

doi: 10.5862/MCE.49.2

## Учет изменений расчетной схемы при анализе работы конструкции

*К.т.н., профессор О. В. Кабанцев,  
д.т.н., профессор А. Г. Тамразян,*

*Московский государственный строительный университет*

**Аннотация.** Традиционные расчетные технологии базируются на выполнении статических расчетов при неизменных параметрах расчетной схемы, что является существенным упрощением, и не учитывают весьма важные (а в отдельных случаях ключевые) ситуации, связанные с изменением расчетной модели в течение жизненного цикла здания. Задача исследования заключалась в анализе различных процессов, приводящих к изменениям расчетной схемы конструкции, как в режиме возведения сооружения, так и в эксплуатационных режимах.

По результатам исследования разработаны общие принципы моделирования и расчетный инструментарий (набор основных элементарных операций), позволяющие выполнить учет изменения расчетной модели с поэтапным отслеживанием НДС системы несущих конструкций. Выполнен анализ процесса изменения расчетной схемы в режиме возведения при различных методах монтажа конструкций. Исследована расчетная ситуация, соответствующая технологии монтажа методом наращивания конструкции, и обоснована необходимость учета изменения исходных геометрических параметров элементов расчетной схемы. Обосновано применение расчетных инструментов при моделировании изменений расчетной схемы для различных процессов строительного и эксплуатационного периодов работы конструкций. Представлены предложения по выполнению расчетного анализа в рамках расчетного эксперимента для ситуации деградации конструкции, связанной с различными причинами (износ, коррозия, микро- и макроразрушения под нагрузкой и т. п.).

Результаты исследований могут быть применены в расчетном анализе строительных систем, отдельных конструкций и опытных образцов с целью адекватного учета изменения расчетной схемы.

**Ключевые слова:** моделирование; несущие конструкции; напряженно-деформированное состояние; расчетный прогноз; расчетная технология; расчетная модель; модель внешних связей; модель воздействия

### Введение

Сложившаяся практика расчетного обоснования конструктивных решений зданий и сооружений базируется на выполнении статических расчетов в условиях неизменных основных параметров расчетной модели: набор элементов модели соответствует полной проектной расчетной схеме, геометрические и жесткостные характеристики постоянны в рамках процедуры одноэтапного расчета, модель внешних связей несущих конструкций с внешней средой и параметры каждого связевого элемента принимаются постоянными. Нагрузки на модель также принимаются неизменными. Более того, в рамках концепции «суперпозиции» нагрузки, сгруппированные в загрузения, действуют независимо на исходную (недеформированную) расчетную схему.

Очевидно, что приведенные принципы традиционного расчетного обоснования основаны на существенных упрощениях реальной практики как строительного, так и эксплуатационного периодов существования конструкции, т. е. жизненного цикла сооружения.

Анализ простейших конструктивных схем (см., например, работы [1, 2]) показывает, что неучет истории формирования НДС конструкции может привести к искажению результатов расчетного прогноза. В работе [3] показано, что процессы, происходящие на стадии возведения сооружения, существенным образом влияют на формирование НДС рамно-связевых каркасов. В работах [4, 5] авторы показывают значение учета процессов монтажа сооружения в расчетах, говоря о том, что на стадиях возведения усилия в некоторых элементах могут значительно превосходить соответствующие усилия на эксплуатационной стадии, а также высказывают принципиальное положение о необходимости учета изменения механических свойств материалов конструкций в течение жизненного цикла здания.

За рубежом учету изменений параметров конструкций в процессе возведения посвящен ряд исследований. Так, в работах [6, 7, 8] анализируется процесс деформации колонн многоэтажных и

высотных железобетонных зданий в режиме возведения и обосновывается необходимость учитывать изменения исходных размеров элементов несущих конструкций в расчетном обосновании. В работе [9] представлены результаты поэтапного расчета деформаций консольных частей поперечного сечения мостовых конструкций, формирующихся при последовательном монтаже, в сопоставлении с данными мониторинга натуральных мостовых конструкций, что свидетельствует о существенном повышении точности расчетного прогноза при использовании расчетной технологии, позволяющей отслеживать многоэтапное формирование НДС конструкции. Особенности моделирования НДС мостовых конструкций с учетом изменения их параметров вследствие процедур возведения посвящена работа [10], результаты которой свидетельствуют о необходимости отслеживания в рамках расчетной технологии поэтапного изменения характеристик элементов конструктивной системы. В работе [11] предложены некоторые подходы к численному моделированию процесса поэтапного изменения элементов расчетной модели конструкций, учитывающие процесс монтажа.

В целом, основное внимание авторы публикаций уделяют вопросу учета в расчетах непосредственно процедуры возведения несущих конструкций сооружения, как наиболее очевидного процесса изменения расчетной схемы несущих конструкций.

### *Постановка задачи*

Анализ различных видов изменения расчетной схемы несущих конструкций в течение жизненного цикла сооружения показывает, что можно выделить как минимум четыре основных режима работы конструкции:

- режим возведения здания;
- режим основного эксплуатационного периода;
- режимы особых условий эксплуатационного периода, которых также может быть несколько: случаи сейсмических и других аварийных воздействий на здание (ветровые воздействия в виде смерча, урагана и др.);
- случаи изменения физико-механических свойств грунтового основания (обводнение грунтов, возникновение карстово-суффозионных явлений, просадочности грунтов и т. п.).

Каждый из таких режимов может состоять из нескольких этапов.

В многоэтапном режиме возведения существенные особенности в процесс формирования и перераспределения усилий (напряжений) в системе несущих конструкций вносят элементы повышенной жесткости. Результаты исследования этого явления представлены в работе [12], в которой на специально разработанных тестовых примерах и на примерах расчетов реальных объектов показаны эффекты влияния жестких конструкций здания на распределение усилий в несущей системе сооружения. В отдельных случаях (для зданий повышенной этажности с устройством в средней и верхней зонах жестких этажей противопожарных убежищ) расчет по традиционной технологии приводит к нарастанию отклонения от логичного и ожидаемого результата вплоть до возникновения «растянутых» колонн. Учет многоэтапного замыкания системы несущих конструкций в режиме возведения сооружения приводит к результатам, хорошо согласующимся с инженерной практикой – в вертикальных несущих конструкциях многоэтажных зданий под нагрузками собственного веса усилий растяжения не возникает.

Режим основного эксплуатационного периода может быть охарактеризован как режим с полностью готовой системой несущих конструкций, геометрические и жесткостные параметры которой соответствуют проектному решению (с учетом корректив, вносимых на этапе возведения конструкции). Модель воздействия определяется действующими нормами.

Однако модель внешних связей существенным образом зависит от вида воздействия: для длительно действующих нагрузок деформационные свойства внешних связей здания с основанием определяются модулем деформации грунтов, для кратковременных воздействий (например, ветровых) – модулем упругости грунтов. Хорошо известно, что величины модулей деформации и упругости грунтов различаются в 5 и более раз. Особенности формирования и изменения модели внешних связей в основной эксплуатационный период представлены в работе [13]. Показано, что в рамках традиционной расчетной технологии (т. е. при неизменных параметрах расчетной модели) результаты расчета и деформаций системы несущих конструкций и параметров отклика сооружения на динамические воздействия имеют радикальные отличия от результатов расчета несущих систем с учетом детализации внешних связей на различных этапах работы сооружения.

Инженерная практика показывает, что реальные условия участка строительства могут определять существенно более сложные ситуации, в рамках которых происходит радикальное изменение роли конструктивного элемента, входящего в состав системы несущих конструкций сооружения. Например, сваи, выступающие в режиме основного эксплуатационного периода в качестве элементов внешних связей и обеспечивающие передачу нагрузок от здания на основание, могут (в случае формирования оползневого давления, т. е. в особом режиме эксплуатационного периода) выполнять функцию нагрузочного элемента и передавать на систему несущих конструкций здания нагрузочный эффект от воспринимаемого сваями давления грунта. Существующими традиционными методами выполнить расчет, адекватно отражающий столь существенное изменение расчетной модели, не представляется возможным. Указанная проблема детально исследована в работе [14].

В целом, из практики проектирования и строительства промышленных, транспортных и иных сооружений известны многочисленные примеры изменения расчетной схемы конструкции в процессе ее монтажа и эксплуатации (см., например, монографию [15]).

Физически нелинейный характер работы основного материала строительных конструкций – железобетона – также генерирует процесс изменения расчетной схемы конструкции вследствие изменения приведенной жесткости железобетонного конструктивного элемента (формирование зон трещинообразования, реализация в конструкции явлений ползучести и т. п.). Анализу физической нелинейности железобетона посвящены многочисленные работы таких авторов, как О.Я. Берг, В.М. Бондаренко, А.А. Гвоздев, Н.И. Карпенко и др., по результатам исследований которых в действующие нормы внесены положения по редуцированию начального модуля упругости бетона. Очевидно, что необходимо учитывать изменение жесткости отдельных элементов железобетонной конструкции в процессе нагружения или во времени при моделировании ее работы.

### *Общие принципы моделирования поэтапного учета изменений расчетной модели*

Реальная картина формирования НДС несущих конструкций с учетом основных влияющих на этот процесс факторов (история возведения и нагружения, изменения модели внешних связей, изменение жесткостных параметров конструктивных элементов в процессе нагружения и во времени) определяют необходимость сформулировать общие принципы моделирования этого процесса.

Весь объем процедур, определяющих процесс изменения расчетной схемы конструкции, можно представить в виде набора следующих базовых элементарных операций (расчетных инструментов).

**А.** Нагружение системы известным воздействием, представляющим собой набор заданных нагрузок, дислокаций и температурных воздействий.

**В.** Установка внешней связи в узле системы, запрещающей изменение определенного перемещения или поворота. Необходимо отметить, что речь идет именно о запрете дальнейшего (на последующих стадиях) изменения перемещения, а не об обнулении его величины.

**С.** Установка внутренней связи между узлами системы, запрещающей изменение определенного взаимного перемещения или поворота этих узлов (в том числе и задание объединения перемещений). Здесь также речь идет о запрете дальнейших (на последующих стадиях) изменений взаимных перемещений.

**Д.** Снятие внешней связи, когда меняется не только расчетная схема, но и НДС. Последнее происходит из-за того, что в общем случае удаляемая связь является напряженной, и перед изменением расчетной схемы необходимо обнулить усилие в удаляемой связи.

**Е.** Снятие внутренней связи (отказ от объединения перемещений), когда меняется не только расчетная схема, но и НДС. Последнее происходит из-за того, что в общем случае удаляемая связь является напряженной, и перед изменением расчетной схемы необходимо обнулить усилие в удаляемой связи.

**Ф.** Монтаж элемента любого типа.

**Г.** Демонтаж элемента (связан не только с изменением расчетной схемы, но и с необходимостью учета изменения НДС).

Н. Изменение модуля упругости элемента для текущей и всех последующих стадий монтажа, с помощью чего можно моделировать процесс твердения бетона, формирования зон трещинообразования, ползучести материала и другие явления, ведущие к изменению жесткости элемента.

И. Назначение или изменение коэффициентов постели для текущей и всех последующих стадий монтажа.

Элементарная операция **F** – монтаж элемента любого типа – имеет ряд особенностей, которые влияют на формирование НДС расчетной модели. Существует несколько вариантов включения (монтажа) элемента в расчетную модель, из которых наиболее распространенными являются два приема, отображенные на рисунке 1.

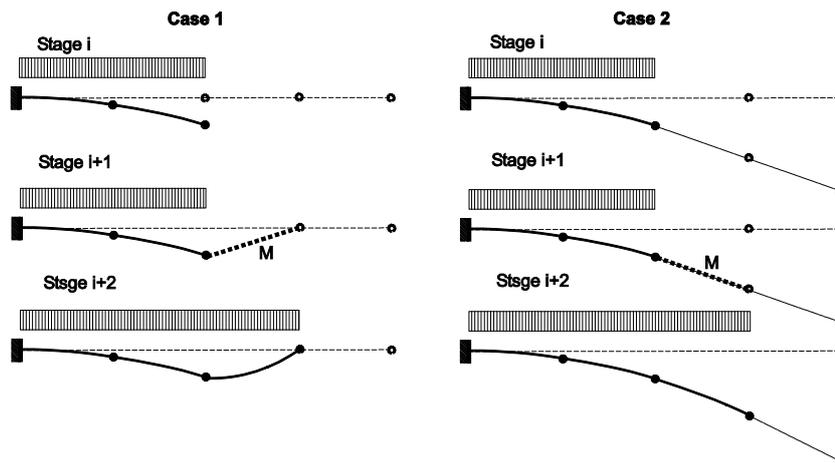


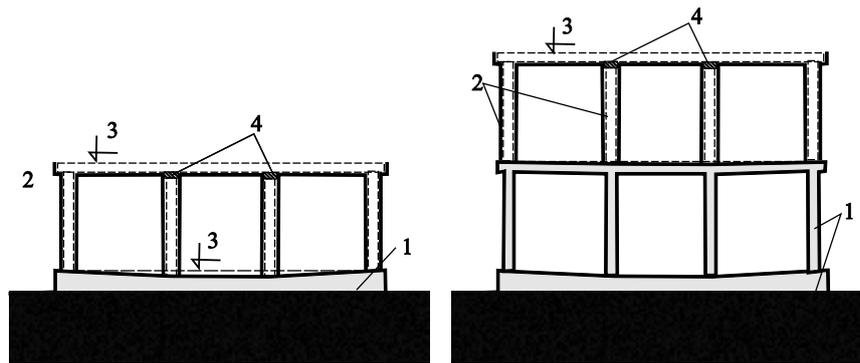
Рисунок 1. Два варианта включения элемента в состав расчетной модели

В первом случае рассматривается расчетная модель, состоящая из набора элементов, который соответствует рассматриваемому этапу работы конструкции. Нагрузки рассматриваемого этапа формируют НДС набора элементов модели. На следующем этапе к ранее принятому набору добавляется новая группа элементов (рис. 1, левая схема – группа «М»), включаемых в систему на этом этапе. Важнейшим условием включения новой группы элементов является их установка в проектное положение, т. е. узлы группы «М» устанавливаются в заранее определенное положение, а узлы, общие для группы «М» и ранее существовавших в модели элементов остаются в координатах, определяемых деформациями предыдущего этапа. Таким образом, рассматриваемая технология включения элемента в состав расчетной модели определяет необходимость корректировки его исходных параметров, например длины и проч.

Во втором случае рассматривается расчетная модель с полным набором элементов, часть из которых активирована (т. е. эти элементы входят в состав модели на рассматриваемом этапе жизни конструкции), оставшаяся часть деактивирована (путем снижения их жесткости умножением на значимый коэффициент, например, на  $10^{-6}$ ). При включении на определенном этапе элементов группы «М» в состав модели (рис. 1, правая схема) они активируются, но их положение не определяется исходными (проектными) координатами узлов. Метод активации не подразумевает корректировку исходных параметров включаемых элементов.

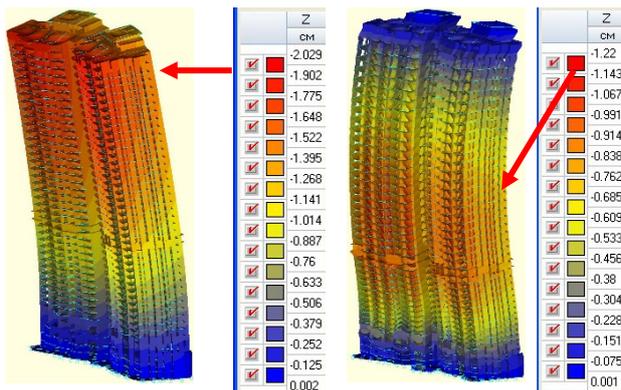
Технология включения элемента (группы элементов) в расчетную модель по первому методу соответствует наиболее распространенному типу возведения зданий по технологии поэтапного наращивания сооружения снизу вверх.

Метод наращивания предусматривает установку монтируемого элемента строго в проектное положение с компенсацией тем или иным способом деформации нижерасположенных конструкций. Напомним, что нагрузки от собственного веса для железобетонных конструкций (в отличие от стальных) являются весьма значимыми и составляют основную долю в общей величине нагрузок для зданий жилого и общественного назначения. Под действием нагрузок от смонтированных элементов происходит их деформирование, что требует корректировки геометрических размеров вертикальных конструкций для обеспечения установки последних в проектное положение (рис. 2).



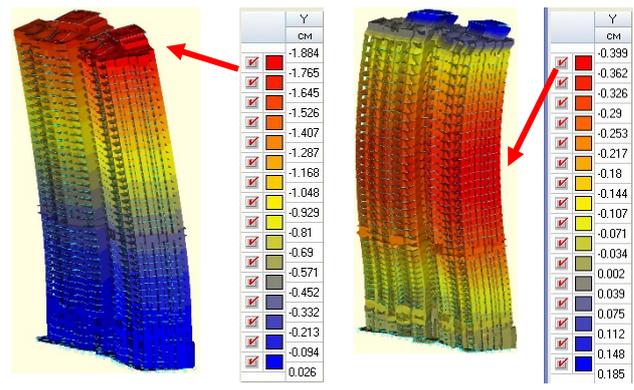
**Рисунок 2. Схема изменения расчетной модели в процессе возведения:**  
**1 – выполненная часть сооружения на этапе  $n-1$ ;**  
**2 – возводимая часть сооружения на этапе  $n$ ;**  
**3 – проектный уровень (отметка) установки конструкции на этапе  $n$ ;**  
**4 – приращение длины конструктивного элемента, вызванное деформациями ранее выполненных нижних ярусов конструкции.**

Необходимо отметить, что приведенный на рисунке 2 пример технологии поэтапного наращивания здания приводит не только к приращению длины элементов конструкции в вертикальной плоскости, но и к горизонтальному смещению ярусов конструкции, т. е. отклонению оси здания от вертикали. Причиной перекосов могут быть и нерегулярность жесткостей здания в плане (локально расположенные жесткие узлы лестнично-лифтовых блоков), и неравномерные деформации основания сооружения. Компенсировать горизонтальные смещения ярусов, расположенных ниже уровня монтажа соответствующего этапа, практически невозможно, но учитывать их в расчете сооружения совершенно необходимо. Расчеты деформаций несущих конструкций в традиционной расчетной технологии формируют накопление ошибки, связанной с неизменяемыми геометрическими параметрами модели. При этом величина накопленной ошибки может существенно превысить приемлемые пределы и привести к недопустимому искажению расчетного деформированного состояния модели здания. Наибольшее значение учет изменения геометрии элементов системы несущих конструкций имеет для расчетного обоснования многоэтажных и высотных зданий с нерегулярным распределением жесткостей в плане и по вертикали. В работе [12] приведено сравнение расчетов величин деформаций и схемы деформирования несущих конструкций высотного дома жилого комплекса «Аквамарин» (г. Владивосток) от действия нагрузок собственного веса, выполненных в различных расчетных технологиях (рис. 3, 4).



**Рисунок 3. Высотный жилой комплекс «Аквамарин».**

**Результаты расчета вертикальных перемещений от нагрузок собственного веса (по Z) в традиционной расчетной технологии (слева) и в расчетной технологии, учитывающей поэтапное изменение расчетной модели (справа)**



**Рисунок 4. Высотный жилой комплекс «Аквамарин».**

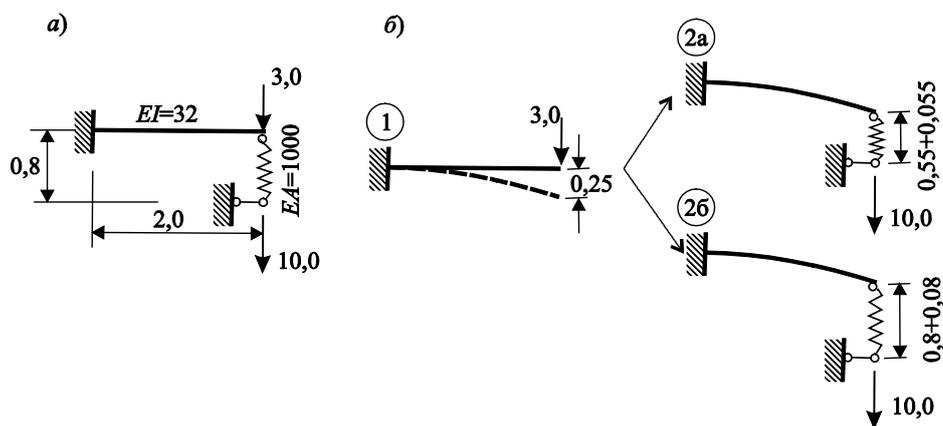
**Результаты расчета перемещений от нагрузок собственного веса в поперечном направлении (по Y) в традиционной расчетной технологии (слева) и в расчетной технологии, учитывающей поэтапное изменение расчетной модели (справа)**

Анализ результатов расчета перемещений от нагрузок собственного веса показывает, что в расчетной технологии, учитывающей поэтапное изменение расчетной модели, вертикальные деформации составляют 60 %, а горизонтальные перемещения в поперечном направлении – лишь 21 % от соответствующих результатов расчета в традиционной технологии.

Необходимо отметить различный принцип деформирования системы несущих конструкций многоэтажных и высотных зданий (при несимметричном распределении жесткостей в пределах этажа), определяемый по традиционной технологии расчета и по технологии с учетом поэтапного изменения геометрических параметров. Схема деформирования модели при учете изменения расчетной схемы в процессе возведения определяется максимальными значениями осевых деформаций колонн в средней части модели, что приводит к принципиально иному виду деформирования несущих конструкций здания.

В своих крайних проявлениях отклонения оси здания от вертикали могут привести к существенным проблемам. Так, в процессе строительного-монтажных работ по возведению несущих конструкций многоэтажного здания на юго-востоке Москвы начали формироваться значимые неравномерные деформации основания, что привело к нарастанию горизонтальных смещений этажей сооружения от проектного положения, в результате которого монтаж стандартного лифта в изогнутой шахте стал невозможен.

В сложившейся практике расчетного обоснования считается вполне допустимым не учитывать изменение геометрии расчетной модели на разных этапах существования (монтажа) конструкции. Однако, на наш взгляд, отказ от учета изменения геометрии (координат узлов) может привести к существенному снижению качества расчета, что следует из простого примера (рис. 5).



**Рисунок 5. Роль изменения геометрии:  
а – расчетная схема; б – этапы монтажа**

Монтаж системы выполняется в два этапа: установка консольного стержня и подвеска пружины. На первом этапе конец консоли под действием действующей нагрузки 3,0 т получает прогиб

$$\Delta_{k,1} = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{3 \cdot 2^3}{3 \cdot 32} = 0,25 \text{ м.}$$

Реализацию второго этапа можно представить себе в двух вариантах.

Вариант 2а (рис. 5) предполагает, что пружина присоединяется одним концом к уже деформированной конструкции, а ее второй конец занимает проектное положение (для этого длина пружины должна быть изменена). Удлинение такой пружины под силой 10,0 т будет равно  $\Delta_e = PL/(EA) = 10,0 \cdot 0,55 / 100,0 = 0,055 \text{ м.}$

Вариант 2б использует пружину проектной длины, при этом положение нижнего узла пружины отличается от проектного. Удлинение такой пружины под силой 10,0 т будет равно  $\Delta_e = PL/(EA) = 10,0 \cdot 0,80 / 100,0 = 0,08 \text{ м.}$

Нетрудно вычислить значение перемещения нижнего конца пружины. В варианте 2а оно равняется 0,388 м, а в варианте 2б мы получаем значение 0,413 м.

Таким образом, приведенный пример однозначно показывает целесообразность, а в отдельных случаях и необходимость учета в расчетном анализе конструкции ситуации с изменением исходных параметров элементов расчетной схемы.

Очевидно, что малые величины изменения исходных (проектных) размеров элементов расчетной модели (за счет их накопления в системе) могут не только привести к изменению результатов расчетов, но и повлиять самым существенным образом на перераспределение усилий (напряжений) в системе несущих конструкций, что показано в работе [16].

Необходимо также отметить особенности элементарных операций **D** (снятие внешней связи) и **G** (демонтаж элемента): эти операции трактуются не как разрушение элемента/внешней связи, но как активное вмешательство в конструктивную систему, т. е. в модель. Примером может служить установка или удаление временных креплений ограждения котлована (грунтовых анкеров, распорной системы). В режиме строительного периода (при отрытом котловане) эти элементы формируют систему временных внешних связей, которая удаляется после возведения несущих конструкций сооружения. Таким образом, внешнее вмешательство в систему с удалением элементов/внешних связей (временные крепления разгружаются и демонтируются) приводит к новой схеме распределения усилий в несущих конструкциях.

В общем виде в рамках метода конечных элементов расчетная технология поэтапного отслеживания изменения основных параметров расчетной модели (геометрии, жесткостных параметров элементов модели и связей, нагружения и деформирования) с замыканием системы на каждом заранее определенном этапе работы может быть показана в виде блок-схемы, представленной на рисунке 6:

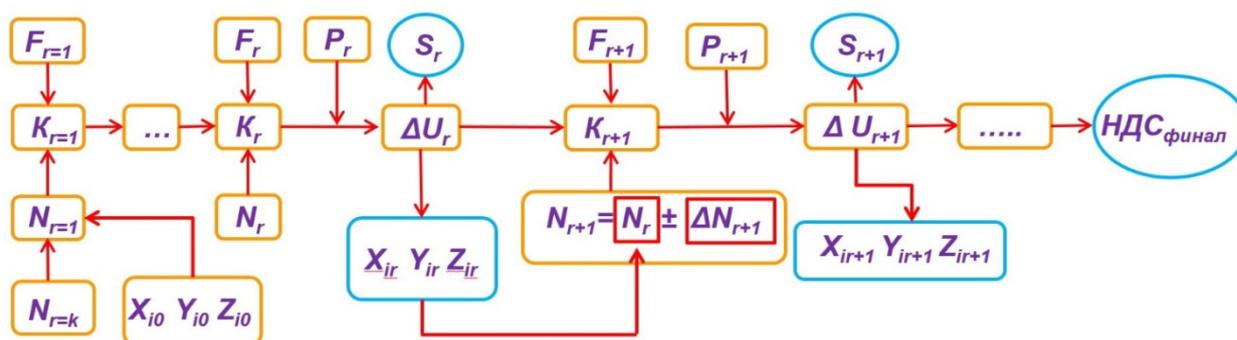


Рисунок 6. Блок-схема поэтапного расчета модели с учетом изменения основных расчетных параметров:

- $N_{r=k}$  – полный набор конечных элементов модели;
- $N_r, N_{r+1}$  – набор конечных элементов модели на этапах  $r$  и  $r+1$  соответственно;
- $F_r, F_{r+1}$  – жесткость внешних связей на этапах  $r$  и  $r+1$ ;
- $K_r, K_{r+1}$  – обобщенная матрица жесткости модели на этапах  $r$  и  $r+1$ ;
- $P_r, P_{r+1}$  – нагрузочный фактор на этапах  $r$  и  $r+1$  (накапливаемое загрузеие + нагрузки этапа);
- $\Delta U_r, \Delta U_{r+1}$  – приращение перемещений на этапах  $r$  и  $r+1$ ;
- $S_r, S_{r+1}$  – усилия/напряжения на этапах  $r$  и  $r+1$ ;
- $X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0}$  – координаты  $i$ -го узла, определенные проектом, группы конечных элементов  $N_{r=1}$ , входящих в модель на этапе 1;
- $X_{ir}, Y_{ir}, Z_{ir}$  – координаты  $i$ -го узла, определенные деформированным состоянием конечных элементов на этапе  $r$ ;
- $X_{ir+1}, Y_{ir+1}, Z_{ir+1}$  – координаты  $i$ -го узла, определенные деформированным состоянием конечных элементов на этапе  $r+1$

Отслеживание изменения расчетной схемы от этапа к этапу (в соответствии с приведенной на рисунке 6 блок-схемой) реализуется путем многоэтапной (от первого этапа до последнего) корректировки общей матрицы жесткости рассматриваемой модели. При этом на начальном этапе ( $r = 1$ ) конечные элементы (КЭ), входящие в состав модели, устанавливаются в координаты, определенные изначально, т. е. в проектные координаты. По результатам решения задачи этапа определяются усилия (напряжения) в КЭ, входящих в модель, и координаты узлов указанных КЭ.

Следующий этап ( $r = 2$ ), определенный в рамках решаемой задачи, должен иметь отличия от предыдущего: это либо приращение нагрузки, либо изменение какого-то параметра модели (см. набор элементарных операций). В случае появления новых КЭ в составе модели (элементарная операция **F**) на новом этапе необходимо принять решение о методе их установки (см. рис. 1, 2). В случае установки новой группы КЭ в проектные координаты должно быть выполнено условие: координаты узлов, являющихся общими для групп КЭ на предыдущем и выполняемом этапах расчета, принимаются по результатам предыдущего этапа. Такое соглашение позволяет выполнить процедуру корректировки геометрических параметров КЭ на каждом из этапов расчета, последующих за первым этапом.

Нагрузочный фактор  $P_r$  на каждом из последующих этапов расчета по сути представляет собой приращение накапливаемой нагрузки относительно предыдущего этапа. В случае изменения расчетной модели в соответствии с элементарными операциями типа **A, B, C, D, E, H, I** выполняется корректировка обобщенной матрицы жесткости на соответствующем этапе  $K_{r=j}$ .

Результатом расчета на каком-либо промежуточном этапе  $r = j$  является приращение перемещений на этапе ( $\Delta U_{r=j}$ ), что позволяет получить полные перемещения модели, сформированные за весь набор этапов расчета (от  $r = 1$  до  $r = j$ ) и, в свою очередь, приращения усилий (напряжений)  $\Delta S_{r=j}$  и полные значения усилий (напряжений) в рамках всех этапов расчета.

Возможным случаем расчетов с поэтапным отслеживанием НДС является случай деградации конструкции (элемента конструкции, экспериментального образца и т. п.), что соответствует элементарным операциям **G** и **H**. Такая ситуация может соответствовать случаю износа конструкции в течение эксплуатационного периода (см., например, работу [17]). Принципиальная возможность реализации конечноэлементного расчетного анализа НДС деградирующей системы представлена в работе [18] на примере исследования коррозионного поражения элементов конструкции в течение некоторого времени. Методы оптимизации конструкций, основанные на поэтапном исключении КЭ из общей модели (своеобразная деградация расчетной схемы), предложены в работе [19].

В целом, предлагаемый инструментарий позволяет выполнять обширный класс исследовательских задач по численному моделированию поведения образца под нагрузкой – так называемые расчетно-экспериментальные методы исследований. В основе таких работ лежат принятые критерии прочности, экспериментально определенные константы материалов и механизмы разрушения.

Расчетная технология, представленная в блок-схеме на рисунке 6, в случае исследования деградации модели является обратной по отношению к описанной для случая, соответствующего наращиванию расчетной модели конструкции: на первом этапе принимается расчетная схема, состоящая из полного набора КЭ, т. е. полностью готовой конструкции (исследуемого элемента, образца).

Нагрузочный фактор  $P_r$  первого и последующих этапов определяется спецификой решаемой задачи. В случае поэтапного нагружения конструкции устанавливается размер пошагового приращения нагрузки. Для случая исследования деградации конструкции под нагрузкой определенной величины принимается требуемая величина нагрузки.

В случае моделирования и исследования процесса деградации вследствие коррозионного поражения необходимо либо сформулировать законы изменения свойств материала, либо разработать модель влияния фактора коррозии на конструкцию (см., например, работу [20]).

Расчетная технология позволит не только определять накапливаемые в элементах модели образца напряжения, но и исключать разрушенные элементы из расчетной схемы, перераспределяя напряжения в оставшемся наборе. В этом случае элементарные операции **E** (снятие внутренней связи – отказ от объединения перемещений) и **G** (демонтаж элемента) представляются вполне приемлемыми инструментами. Ведь вследствие малых размеров конечных элементов модели допустимо (при малых величинах локальных разрушений) ограничиться квазистатической постановкой задачи. В таком случае накопленная в малых разрушающихся элементах энергия также мала, невелики и инерционные силы, что определяется малостью масс, приходящих в движение при локальном микроразрушении.

Деформирование расчетной модели с деградацией под пошаговой нагрузкой представляет собой картину физически нелинейной работы экспериментального образца вследствие формирования микроразрушений с накоплением их объема и переходом в макроразрушение (полное разрушение) конструкции. Теоретическое обоснование механизма разрушения образца как процесса формирования и накопления микроразрушений представлено в работах [21, 22].

Метод исследования деградации модели под возрастающей нагрузкой на основе экспериментально определенных констант материалов и критериев прочности позволяет выполнить вычислительный эксперимент, результатами которого могут быть данные об упругопластическом процессе деформирования и разрушения конструкции (образца) [23].

Расчетная технология конечноэлементного моделирования с отслеживанием НДС от этапа к этапу позволяет решать задачи с односторонними связями, относящиеся в общем случае к классу геометрически нелинейных задач. При известных условиях включения / выключения связи (например, условия работы вертикального растворного шва в каменной кладке [24]) пошаговый анализ НДС модели при изменяющейся нагрузке позволяет однозначно установить роль такой связи в процессе деформирования конструкции.

### Расчетная технология поэтапного учета изменений расчетной модели

Способ расчета, соответствующий блок-схеме на рисунке 6 и позволяющий учитывать изменение расчетной модели, может быть представлен в следующем виде.

Если рассматривать многорежимный процесс формирования системы несущих конструкций, их нагружения и деформирования, то для каждой стадии в отдельности можно использовать любой из классических методов строительной механики, но с учетом специфики многоэтапного расчета следует представить эти методы в форме, где отражается переменность системы. Для разрешающих уравнений метода перемещений будем писать:

$$\mathbf{K}^{(r)} \Delta \mathbf{u}^{(r)} = \Delta \mathbf{q}^{(r)}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{K}^{(r)}$  – матрица жесткости системы на  $r$ -м этапе, а  $\Delta \mathbf{u}^{(r)}$  и  $\Delta \mathbf{q}^{(r)}$  – соответственно векторы дополнительных перемещений и дополнительных приведенных узловых нагрузок, относящихся к  $r$ -му этапу. Зная  $\Delta \mathbf{u}^{(r)}$ , можно определить приращение усилий  $\Delta \mathbf{s}^{(r)}$  и получить накопленные по всем  $r$  этапам значения перемещений  $\mathbf{u}^{(r)}$  и усилий  $\mathbf{s}^{(r)}$

$$\mathbf{u}^{(r)} = \mathbf{u}^{(r-1)} + \Delta \mathbf{u}^{(r)}, \quad (2)$$

$$\mathbf{s}^{(r)} = \mathbf{s}^{(r-1)} + \Delta \mathbf{s}^{(r)}. \quad (3)$$

Такое поэтапное суммирование компонент НДС необходимо проводить в силу свойства своеобразной памяти системы. Соотношения (2) и (3) являются **законами наследования монтажных состояний конструкции**. Одновременное выполнение линейных соотношений (1) и законов наследования (2) – (3) порождает **генетическую нелинейность задачи** [15].

При переходе к следующему  $(r+1)$ -му этапу расчета меняется матрица жесткости  $\mathbf{K}^{(r)}$ , получающая приращение  $\Delta \mathbf{K}^{(r)}$ , которое является положительным, если в систему на этапе  $r+1$  добавляются элементы, и отрицательным, если они выбывают:

$$\mathbf{K}^{(r+1)} = \mathbf{K}^{(r)} + \Delta \mathbf{K}^{(r)}. \quad (4)$$

Более детально:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(r)} & \mathbf{K}_{12}^{(r)} & [\mathbf{0}] & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{21}^{(r)} & \mathbf{K}_{22}^{(r+1)} & \mathbf{K}_{23}^{(r+1)} & \mathbf{0} \\ [\mathbf{0}] & \mathbf{K}_{31}^{(r+1)} & \mathbf{K}_{33}^{(r+1)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(r)} & \mathbf{K}_{13}^{(r)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{21}^{(r)} & \mathbf{K}_{22}^{(r)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Delta \mathbf{K}_{11}^{(r+1)} & \Delta \mathbf{K}_{12}^{(r+1)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Delta \mathbf{K}_{21}^{(r+1)} & \Delta \mathbf{K}_{22}^{(r+1)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

и система разрешающих уравнений  $(r+1)$ -го этапа имеет вид:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(r)} & \mathbf{K}_{12}^{(r)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{21}^{(r)} & \mathbf{K}_{22}^{(r+1)} & \mathbf{K}_{23}^{(r+1)} & \mathbf{0} \\ [\mathbf{0}] & \mathbf{K}_{31}^{(r+1)} & \mathbf{K}_{33}^{(r+1)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_1^{(r+1)} \\ \Delta \mathbf{u}_2^{(r+1)} \\ \Delta \mathbf{u}_3^{(r+1)} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Delta \mathbf{q}_1^{(r+1)} \\ \Delta \mathbf{q}_2^{(r+1)} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Здесь  $\Delta \mathbf{u}_1^{(r+1)}$  – приращение перемещений в ранее смонтированной и неизменившейся части сооружения;  $\Delta \mathbf{u}_2^{(r+1)}$  – приращение перемещений в узлах, к которым примкнули новые элементы;  $\Delta \mathbf{u}_3^{(r+1)}$  – перемещения вновь появившихся узлов. Правый нулевой блочный столбец и нижняя нулевая блочная строка матрицы жесткости относятся к еще не включенной в модель части конструкции и будут задействованы на последующих этапах расчета.

В некоторых случаях изменения расчетной схемы связаны с корректировкой параметров тех или иных ранее смонтированных элементов (изменение модуля упругости, коэффициента постели упругого основания и т. п.). В этом случае можно полагать, что происходит замена ранее введенной, например на  $s$ -м этапе, матрицы жесткости  $\Delta \mathbf{K}^{(s)}$  на новую матрицу  $\Delta \mathbf{K}^{(r)}$ :

$$\mathbf{K}^{(r+1)} = \mathbf{K}^{(r)} - \Delta \mathbf{K}^{(s)} + \Delta \mathbf{K}^{(r)}. \quad (7)$$

Понятно, что для воздействий, относящихся к различным стадиям одного и того же этапа монтажа, действуют обычные линейные законы механики, а расчетная схема конструкции меняется только при переходе к следующему монтажному этапу. В этой связи под приращениями  $\Delta \mathbf{u}^{(r)}$  и  $\Delta \mathbf{s}^{(r)}$  следует понимать изменение перемещений и усилий, произошедшее от момента завершения последней стадии предшествующего этапа монтажа.

На любом этапе замыкания системы на конструкцию могут действовать некоторые нагрузки, совокупность которых определяет возможное НДС системы на этом этапе. Но в уравнениях (1) или (6) фигурируют только **наследуемые нагрузки**.

Таким образом, необходимым условием поэтапного анализа НДС системы (в пределах всех прогнозируемых режимов работы сооружения) является определение нагрузок, неотъемлемо связанных с существованием собственно конструктивных элементов, например нагрузок от собственного веса конструкций, от предварительного напряжения, либо отдельных видов специальных нагрузок. Такие нагрузки, генетически связанные с конструкциями, переходят из одного этапа в другой и являются **наследуемыми**. Наследуемые нагрузки являются накапливаемыми: формируемое их действиями НДС передается от этапа к этапу.

Заметим, что в некоторых случаях часть наследуемых нагрузок действует только в рамках  $r$ -го этапа монтажа и при переходе к последующим этапам снимается. Такая ситуация типична, например, для навесного монтажа конструкции, когда вес кранового оборудования учитывается при формировании вектора  $\Delta \mathbf{q}^{(r)}$  с расположением кранов, соответствующим именно этому этапу. При переходе к следующему  $(r+1)$ -му этапу монтажа вектор узловых нагрузок формируется с учетом нового положения кранового оборудования, но при этом нужно помнить о необходимости приложения на  $(r+1)$ -м этапе и отрицательных крановых нагрузок, аннулирующих крановые воздействия на систему, относящиеся к предыдущему этапу. Если этого не сделать, то законы наследования (2) и (3) не будут работать.

Итак, на каждом из этапов режима возведения (рабочего режима) выполняются работы по установке или удалению отдельных конструктивных элементов или их групп, регулированию фактических размеров элементов несущих конструкций, введению или удалению временных связей, изменению параметров связей системы с внешней средой и т. п. В основу технологии расчета, учитывающей указанные выше обстоятельства, положен принцип поэтапного отслеживания изменения основных параметров расчетной модели (геометрии, жесткостных параметров элементов модели и связей, нагружения и деформирования) с замыканием системы на каждом (заранее определенном) этапе рабочего режима или режима возведения здания. При этом четко различается суммарное НДС системы, которое возникает на каждом рассматриваемом этапе с учетом всех предшествующих этапов, и приращение НДС, вызванное дополнительными воздействиями на систему, относящимися исключительно к рассматриваемому этапу.

Все расчеты выполняются в предположении справедливости обычных допущений линейной строительной механики для каждой стадии состояния расчетной модели. Однако задача в целом становится нелинейной за счет изменения модели при переходе от одного этапа к другому.

На основе представленных в настоящей работе общих положений учета изменения модели, набора расчетного инструментария (элементарные операции) и теоретических основ конечноэлементного расчета разработан специальный расчетный модуль с условным названием «Монтаж», включенный в состав расчетного комплекса SCAD (версия 11.3 и выше). Расчетный модуль «Монтаж» верифицирован [25] по принятой технологии с использованием референсного расчетного комплекса ПК «ANSYS».

### Заключение

На основании анализа расчетных ситуаций, которые требуют учета изменения расчетной модели в течение жизненного цикла зданий и сооружений, сформулированы принципы моделирования, разработан набор расчетных инструментов (основных элементарных операций) и предложены теоретические основы расчетной технологии, позволяющие выполнить расчетное обоснование изменяющейся расчетной схемы с поэтапным отслеживанием НДС.

Представлены результаты анализа расчетной ситуации технологии монтажа методом наращивания конструкций, и обоснована необходимость учета изменения исходных геометрических параметров элементов расчетной схемы в соответствии с процессом наследования НДС от этапа к этапу.

Обоснована возможность выполнения исследований на базе разработанных расчетных технологий в ситуации деградации конструкции, связанной с износом, коррозионным повреждением, формированием микро- и макроповреждений под нагрузкой и других факторов.

Представленный набор расчетных инструментов моделирования изменения расчетной схемы позволяет выполнять расчетный анализ несущих систем зданий и сооружений в различных режимах работы конструкций, а также расчетные исследования в рамках численных экспериментов.

*Авторы выражают глубокую признательность д.т.н. А.В. Перельмутеру за участие в обсуждении всех аспектов проблемы, изложенной в статье.*

### Литература

1. Гильман Г.Б., Борисенко В.С. Расчет пространственных систем с изменяющейся в процессе нагружения расчетной схемой // ЭВМ в исследованиях и проектировании объектов строительства. Вып III. К.: КиевЗНИИЭП, 1973. С. 27–37.
2. Завьялова О.Б. Учет истории нагружения монолитных железобетонных плитно-стержневых систем при определении напряженно-деформированного состояния их элементов // Промышленное и гражданское строительство. 2012. №7. С. 58–61.
3. Кодыш Э.Н., Янкилевич Л.М. Расчет связевых каркасов многоэтажных зданий в стадии монтажа. Железобетон-ные конструкции промышленных зданий. М.: ЦНИИПромзданий, 1989. 191 с.
4. Городецкий С.А., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. К.: Факт, 2007. 394 с.
5. Городецкий А.С., Батрак Л.Г., Городецкий Д.А., Лазнюк М.В., Юсипенко С.В. Расчет и проектирование конструкций высотных зданий из монолитного железобетона. К.: Факт; 2004. 106 с.
6. Poojara S.D., Patel P.V. Axial deformation of columns in multi-story R.S. buildings // International journal of civil engineering and technology (IJCIET). 2014. Vol. 5. Issue 3. Pp. 294–300.
7. Kim H.S., Shin, A.K. Column Shortening Analysis with Lumped Construction Sequences // Procedia Engineering. 2011. Vol. 14. Pp. 1791–1798.
8. Jayasinghe M.T.R., Jayasena, W.M.V.P.K. Effects of Axial Shortening of Columns on Design and Construction of Tall Reinforced Concrete Buildings // Practice Periodical on Structural Design and Construction. 2004. Vol. 9. No. 2. Pp. 70–78.
9. Pan B., Li G. Finite Element Simulation of Cantilever Construction Structure // International Conference on Innovations in Electrical and Civil Engineering (ICIECE'2012) Phuket. May 26-27, 2012. Pp. 181–186.

10. Song J. Y. Simulation and analysis of construction process of Juancheng Yellow River Highway Bridge // Harbin Gongye Daxue Xuebao. Journal of Harbin Institute of Technology. 2010. Vol. 42. No. SUPPL.1. Pp. 266–269.
11. Ates S. Numerical modeling of continuous concrete box girder bridges considering construction stages // Applied Mathematical Modeling. 2011. Vol 35. Issue 8. Pp. 3809–3820.
12. Кабанцев О.В. Расчет конструкций многоэтажных и высотных железобетонных зданий с учетом изменения основных параметров расчетной модели в режимах возведения и эксплуатации // Научные труды III Всероссийской (II Международной) конференция по бетону и железобетону (Москва, 12-16 мая 2014 г.). Т. 1. С. 282–292.
13. Кабанцев О.В., Карлин А.В. Расчет несущих конструкций с учетом истории возведения и поэтапного изменения основных параметров расчетной модели // Промышленное и гражданское строительство. 2012. №7. С. 33–35.
14. Kabantsev O., Perelmuter A. Modeling transition in design model when analyzing specific behaviors of structures // Procedia Engineering. 2013. Vol. 57. Pp.479–488.
15. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. М.: СКАДСОФТ, АСВ, ДМК Пресс, 2011. 709 с.
16. Кабанцев О.В. Метод расчета многоэтажных зданий с учетом процесса изменения расчетной схемы при различных режимах работы // Вестник МГСУ. 2013. №10. С. 43–51.
17. Перельмутер А.В. Износ и надежность стальных конструкций // Автоматическая сварка. 2000. №9–10(570–571). С. 107–112.
18. Szary T., Köckritz V. Numerische Bewertung lokaler Verschwächungen in Ölfeldrohren // Erdöl, Erd-gas Kohle. 2004. Vol. 11. Pp. 403–407.
19. Chu D. N., Xie Y. M., Hira A., Steven G. P. Evolutionary structural optimization for problems with stiffness constraints // Finite Elements in Analysis and Design. 1996. Vol. 21. Pp. 239–251.
20. Бенин А.В., Семенов А.С., Семенов С.Г., Мельников Б.Е. Конечно-элементное моделирование процессов разрушения и оценка ресурса элементов автодорожного моста с учетом коррозионных повреждений // Инженерно-строительный журнал. 2012. №7(33). С. 32–42.
21. Бурого Н.Г. Моделирование разрушения упругопластических тел // Вычислительная механика сплошных сред. 2008. Т.1. №4. С. 5–20.
22. Вильдеман В.Э., Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А. Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов. М.: Наука. Физматлит, 1997. 228 с.
23. Новосёлов А.В., Вильдеман В.Э. Исследование характера процесса разрушения ортотропных пластин с концентраторами напряжений на базе вычислительного эксперимента. // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2012. №4. С. 66–78.
24. Кабанцев О.В., Частные критерии прочности каменной кладки для анализа упруго-пластического деформирования // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2013. №3. С. 36–41.
25. Кабанцев О.В. Верификация расчетной технологии «Монтаж» программного комплекса «SCAD» // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2011. Vol. 7. Issue 3. Pp. 103–109.

*Олег Васильевич Кабанцев, Москва, Россия  
Тел. моб.: +7(916)695-77-30; эл. почта: ovk531@gmail.com*

*Ашот Георгиевич Тамразян, Москва, Россия  
Тел. моб.: +7(903)730-58-43; эл. почта: tamrazian@mail.ru*

© Кабанцев О.В., Тамразян А.Г., 2014

doi: 10.5862/MCE.49.2

## Allowing for changes in the calculated scheme during the analysis of structural behaviour

**O.V. Kabantsev**

*Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia  
+79166957730; e-mail: ovk531@gmail.com*

**A.G. Tamrazian**

*Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia  
+7903730584; e-mail: tamrazian@mail.ru*

### Key words

design modeling; load-bearing structures; stress-and-strain state; design prediction; model of external constraints; calculated technology; exposure model

### Abstract

Traditional calculation technologies are based on substantial simplifications and do not allow for very important (and in certain cases - crucial) situations related to changes in the design model during the life cycle of a building. The objective of the study was to analyze the processes that lead to changes in the structural design scheme, and to determine general principles of modeling changes in the design model.

The study determined a set of basic elementary operations that allow modeling a step change in the design model. The paper presents the analysis of building up the model, and emphasizes the necessity to modify original geometrical parameters of the design scheme elements.

The paper formulates modeling principles, presents theoretical foundations and principles of the calculation technology which tracks phase changes of the stress-and-strain state allowing for changes in the design scheme. The article comes up with proposals to implement the computational analysis during the structural degradation for different reasons (wear, corrosion, micro-and macro-fracture under load etc.). The research results can be applied in the analysis of building systems, separate designs and test samples in order to allow adequately for changes in the design scheme.

### References

1. Gilman G.B., Borisenko V.S. Raschet prostranstvennykh sistem s izmenyayuscheysya v protsesse nagruzheniya raschetnoy shemoy [Calculation systems with space variable in the process of loading the design scheme]. *EVM v issledovaniyah i proektirovanii obyektov stroitelstva. Vyip III* [Computers in the research and design of construction projects]. K.: KievZNIIEP. 1973. Pp. 27–37. (rus)
2. Zavyalova O.B. Uchet istorii i nagruzheniya monolitnykh zhelezobetonnykh plitno-sterzhnevyykh sistem pri opredelenii napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya ih elementov [Accounting the loading history of monolithic reinforced concrete plate-rod systems in determining stress-strain state of their elements]. *Industrial and Civil Engineering*. 2012. No 7. Pp. 58–61. (rus)
3. Kodyish E.N., Yankilevich L.M. Raschet svyazevykh karkasov mnogoetazhnykh zdaniy v stadii montazha. *Zhelezobetonnyye konstruksii promyshlennyykh zdaniy* [The calculation of binding frameworks multistory buildings in the assembly stage. Reinforced concrete structures of industrial buildings]. Moscow: TsNIIpromzdaniy, 1989. 191 p. (rus)
4. Gorodetskiy S.A., Evzerov I.D. *Kompyuternyye modeli konstruksiy* [Computer models of structures]. Kiev: Fakt, 2007. 394 p. (rus)
5. Gorodetskiy A.S., Batrak L.G., Gorodetskiy D.A., Laznyuk M.V., Yusipenko S.V. *Raschet i proektirovanie konstruksiy vyisotnykh zdaniy iz monolitnogo zhelezobetona* [Calculation and design high-rise buildings of monolithic reinforced concrete]. Kiev: Fakt, 2004. 106 p. (rus)
6. Snehal S.D., Patel P.V. Axial deformation of columns in multi-story R.S. buildings. *International journal of civil engineering and technology (IJCIET)*. 2014. Vol. 5. Issue 3. Pp. 294–300.
7. Kim H.S., Shin A.K. Column Shortening Analysis with Lumped Construction Sequences. *Procedia Engineering*. 2011. Vol. 14. Pp. 1791–1798.

Kabantsev O.V., Tamrazian A.G. Allowing for changes in the calculated scheme during the analysis of structural behaviour

8. Jayasinghe M.T.R., Jayasena W.M.V.P.K. Effects of Axial Shortening of Columns on Design and Construction of Tall Reinforced Concrete Buildings. *Practice Periodical on Structural Design and Construction*. 2004. Vol. 9. No. 2. Pp. 70–78.
9. Pan B., Li G. Finite Element Simulation of Cantilever Construction Structure. *International Conference on Innovations in Electrical and Civil Engineering (ICIECE'2012) Phuket*. May 26-27, 2012. Pp. 181–186.
10. Song J. Y. Simulation and analysis of construction process of Juancheng Yellow River Highway Bridge. *Harbin Gongye Daxue Xuebao. Journal of Harbin Institute of Technology*. 2010. Vol. 42. No. SUPPL.1. Pp. 266–269.
11. Ates S. Numerical modeling of continuous concrete box girder bridges considering construction stages. *Applied Mathematical Modeling*. 2011. Vol. 35. Issue 8. Pp. 3809–3820.
12. Kabantsev O.V. Raschet konstruksiy mnogoetazhnykh i vyisotnykh zhelezobetonnykh zdaniy s uchedom izmeneniya osnovnykh parametrov raschetnoy modeli v rezhimakh vozvedeniya i ekspluatatsii [Structural analysis of high-rise reinforced-concrete buildings taking into account changes of basic parameters of the design model in erection and operation modes]. *Nauchnyye trudy III Vse-rossiyskoy (II Mezhdunarodnoy) konferentsiya po betonu i zhelezobetonu* [III All-Russian scientific papers (II International) Conference on concrete and reinforced concrete]. Moscow, 12-16 May 2014. Vol. 1. Pp. 282–292. (rus)
13. Kabantsev O.V., Karlin A.V. Raschet nesushchikh konstruksiy s uchedom istorii vozvedeniya i poetapnogo izmeneniya osnovnykh parametrov raschetnoy modeli [The calculation load-bearing structures, taking into account the history of erection and construction of phase changes in the basic parameters of the calculation model]. *Industrial and Civil Engineering*. 2012. No7. Pp. 33–35. (rus)
14. Kabantsev O., Perelmuter A. Modeling transition in design model when analyzing specific behaviors of structures. 11-th International Conference on Modern Building Materials, Structures and Techniques MBMST 2013. Vilnius. 2013. *Procedia Engineering*. 2013. Vol. 57. Pp. 479–488.
15. Perelmuter A.V., Slivker V.I. *Raschetnyye modeli sooruzheniy i vozmozhnost ih analiza* [Calculation models of structures and the possibility of their analysis]. Moscow: SKADSOFT, ASV, DMK Press, 2011. 709 p. (rus)
16. Kabantsev O.V. Metod rascheta mnogoetazhnykh zdaniy s uchedom protsessa izmeneniya raschetnoy shemy pri razlichnykh rezhimakh raboty [Method of calculating the multi-storey buildings taking into account changing process calculated scheme under different operating conditions]. *Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering*. 2013. No. 10. Pp. 43–51. (rus)
17. Perelmuter A.V. Iznos i nadezhnost stalnykh konstruksiy [Wear and reliability of steel structures]. *Avtomatischeckaya svarka*. 2000. No 9–10(570–571). Pp. 107–112. (rus)
18. Szary T., Köckritz V. Numerische Bewertung lokaler Verschwächungen in Ölfeldrohren. *Erdöl, Erdgas Kohle*. 2004. Vol. 11. Pp. 403–407.
19. Chu D.N., Xie Y.M., Hira A., Steven G.P. Evolutionary structural optimization for problems with stiffness constraints. *Finite Elements in Analysis and Design*. 1996. Vol. 21. Pp. 239–251.
20. Benin A.V., Semenov A.S., Semenov S.G., Melnikov B.E. Konechno-elementnoe modelirovanie protsessov razrusheniya i otsenka resursa elementov avtodorozhnogo mosta s uchedom korroziionnykh povrezhdeniy [Finite element modeling of fracture processes and estimation of durability of the road bridge with account of corrosion damages]. *Magazine of Civil Engineering*. 2012. No. 7. Pp. 32–42. (rus)
21. Burago N.G. Modelirovanie razrusheniya uprugoplasticheskikh tel [Modelling of damage in elastic plastic bodies]. *Computational continuum mechanics*. 2008. Vol. 1. No 4. Pp. 5–20. (rus)
22. Vildeman V.E., Sokolkin Yu.V., Tashkinov A.A. *Mehanika neuprugogo deformirovaniya i razrusheniya kompozitsionnykh materialov* [Mechanics of inelastic deformation and destruction composite materials]. Moscow: Nauka. Fizmatlit, 1997. 228 p. (rus)
23. Novosyolov A.V., Vildeman V.E. Issledovanie haraktera protsessa razrusheniya ortotropnykh plastin s kontsentratorami napryazheniy na baze vyichislitel'nogo eksperimenta [Structural failure behavior research for the planar stressed plates based on numerical modeling]. *PNRPU Mechanics Bulletin. Mechanics*. 2012. No 4. Pp. 66–78. (rus)
24. Kabantsev O.V. Chastnyie kriterii prochnosti kamennoy kladki dlya analiza uprugo-plasticheskogo deformirovaniya [Partial criteria of masonry strength for elastic-plastic deformation]. *Earthquake engineering. Safety of structures*. 2013. No. 3. Pp. 36–41. (rus)
25. Kabantsev O.V. Verifikatsiya raschetnoy tehnologii «Montazh» programmnoy kompleksa «SCAD» [Verification of computational technology "Mounting" from software complex «SCAD»]. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2011. Issue 3. Vol. 7. Pp. 103–109. (rus)

**Full text of this article in Russian: pp. 15–26**

Kabantsev O.V., Tamrazian A.G. Allowing for changes in the calculated scheme during the analysis of structural behaviour