ ) и  $1061,5$  нм ( $z - e$ );  $n = 0$  ( $a, z$ ),  $1$  ( $b, d$ ),  $2$  ( $v, e$ );  $T = 300$  К;  $A = 10$

мод за счет роста межмодового интервала при увеличении степени однородного уширения.

### Основные результаты работы

В проведенном исследовании показан метод расчета системы уравнений Танга — Статца — Демарса с учетом влияния степени однородного уширения контура усиления на спектр многомодовой генерации YAG-лазера.

Установлено, что если определяемый длиной резонатора частотный интервал

между аксиальными модами меньше ширины однородной составляющей контура усиления, то спектр генерации не зависит от длины резонатора.

Показано, что с ростом однородного уширения контура усиления происходит увеличение ширины спектра генерации лазерного излучения и уменьшается минимальное значение разности внутрирезонаторных потерь, при которых осуществляется одновременная генерация двух длин волн —  $1064,2$  и  $1061,5$  нм в нормальных условиях.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Головков О.Л., Купцова Г.А., Степанов В.А. Непрерывная генерация YAG:Nd-лазера на двух длинах волн 1064,15 и 1061,5 нм // Известия вузов. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2013. № 1. С. 113–121.
2. Головков О.Л., Купцова Г.А., Степанов В.А. Особенности спектра генерации YAG : Nd-лазера в режиме одновременной генерации двух длин волн // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2013. № 2 (170). С. 110–114.
3. Зверев Г.М., Голяев Ю.Д., Шалаев Е.А., Шокин А.А. Лазеры на алюмоиттриевом гранате с неодимом. М.: Радио и связь, 1985. 144 с.
4. Ханнин Я.И. Основы динамики лазеров. М.: Наука. Физматлит, 1999. 360 с.

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**ГОЛОВКОВ Олег Леонидович** – кандидат физико-математических наук, докторант кафедры общей и теоретической физики и методики преподавания физики Рязанского государственного университета имени С.А. Есенина, начальник бюро ОАО «Государственный Рязанский приборный завод».

390000, Россия, г. Рязань, Семинарская ул., 32  
golovkow@mail.ru

**КУПЦОВА Галина Александровна** – аспирантка кафедры общей и теоретической физики и методики преподавания физики Рязанского государственного университета имени С.А. Есенина.

390000, Россия, г. Рязань, ул. Свободы, 46

**СТЕПАНОВ Владимир Анатольевич** – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой общей и теоретической физики и методики преподавания физики Рязанского государственного университета имени С.А. Есенина.

390000, Россия, г. Рязань, ул. Свободы, 46

### *Golovkov O.L., Kuptsova G.A., Stepanov V.A* INFLUENCE OF THE EXTENT OF UNIFORM BROADENING OF AN AMPLIFICATION LINE ON THE GENERATION SPECTRUM OF YAG : Nd LASER.

The theoretical investigation given in the paper is directed towards the elucidation of the influence of the extent of uniform broadening of an amplification line on the generation spectrum of YAG : Nd laser operating in the modes of the one-wavelength (1064,2 nm) and two-wavelength (1064,2 nm and 1061,5 nm) generations. The results obtained are compared with another ones presented in published literature.

WAVELENGTH, YAG : Nd LASER, GENERATION SPECTRUM, LASER MODE, UNIFORM BROADENING EXTENT, SET OF EQUATIONS OF TANG-STATZ-DEMARS.

### REFERENCES

1. Golovkov O.L., Kuptsova G.A., Stepanov V.A. Npreryvnaya generatsiya YAG:Nd-lazera na dvukh dlinakh voln 1064,15 i 1061,5 nm. *Izvestiya vuzov. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki*, 2013, No. 1, pp. 113–121. (rus)
2. Golovkov O.L., Kuptsova G.A., Stepanov V.A. Osobennosti spektra generatsii YAG : Nd-lazera v rezhime odnoveremnoy generatsii dvukh dlin voln. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics*, 2013, No. 2 (170), pp. 110–114. (rus)
3. Zverev G.M., Golyaev Yu.D., Shalaev E.A., Shokin A.A. Lazery na alyumoittriivom granate s neodimom. Moscow, Radio i svyaz', 1985, 144 p. (rus)
4. Khanin Ya.I. Osnovy dinamiki lazerov. Moscow, Nauka. Fizmatlit, 1999, 360 p. (rus)

### THE AUTHORS

**GOLOVKOV Oleg L.**

Ryazan State University named for S.A. Yesenin  
46 Svobody St., Ryazan, Russia, 390000  
golovkow@mail.ru

**KUPTSOVA Galina A.**

*Ryazan State University named for S.A. Yesenin*  
46 Svobody St., Ryazan, Russia, 390000

**STEPANOV Vladimir A.**

*Ryazan State University named for S.A. Yesenin*  
46 Svobody St., Ryazan, Russia, 390000