



УДК 621.374

Ю.К. Рыбин

**СИНТЕЗ СИГНАЛОВ С ЗАДАНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ГАРМОНИК**

Yu.K. Rybin

**SYNTHESIS OF SIGNALS WITH A GIVEN HARMONIC COEFFICIENT**

Проведен обзор проблемы формирования измерительных сигналов с заданным коэффициентом гармоник. Показано, что перспективным способом формирования подобных сигналов является синтез формы с помощью генераторов синусоидальных сигналов с возможностью управления длительностью полупериодов. Синтезируемые сигналы имеют постоянные амплитудное и среднеквадратическое значения выходного сигнала напряжения при разном установленном коэффициенте гармоник.

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ СИГНАЛ; КОЭФФИЦИЕНТ НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ; КОЭФФИЦИЕНТ ГАРМОНИК.

A problem of the measured signals with a predetermined ratio of harmonics formation is described. It is shown that a promising way of forming such shaped signals is a synthesis using sinusoidal signal generator to control the duration of half-periods. Synthesized signals have constant amplitude and RMS voltage at a different set THD.

MEASURING SIGNAL; NONLINEAR DISTORTION FACTOR; TOTAL HARMONIC DISTORTION.

Измерительные сигналы с нормированным коэффициентом гармоник  $K_g$  используются в средствах поверки измерителей нелинейных искажений [1] при определении погрешности цифровых вольтметров и преобразователей переменного напряжения и тока [2, 3], фазометров и частотомеров, обусловленной искажениями сигнала. По ГОСТ 14014–82 в технических условиях на цифровые преобразователи среднеквадратических значений, реагирующие на средневыврявленное значение, должны содержать значения коэффициента гармоник, при которых сохраняются установленные метрологические характеристики, следовательно, для оценки погрешности преобразователей нужны сигналы с заданным коэффициентом гармоник.

**Определение коэффициента гармоник**

Коэффициент гармоник определяется как отношение корня квадратного из суммы квадратов амплитуд высших гармоник, начиная со второй, к амплитуде первой гармоники. Обычно он выражается в процентах или в децибелах. Для расчета коэффи-

циента гармоник с помощью анализатора спектра определяют амплитуды гармоник, а затем вычисляют его значение:

$$K_{g\%} = \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2} / V_1 \cdot 100 \%, \quad (1)$$

$$K_{gdB} = 20 \lg \left( \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2}}{V_1} \right).$$

Как известно, при измерениях число гармоник ограничивают, например, десятью гармониками, поэтому коэффициент гармоник определяется с погрешностью. Данный метод реализован в измерителе 2016 THD Multimeter [4]. В нем аналоговый входной сигнал преобразуется в цифровой, по которому далее вычисляется спектр и рассчитывается суммарное значение коэффициента гармоник при учете от двух до 62-х гармоник. Этот же метод положен в основу измерителя СК6-20 [5, 6] и калибра-

тора СК6-21 [7]. В этом случае прибор измеряет коэффициент гармоник в соответствии с формулой (1) не при бесконечном, а при конечном числе гармоник.

Другой метод измерения коэффициента гармоник реализован в аналоговых измерителях нелинейных искажений типа С6-5, С6-7. Суть его заключается в измерении среднеквадратического напряжения сигнала, подавлении первой гармоники режекторным фильтром, измерении среднеквадратического напряжения высших гармоник и вычислении отношения измеренных значений по формуле:

$$K_{\text{THD}} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} V_n^2}} 100 \%, \quad (2)$$

$$K_{\text{THD+N}} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2 + V_{\text{noise}}^2}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} V_n^2 + V_{\text{noise}}^2}} 100 \%.$$

Однако одновременно с измерением высших гармоник измеряются и шумы, сопровождающие сигнал, и собственные шумы прибора. Понятно, что и здесь возникает погрешность измерения за счет влияния шумов. Это влияние может оказаться полезным, т. к. собственные шумы сигнала также характеризуют его искажения и должны учитываться. Поэтому вторая формула (2) используется также широко, как и первая формула в (2). Именно она более точно отражает результат измерения искажений. Обратная величина, выраженная в децибелах, часто называется Signal-to-noise and distortion ratio – SINAD [8].

#### Проблемы формирования сигналов с заданным коэффициентом гармоник

Для проверки анализаторов спектра и измерителей нелинейных искажений формируют сигналы с заданным (точно известным коэффициентом гармоник). Но при их формировании возникают определенные трудности, т. к. коэффициент гармоник, являясь интегральным параметром сиг-

нала, инвариантен к его форме при условии равенства амплитуд первых гармоник и среднеквадратических значений высших гармоник. Поэтому сигналов с заданным коэффициентом гармоник может быть бесконечно много. Это, с одной стороны, дает возможность использовать в качестве измерительных сигналов с нормированным коэффициентом гармоник сигналы прямоугольной, треугольной или синусоидальной формы типа «усеченный синус», «разновеликий синус» [9] и т. д. Но, с другой стороны, это приводит к неопределенности выбора измерительного сигнала, порождает непрекращающиеся дискуссии по поводу его наилучшей формы. Очевидно, что однозначного ответа на вопрос, какой должна быть форма сигнала, нет, т. к. форма не ограничивается самим определением коэффициента гармоник по формулам (1, 2).

Мы убеждены, что поиск оптимальной в том или ином смысле формы должен проводиться, исходя из цели использования измерительного сигнала, например, с учетом требования согласования спектра сигнала, с диапазоном рабочих частот поверяемого средства измерения. Несоблюдение этого требования влечет за собой появление дополнительных погрешностей измерения, которые невозможно или достаточно сложно оценить. Поэтому оптимальным будем считать такой измерительный сигнал, спектр которого полностью находится в диапазоне рабочих частот поверяемого средства измерений. Ясно также, что это не один сигнал, а целый класс оптимальных измерительных сигналов, т. к. число гармоник и их соотношение могут быть различными. Так, иногда рекомендуется использовать в измерительном сигнале только две гармоники, однако известен калибратор нелинейных искажений с тремя гармониками [10], кроме того, в новом эталоне предлагается работать и с большим их числом (до 50).

Наряду с оптимальными, в измерительной практике находят применение и другие сигналы, формирование которых может осуществляться более простыми средствами. Так, в государственном эталоне коэффициента нелинейных искажений

[9] использовались измерительные сигналы типа «усеченный синус» и «разновеликий синус», предложенные для этого и исследованные Н.Б. Петровым [9]. Общий недостаток известных измерительных сигналов – то, что коэффициент гармоник в них определяется отношением, например, среднеквадратических значений напряжения второй и первой гармоник, либо через отношение уровня ограничения синусоидального сигнала к его амплитудному значению [9]. Известно, что точное задание отношений переменных напряжений зависит от погрешности деления используемых для этой цели делителей. Так, это может быть индуктивный делитель напряжения [10] либо точный резистивный делитель. Нет нужды объяснять, что данные устройства весьма трудоемки в изготовлении и громоздки, неудобны для автоматизации их изготовления. Поэтому нами предложен способ задания коэффициента гармоник, реализованный в [11], не через отношение напряжений, а через отношение длительностей интервалов времени. Известно, что погрешность измерения и воспроизведения интервалов времени уже сегодня до-

стигает долей пикосекунд, и нет принципиальных ограничений по ее дальнейшему снижению.

Сущность предложенного способа поясним на модели композитного измерительного сигнала, составленного из сигналов синусоидальной или косинусоидальной формы равной амплитуды, но разной длительности:

$$x(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_i \cos\left(\frac{t - \tau_i}{T_i}\right) \times [H(t - \tau_i) - H(t - \tau_{i+1})], \quad (3)$$

где  $T_i = \tau_{i+1} - \tau_i$ ,  $a_i = a(-1)^i$ .

На рис. 1 а показаны сигналы синусоидальной и косинусоидальной форм разной длительности полупериодов или периодов. Эти сигналы являются частным случаем, описанным выражением (3), и представляют собой периодическую чередующуюся последовательность импульсов, длительность которых на периоде  $T$  можно изменять. При  $T_{-i} = \dots = T_{-1} = T_0 = T_1 = T_2 = \dots = T_i = T/2$  выражение (3) служит моделью строго синусоидального периодического сигнала, для которого  $K_{\Gamma} = 0$ .

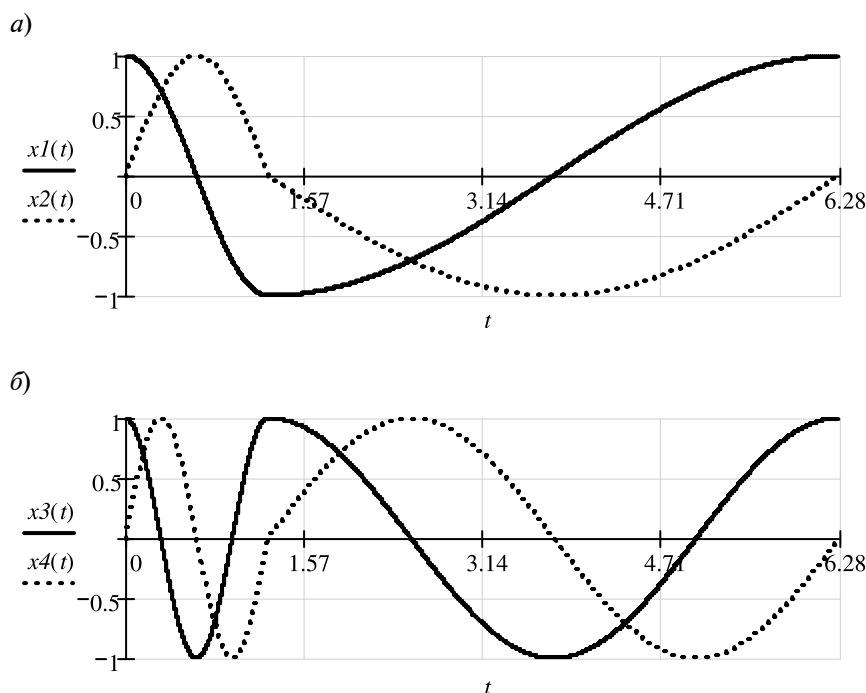


Рис. 1. Измерительные сигналы с заданным коэффициентом гармоник

На рис. 1 б показаны сигналы, составленные из двух полупериодов косинусои-

дальной и синусоидальной форм, которые описываются выражениями:

$$x_1(t) = \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{\alpha T} t\right) & \text{if } 0 \leq t < \alpha T; \\ -\cos\left[\frac{\pi}{(1-\alpha)}\left(\frac{t}{T} - \alpha\right)\right] & \text{if } \alpha T \leq t < T; \end{cases} \quad (4)$$

$$x_2(t) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{\alpha T} t\right) & \text{if } 0 \leq t < \alpha T; \\ -\sin\left[\frac{\pi}{(1-\alpha)}\left(\frac{t}{T} - \alpha\right)\right] & \text{if } \alpha T \leq t < T; \end{cases} \quad (5)$$

$$x_3(t) = \begin{cases} \cos\left(\frac{2\pi}{\alpha T} t\right) & \text{if } 0 \leq t < \alpha T; \\ \cos\left[\frac{2\pi}{(1-\alpha)}\left(\frac{t}{T} - \alpha\right)\right] & \text{if } \alpha T \leq t < T; \end{cases} \quad (6)$$

$$x_4(t) = \begin{cases} \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha T} t\right) & \text{if } 0 \leq t < \alpha T; \\ \sin\left[\frac{2\pi}{(1-\alpha)}\left(\frac{t}{T} - \alpha\right)\right] & \text{if } \alpha T \leq t < T, \end{cases} \quad (7)$$

где  $\alpha$  — коэффициент, характеризующий неравенство длительностей полупериодов или периодов.

Как видно из формул (5–7), в сигналах  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  на периоде частота изменяется с  $\omega_1 = \pi/\alpha T$  к  $\omega_2 = \pi/(1-\alpha)T$ . При этом частота повторения составного сигнала равна  $\omega_0 = 2\pi/T$ , а соотношение частот равно  $\omega_1 = \omega_0/2\alpha$  и  $\omega_2 = \omega_0/2(1-\alpha)$ . Например, при  $\alpha = 0,2$  на рис. 1 а (сплошная линия)  $\omega_0 = 1$ ,  $\omega_1 = 2,5$  и  $\omega_2 = 0,625$ , а отношение частот равно  $\omega_1/\omega_2 = (1-\alpha)/\alpha = 4$ . При этом из графика на рис. 2 а  $K_r$  сигнала  $x_1(t)$  равен 35,193 %. Интересно, что при  $\alpha = 0,5$  все частоты равны  $\omega_0 = \omega_1 = \omega_2 = 1$ , а  $K_r = 0$  %. Максимальное значение  $K_r = 61,832$  % достигается при  $\alpha = 0$ .

Несмотря на незначительную нелинейность графиков, для конкретных значений  $K_r$  значения соотношения длительностей могут быть рассчитаны точно.

Меняя отношение длительности полуволны к длительности периода  $\alpha$ , можно получать сигналы с различными значениями  $K_r$ . Замечательная особенность этих сигнала-

лов — однозначная связь коэффициента гармоник и отношения длительностей, постоянство его амплитудного, средневывпрямленного и среднеквадратического значений при изменении длительностей полуволн. При использовании таких сигналов в средствах измерений для проверки измерителей нелинейных искажений значительно повышается производительность за счет уменьшения времени калибровки по уровню среднеквадратического значения, автоматизации процесса, что реализовано в генераторе, защищенном авторским свидетельством [11].

Все сигналы могут быть получены с помощью аналоговых и цифровых генераторов синусоидальных сигналов с возможностью управления длительностью обоих полупериодов. Особенность синусоидальных сигналов с  $K_r = 0$  % состоит в том, что они получаются как частный случай при равных длительностях полупериодов. Наименьшие значения  $K_r$  реальных синусоидальных сигналов достигаются в аналоговых генераторах. Так, в генераторе ГС-50 это значение менее 0,0001 %.

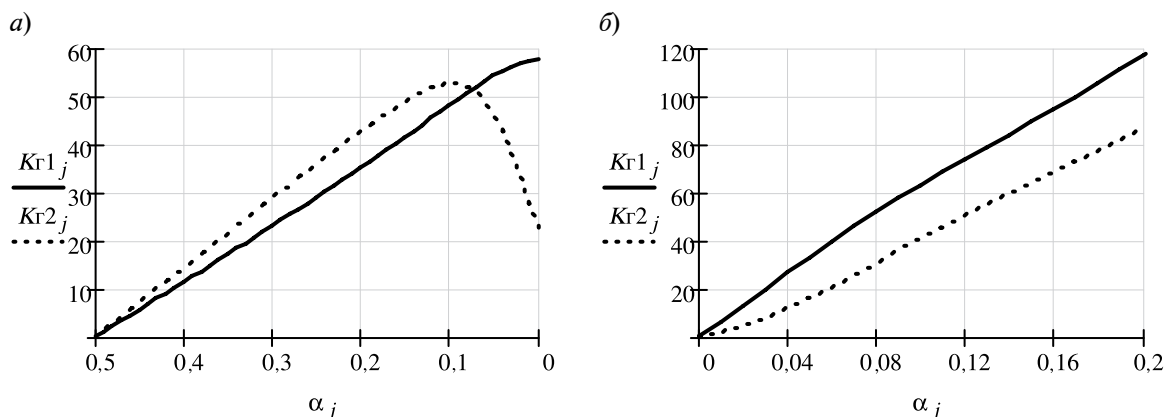


Рис. 2. Графики зависимости коэффициента гармоник сигналов  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  (а) и  $x_3(t)$  и  $x_4(t)$  (б) от соотношения длительности полуволны и периода сигнала

В статье проведен анализ проблемы формирования измерительных сигналов с заданным коэффициентом гармоник. Задача синтеза измерительного сигнала рассмотрена для аналогового и цифрового способов формирования сигнала с последующим его цифро-аналоговым преобразованием. При этом способе задания коэффициента гармо-

ник конкретные формы сигнала реализуются через отношение длительностей интервалов времени. Сущность предложенного способа проиллюстрирована на модели композитного измерительного сигнала, составленного из сигналов синусоидальной или косинусоидальной формы равной амплитуды, но разной длительности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- ГОСТ 8.331–99. Межгосударственный стандарт. Государственная система обеспечения единства измерений. Измерители нелинейных искажений. Методы и средства поверки. М.: Изд-во стандартов, 2001. 18 с.
- ГОСТ 8.118–85. Государственная система обеспечения единства измерений. Вольтметры электронные аналоговые переменного тока. Методика поверки. М.: Изд-во стандартов, 1986. 16 с.
- ГОСТ 23854–79. Измерители уровня электрических сигналов. Общие технические требования и методы испытаний. М.: Изд-во стандартов, 2002. 15 с.
- Model 2016 THD Multimeter User's Manual 2016-900-01 Rev. C [электронный ресурс] / URL: <http://www.keithley.com/products/dcac/audioanalyzer/?path=2016/Documents#5>: (дата обращения 08.11.2013).
- ГОСТ Р 8.762-2011 ГСИ. Государственная поверочная схема для средств измерений коэффициента гармоник. Высшее звено поверочной схемы – Государственный первичный эталон единицы коэффициента гармоник. М.: Изд-во стандартов, 2012. 16 с.
- Казанцев Ю.И., Музалевский В.Е., Пругло А.В. Метрологическое обеспечение измерений коэффициента гармоник низкочастотных

- радиотехнических сигналов [электронный ресурс] / URL: [http://www.npcentre.ru/view\\_docs.php?doc=26](http://www.npcentre.ru/view_docs.php?doc=26) (дата обращения 08.11.2013).
- Kester W. Understand SINAD, ENOB, SNR, THD, THD + N [электронный ресурс] / URL: <http://www.analog.com/static/imported-files/tutorials/MT-003.pdf> (дата обращения 11.11.2013).
- Петров Н.Б., Ковалев Г.Г., Жеваго А.А., Яковлева В.Я., Бойченко В.Д., Заруба Л.И., Амброзевич О.Н. Государственный первичный эталон единицы коэффициента нелинейных искажений // Измерительная техника. 1974. № 5. С. 9–11.
- Рыбин Ю.К., Ройтман М.С., Литвак Э.С. А. с. 584259 СССР, МКИ<sup>3</sup> G 01 R 23/20. Устройство для получения сигнала, калиброванного по коэффициенту нелинейных искажений. Патент № 2393943/18–21; заявл. 01.08.76; опубл. 07.12.77.
- Калибратор коэффициента гармоник (СК6-21) [электронный ресурс] / URL: <http://www.rpis.ru/index.php?option=content&task=view&id=40>: (дата обращения 08.11.2013).
- Рыбин Ю.К. А. с. 1114970 СССР, МКИ<sup>3</sup> G 01 R 23/20. Устройство для получения сигнала, калиброванного по коэффициенту нелинейных искажений. Патент № 3558386/18–21; заявл. 28.02.83; опубл. 23.09.84.

## REFERENCES

1. **GOST 8.331–99.** *Mezhhgosudarstvennyy standart. Gosudarstvennaya sistema obespecheniya yedinstva izmereniy. Izmeriteli nelineynykh iskazheniy. Metody i sredstva poverki*, Moscow: Izd-vo standartov Publ., 2001, 18 p. (rus)
2. **GOST 8.118–85.** *Gosudarstvennaya sistema obespecheniya yedinstva izmereniy. Voltmetry elektronnyye analogovyye peremennogo toka. Metodika poverki*, Moscow: Izd-vo standartov Publ., 1986, 16 p. (rus)
3. **GOST 23854–79.** *Izmeriteli urovnya elektricheskikh signalov. Obshchiye tekhnicheskiye trebovaniya i metody ispytaniy*, Moscow: Izd-vo standartov Publ., 2002, 15 p. (rus)
4. *Model 2016 THD Multimeter User's Manual 2016-900-01 Rev. C*. Available: <http://www.keithley.com/products/dcac/audioanalyzer/?path=2016/Documents#5>: (Accessed 08.11.2013).
5. **GOST R 8.762-2011 GSI.** *Gosudarstvennaya poverochnaya shema dlya sredstv izmereniy koeffitsiyenta garmonik. Vyssheye zveno poverochnoy skhemy – Gosudarstvennyy pervichnyy etalon yedinitsey koeffitsiyenta garmonik*, Moscow: Izd-vo standartov Publ., 2012, 16 p. (rus)
6. **Kazantsev Yu.I., Muzalevskiy V.Ye., Pruglo A.V.** *Metrologicheskoye obespecheniye izmereniy koeffitsiyenta garmonik nizkochastotnykh radiotekhnicheskikh signalov*. Available: [http://www.npcentre.ru/view\\_docs.php?doc=26](http://www.npcentre.ru/view_docs.php?doc=26) (Accessed 08.11.2013). (rus)
7. **Kester W.** Understand SINAD, ENOB, SNR, THD, THD + N. Available: <http://www.analog.com/static/imported-files/tutorials/MT-003.pdf> (Accessed 11.11.2013).
8. **Petrov, N.B., Kovalev G.G., Zhevago A.A., Yakovleva V.Ya., Boychenko V.D., Zaruba L.I., Ambrozovich O.N.** Gosudarstvennyy pervichnyy etalon yedinitsey koeffitsiyenta nelineynykh iskazheniy, *Izmeritelnaya tekhnika*, 1974, No. 5, Pp. 9–11. (rus)
9. **Rybin Yu.K., Roytman M.S., Litvak E.S.** A. s. 584259 USSR, MKI3 G 01 R 23/20. *Ustroystvo dlya polucheniya signala, kalibrovannogo po koeffitsiyentu nelineynykh iskazheniy*. Patent No. 2393943/18–21; zayavl. 01.08.76 opubl. 07.12.77. (rus)
10. *Kalibrator koeffitsiyenta garmonik (SK6-21)*. Available: <http://www.rpis.ru/index.php?option=content&task=view&id=40>: (Accessed 08.11.2013). (rus)
11. **Rybin Yu.K.** A. s. 1114970 USSR, MKI3 G 01 R 23/20. *Ustroystvo dlya polucheniya signala, kalibrovannogo po koeffitsiyentu nelineynykh iskazheniy*. Patent No. 3558386/18–21; zayavl. 28.02.83 opubl. 23.09.84. (rus)

---

**РЫБИН Юрий Константинович** – доцент кафедры компьютерных измерительных систем и метрологии Национального исследовательского Томского политехнического университета, кандидат технических наук.

634050, Россия, г. Томск, пр. Ленина, д. 30.  
E-mail: rybin@tpu.ru

**RYBIN, Yurii K.** *National Research Tomsk Polytechnic University.*  
634050, Lenina Ave. 30, Tomsk, Russia.  
E-mail: rybin@tpu.ru