

Министерство образования и науки Российской Федерации

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

---

**Приоритетный национальный проект «Образование»  
Национальный исследовательский университет**

***Е. В. СЕКО***

**ЭКОНОМИКА СТРОИТЕЛЬСТВА  
МЕТОДЫ ФИНАНСОВО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ  
РАСЧЕТОВ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ**

Учебное пособие

Санкт-Петербург  
Издательство Политехнического университета  
2013

УДК 336  
ББК 65.9(2)262  
Ф 59

**Секо Е. В. Экономика строительства. Методы финансово-экономических расчетов в строительстве:** учеб. пособие / Е. В. Секо. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2013. – 156 с.

Учебное пособие содержит материалы для изучения основных методов финансовых и коммерческих расчетов в строительстве. В учебном пособии содержится большой, по сравнению с учебниками по экономике строительства, объем учебного текста, относящегося к вопросам техники финансово-экономических расчетов. Приводится достаточно большой объем практических примеров и учебные задания с подробными решениями и пояснениями, позволяющий глубже изучить и усвоить конкретную тематику.

Пособие предназначено для слушателей системы дополнительного профессионального образования высших учебных заведений, обучающихся по программе «Технология, организация и экономика строительства».

Пособие может быть полезно в системах повышения квалификации, в учреждениях дополнительного профессионального образования, для студентов и аспирантов очной формы обучения и для всех, у кого есть желание начать знакомство с увлекательным миром финансового менеджмента.

Работа выполнена в рамках реализации программы развития национального исследовательского университета «Модернизация и развитие политехнического университета как университета нового типа, интегрирующего мультидисциплинарные научные исследования и надотраслевые технологии мирового уровня с целью повышения конкурентоспособности национальной экономики».

Печатается по решению редакционно-издательского совета Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

ISBN

© Секо Е. В. , 2013  
© Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, 2013

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Сокращения, принятые в тексте .....	5
Введение.....	6
1. Основные понятия финансирования .....	8
1.1. Кругооборот продуктов и доходов.....	8
1.2. Основные финансовые операции .....	18
1.3. Субъекты финансовой деятельности в строительстве .....	20
2. Проценты и процентные пропорции .....	24
2.1. Понятие процента и процентные числа.....	24
2.2. Задачи на процентные числа.....	27
3. Элементы теории процентных ставок.....	33
3.1. Феномен экономического роста .....	33
3.2. Простые процентные ставки .....	36
3.3. Переменные процентные ставки .....	43
3.4. Плавающие процентные ставки .....	44
3.5. Средние процентные ставки .....	45
3.6. Эффективные процентные ставки.....	45
4. Задачи на простые процентные ставки .....	46
4.1. Декурсивные проценты .....	46
4.2. Антисипативные проценты.....	49
4.3. Коммерческий кредит.....	51
5. Конверсии валюты .....	53
5.1. Схема СКВ-руб-СКВ .....	53
5.2. Схема руб — СКВ — руб.....	57
6. Сложные процентные ставки .....	60
6.1. Экспоненциальный рост и сложные проценты.....	60
6.2. Сроки окупаемости инвестиционных проектов .....	63
6.3. Связь простых и сложных процентов .....	66
6.4. Задачи на сложные проценты .....	66
7. Инфляция .....	70
7.1. Основные показатели инфляции .....	70
7.2. Нарращивание с учетом инфляции .....	74
7.3. Доходность операции с учетом инфляции (измерение реальной ставки процента) .....	78

8. Элементы теории финансовых рент.....	81
8.1. Параметры ренты .....	82
8.2. Прямой расчет наращенной суммы и современной стоимости потока платежей. ....	85
8.3. Наращенная сумма постоянной годовой ренты постнумерандо .....	87
8.4. Современная стоимость постоянной ренты постнумерандо .....	90
8.5. Определение параметров постоянных рент постнумерандо .....	94
9. Долгосрочная задолженность .....	99
9.1. Основные понятия.....	99
9.2. Погашение долга равными срочными платежами. ....	100
9.3. Схемы ипотеки .....	104
9.4. Расчеты по стандартным ипотечным ссудам .....	108
10. Эффективные ставки процентов.....	111
10.1. Понятие эффективной ставки .....	111
10.2. Операции с учетом комиссионных .....	112
10.3. Вычисление эффективной процентной ставки .....	116
11. Операционный рычаг.....	123
11.1. Классификация затрат предприятия .....	123
11.2. Дифференциация затрат .....	125
11.3. Порог рентабельности и запас финансовой прочности .....	128
12. Финансовый рычаг .....	131
12.1. Вводные замечания.....	131
12.2. Базовые показатели финансового менеджмента .....	132
12.3. Обоснование суммы кредита .....	140
Библиографический список .....	146
Приложение .....	147
Задания на курсовую работу по дисциплине "Финансово- экономические расчеты в строительстве" .....	148
Пример выполнения курсовой работы "Финансовые расчеты в строительстве" .....	152

## СОКРАЩЕНИЯ, ПРИНЯТЫЕ В ТЕКСТЕ

- БРЭИ — Брутто-результат эксплуатации инвестиций;
- ВВП — Внутренний валовый продукт;
- ВНД — Внутренний национальный доход;
- ВСД — Внутренняя ставка доходности, внутренняя рентабельность, внутренняя норма возврата на капитал;
- Д — Дифференциал финансового рычага;
- ДС — Добавленная стоимость;
- ЗС — Заемные средства;
- ЗФП — Запас финансовой прочности;
- КМ — Коммерческая маржа;
- КТ — Коэффициент трансформации;
- НРЭИ — Нетто-результат эксплуатации инвестиций, (прибыль до уплаты процентов за кредит и налога на прибыль);
- РСС, — Рентабельность собственных средств  
ROE (собственного капитала);
- СВОР — Сила воздействия операционного рычага;
- СКВ — Свободно конвертируемая валюта;
- СРСП — Средняя расчетная ставка процента;
- СС — Собственные средства;
- ФИ — Финансовые издержки;
- ЭР, — Экономическая рентабельность активов (экономическая рента-  
ROA бельность всего капитала предприятия);
- ЭФР — Эффект финансового рычага.

## ВВЕДЕНИЕ

Стимулом к написанию данного учебного пособия послужил активный интерес слушателей системы профессиональной переподготовки по специальности «Экономика строительства» к технике финансовых расчетов, постоянно ощущаемый автором в течение многих лет в процессе чтения лекций и ведения практических занятий по экономике строительства.

Одна из причин такого интереса кроется, по-видимому, в том, что российская система профессионального образования в сфере строительства не уделяет должного внимания изучению методов финансовых и коммерческих расчетов в этой отрасли.

В тоже время в строительном бизнесе, который в настоящее время ведется, в основном, частными компаниями, без этих знаний и навыков невозможно выработать обоснованные коммерческие решения. В результате сложившаяся система подготовки специалистов, владеющих методами финансовых и коммерческих расчетов в области строительства, не соответствует потребностям строительной отрасли.

Кроме того, строительный бизнес имеет существенные отраслевые особенности, которые приводят к тому, что методы финансовых и коммерческих расчетов в этой сфере имеют целый ряд характерных черт, которые требуют выделения такого материала в самостоятельный раздел.

Данное учебное пособие — это попытка в какой-то степени восполнить пробел в учебной литературе по экономике строительства.

Пособие содержит систематизированное изложение основных методов, необходимых для осуществления широкого спектра разнообразных расчетов, с которыми сталкиваются финансисты, экономисты, бухгалтеры, менеджеры, акционеры и владельцы строительных предприятий.

Структура пособия разработана таким образом, чтобы обеспечивалась возможность изучения материала от простого к сложному. В

его 12 разделах последовательно изложен материал общеобразовательного характера (основные понятия финансирования, проценты и процентные пропорции), затем рассматриваются элементы теории процентных ставок и финансовых рент и на основе этого теоретического материала излагаются подходы к оценке основных финансовых параметров хозяйственных операций и к погашению долгосрочной задолженности.

Материал пособия ориентирован на использование в качестве дополнения к лекциям и практическим занятиям.

Для более глубокого усвоения материала непосредственно в тексте приводится большое количество учебных задач с подробными пояснениями способов их решения.

Предполагается, что задачи для самостоятельного решения будут предлагаться слушателям в процессе практических занятий.

Следует отметить, что пособие можно рассматривать и как краткое введение в соответствующие разделы финансового менеджмента, основательное знакомство с которым следует осуществлять по более фундаментальным источникам. Некоторые из них указаны в библиографическом списке.

Автор надеется, что пособие окажется полезным в системах профессиональной переподготовки, повышения квалификации, в учреждениях дополнительного профессионального образования. Пособие может быть интересным также для всех специалистов, которые хотят начать знакомство с увлекательным миром финансового менеджмента и применять его методы в практической работе.

# 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ФИНАНСИРОВАНИЯ

## *1.1. Кругооборот продуктов и доходов*

Основные понятия финансирования рассмотрим с помощью модели экономической системы, которую иногда называют моделью кругооборота продуктов и доходов. Рассматриваемая модель экономической системы — весьма упрощенное ее представление. В действительности все гораздо сложнее. Однако с помощью этой модели удобно пояснить некоторые важные понятия, которые мы будем использовать в дальнейшем.

В модели, представленной на рис. 1.1, в качестве основных элементов экономической системы рассматриваются производители продуктов, их потребители (имеется в виду личное потребление), рынки продуктов, рынки ресурсов, финансовые рынки и государство. Начнем рассмотрение с модели, которая состоит только из четырех элементов (производители, потребители, рынки продуктов и рынки ресурсов). В дальнейшем в контур модели будут введены дополнительные элементы, для которых предусмотрено место внутри контура.

Потребители покупают продукты для личного потребления на рынке продуктов. Этот процесс обеспечивается соответствующими платежами. Для исполнения этих платежей потребителям необходимы денежные средства, которые они получают, продавая принадлежащие им ресурсы, на рынке ресурсов и на финансовых рынках.

Потребители владеют тремя видами ресурсов: труд, земля и капитал. Это одно из сильных предположений модели. С ресурсом «труд» все более или менее понятно, поскольку большая часть населения вынуждена продавать собственный труд для получения доступа к рынку продуктов. По отношению к остальным двум видам ресурсов (земля и капитал) такое предположение может показаться сильной абстракцией.



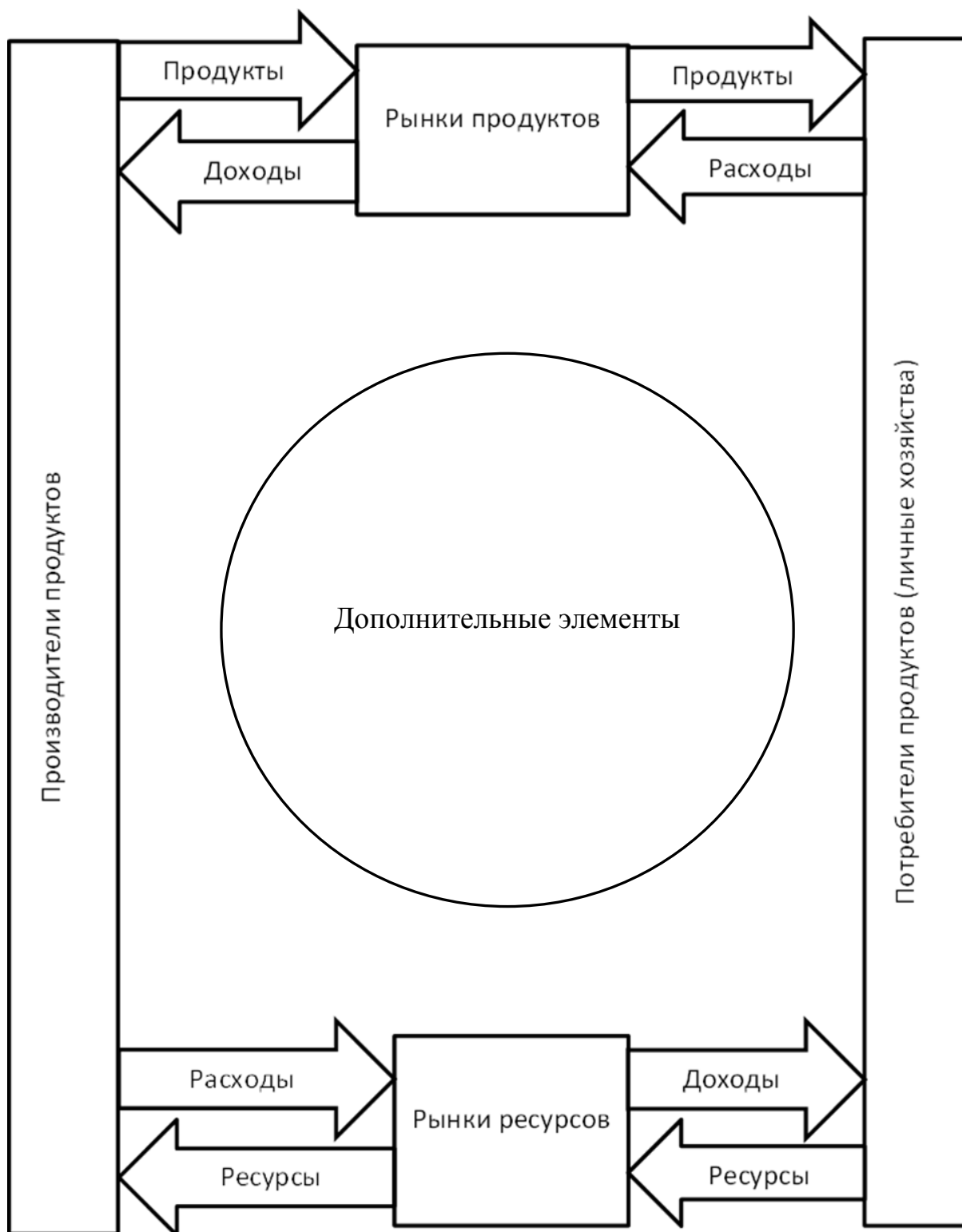


Рис. 1.1. Модель кругооборота продуктов и доходов (вариант 1)

Однако можно привести практические примеры, демонстрирующие его реальность. Например, в некоторых странах (Арабские Эмираты, Ливия и др.) население получает ренту от продажи природных ресурсов, существование которой является косвенным признанием того, что природные ресурсы (земля) признаются собственностью всех граждан.

Кроме того, определенная часть населения имеет сбережения, которые поступают на финансовые рынки (в первом варианте модели на рис. 1.1 этот элемент опущен) и затем трансформируются в инвестиционные потоки и элементы капитала, подтверждая тем самым обоснованность предположения о наличии у граждан ресурсов, которые в концентрированном виде могут становиться инвестициями и капиталовложениями.

Производители продуктов закупают необходимые им ресурсы на рынке ресурсов за соответствующую плату.

Переработав ресурсы, они продают произведенные ими продукты на рынке продуктов, замыкая тем самым кругооборот.

В рассматриваемой системе существуют, таким образом, два противоположно направленных потока: поток продуктов и соответствующий ему поток денежных платежей (поток доходов). Эти потоки характеризуются двумя макроэкономическими показателями — валовым внутренним продуктом и валовым национальным доходом.

Валовый внутренний продукт — показатель, отражающий рыночную стоимость всех конечных товаров и услуг, предназначенных для непосредственного употребления, произведённых за определенный период времени во всех отраслях экономики на территории государства.

Поскольку этот показатель измеряет скорость производства продуктов в экономике, его ассоциируют с потоком продуктов, производимых в экономике.

**ВАЛОВЫЙ ВНУТРЕННИЙ ПРОДУКТ (ВВП)** — поток продуктов, производимых в экономической системе, в единицу времени, оцениваемый в денежной форме.

**ВАЛОВОЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ДОХОД (ВНД)** — поток первичных доходов, получаемых резидентами данной страны в единицу времени, оцениваемый в денежной форме.

В качественном отношении различия между ВВП и ВНД состоят в том, что ВВП представляет собой объём конечных товаров и услуг или вновь возданную стоимость, а ВНД — поток первичных доходов, полученных резидентами данной страны вследствие их участия в создании ВВП данной страны и ВВП других стран.

В замкнутой экономической системе, в которой нет экспорта и импорта (именно такую систему мы и рассматриваем), естественно, имеет место численное равенство денежных оценок этих показателей:

$$\text{ВВП} = \text{ВНД}.$$

Поскольку оба рассматриваемых показателя характеризуют потоки (т.е. отражают скорость протекания процессов), их размерность является размерностью скорости (в нее входит время). Обозначая размерность величины, как это принято, с помощью идентификатора величины, заключенного в квадратные скобки, имеем:

$$[\text{ВВП}] = [\text{ВНД}] = \text{руб./год}.$$

Приведенное равенство читается так: размерность валового национального продукта равна размерности валового национального дохода и измеряется количеством рублей в год.

Кроме потоков, экономическая система характеризуется еще одной статической характеристикой, имеющей смысл запаса. Это денежная масса  $M$ . Её размерность – национальная валюта (рубли).

Изображенная на рис. 1.1 картина напоминает схему циркуляции жидкости по двум замкнутым контурам труб. Если воспользоваться этой аналогией, то становится ясно, что в замкнутую трубу невозможно налить жидкости больше, чем это позволяет ее объём. При

этом часть жидкости не будет использована. Если же в контур налить жидкости меньше ее объема, контур останется незаполненным, и не будет использоваться полностью его потенциал. Эта аналогия дает возможность рассмотреть простейшую модель инфляционных процессов. Если денежной массы больше, чем это необходимо по условиям сбалансированного производства и потребления, то имеет место инфляция и, как ее следствие, рост цен и снижение покупательной способности денежной единицы. Если денежной массы меньше, чем это необходимо, то имеет место стагнация производства и, как ее следствие, снижение реального потребления, очереди и дефицит. Эти соображения выражаются известным уравнением Фишера.

Согласно уравнению Фишера произведение величины денежной массы на скорость обращения денег равно произведению уровня цен на объем национального продукта (вспомним гидродинамику!):

$$M = PQ / V,$$

где  $M$  — количество денег в обращении;  $V$  — скорость обращения денег;  $P$  — уровень цен;  $Q$  — объем (количество) товаров.

Усложним модель, введя в нее два важных элемента — финансовые рынки и государство, которое имеет бюджет (рис. 1.2).

Бюджет — это важнейшая концепция, как в микроэкономике, так и в макроэкономике.

**БЮДЖЕТ** (от старо-нормандского *budge* — кошель) — смета доходов и расходов определённого лица (семьи, бизнеса, организации, государства и т.д.), устанавливаемая на определённый период времени, обычно на один год.

В данной модели мы будем рассматривать именно государственный бюджет. Этот бюджет формируется для того, чтобы государство могло выполнять свои многочисленные функции по содержанию армии, системы охраны общественного порядка, медицины, образования и т.п.

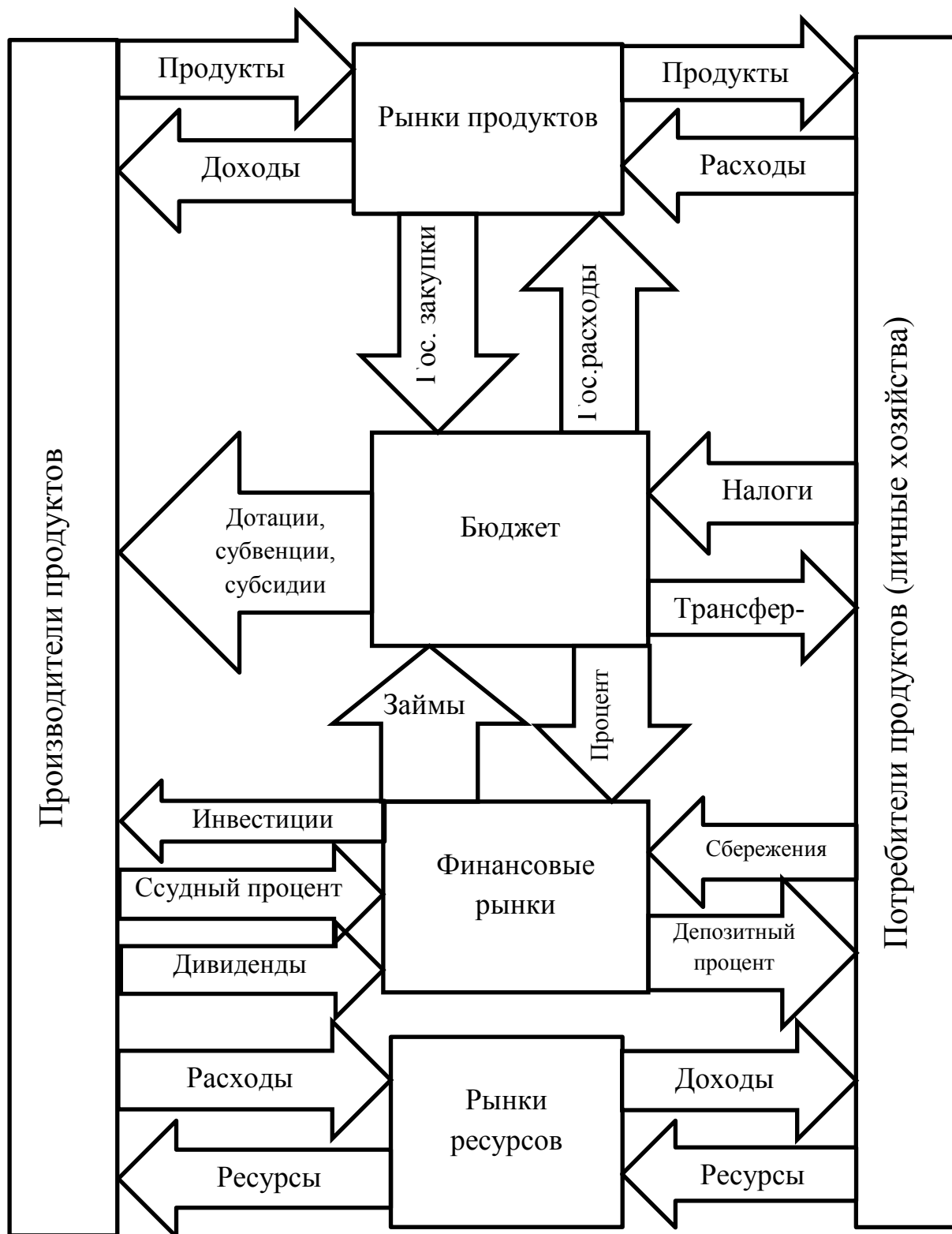


Рис. 1.2. Модель кругооборота продуктов и доходов (вариант 2)

Для этого оно должно иметь возможность приобретать продукты на рынке продуктов, для чего в свою очередь необходимы денежные средства. Основным источником наполнения бюджета деньгами служат налоги. Кроме налогов, в бюджет поступают доходы от продажи государственной собственности (приватизации), доходы от эксплуатации государственной собственности, но они, как правило, значительно меньше налоговых поступлений.

Мы будем здесь предполагать, что доходная часть бюджета формируется исключительно из налоговых поступлений. Мы также будем предполагать, что все налоги платят личные хозяйства. Это предположение основано на том, что любой налог рано или поздно учитывается в цене товара и, следовательно, уплачивается потребителем.

Часть налогов бюджет возвращает населению в виде трансфертов.

**ТРАНСФЕРТ** (англ. transfer) — односторонняя передача на безвозмездной и безвозвратной основе денежных средств, товаров, услуг, материальных ценностей (права собственности) в порядке оказания финансовой помощи и предоставления компенсаций. Различают текущие и капитальные трансферты.

Текущие трансферты осуществляются регулярно, связаны с уменьшением или увеличением текущих доходов граждан и хозяйствующих субъектов. К ним относят: выплаты из бюджета (пенсии, пособия, стипендии); добровольные взносы; гуманитарную помощь и др.

Капитальные трансферты — единовременные, значительные по масштабу безвозмездные передачи средств, связанные с приобретением или выбытием активов; получение субсидий на капитальные вложения из бюджета; продажа основных фондов по ценам ниже рыночных или их безвозмездная передача и др.

Текущие и капитальные трансферты могут производиться не только в денежной, но и в натуральной форме (передача права соб-

ственности на капитал, предоставление бесплатных или по низким ценам услуг в области культуры, здравоохранения, образования и др.).

С помощью трансфертов региональные и местные бюджеты, органы социальной защиты населения получают средства для финансирования обязательных выплат населению: пенсий, стипендий, пособий, компенсаций, других социальных выплат, установленных государственным законодательством и нормативными актами органов местного самоуправления.

Таким образом, трансферты — это платежи, не связанные с реализацией товаров и услуг.

Разность между суммой налоговых поступлений и суммой трансфертов называется чистыми налогами.

Чистые налоги = Налоги - Трансферты.

Другими видами расходов бюджета являются субвенции и субсидии.

**СУБВЕНЦИИ** (от лат. *Subvenire* — приходить на помощь) — это бюджетные средства, предоставляемые для осуществления определенных целевых расходов на безвозмездной и безвозвратной основах.

В отличие от дотации субвенция имеет целевое назначение.

В случае нарушения условий предоставления субвенция подлежит возврату. Выдача субвенций предполагает доленое участие органа, предоставляющего субвенцию, в финансировании проектов.

Получатели субвенций обязаны израсходовать сверх суммы выделенной субвенции определенную сумму собственных средств, что стимулирует их в изыскании дополнительных источников дохода. Субвенции используются как средство контроля, усиливают зависимость их получателей от бюджета.

**СУБСИДИЯ** (от лат. *Subsidium* — помощь, поддержка) — это средства, предоставляемые на условиях долевого финансирования целевых расходов.

Субсидии используются для финансирования фундаментальных научных исследований и опытно-конструкторских работ (например, в виде грантов), внедрения в производство новой техники и переподготовки кадров. С помощью субсидий поощряется развитие перспективных отраслей или поддерживаются нерентабельные, но стратегически важные предприятия (со всеми последствиями вмешательства государства в рыночную экономику). Кроме того, субсидии направляются на создание рабочих мест в наиболее отсталых районах.

**ДОТАЦИЯ** — денежные средства, выделяемые из государственного и местных бюджетов для оказания финансовой поддержки убыточным предприятиям, у которых денежная выручка от продажи производимого продукта меньше издержек на производство и продажу данного продукта, но от производства которого государство не может или не хочет отказываться по соображениям, например, социальной значимости этого продукта.

Наиболее значительным денежным потоком расходной части бюджета являются расходы на государственные закупки товаров и услуг (госзаказ). При этом бюджетные деньги поступают на рынок продуктов, а государственные структуры получают в обмен на деньги необходимые им продукты и услуги.

Экономическая статистика свидетельствует, что государственные бюджеты нередко являются субъектами «растрачивающего» типа. Это значит, что бюджеты склонны тратить больше, чем они получают. При этом образуется дефицит бюджета. В упрощенном виде он может быть оценен по следующему равенству:

$$\text{Дефицит бюджета} = (\text{чистые налоги}) + (\text{прочие доходы}) - (\text{госзакупки} + \text{дотации} + \text{субвенции} + \text{субсидии}).$$

Кроме того, даже при профиците (избытке поступлений по сравнению с расходами) бюджета на относительно длинном интервале времени (например, на годовом интервале) на более коротких интервалах могут возникать локальные дефициты из-за несовпадения



графика поступлений денежных средств в доходную часть бюджета и графиков расходования средств.

Все эти дефициты денежных средств нуждаются в покрытии. Для получения финансовых ресурсов на покрытие бюджетного дефицита государство обращается на финансовые рынки, где их и заимствует. За финансовые ресурсы, получаемые с финансовых рынков займы (т.е. на возвратной основе), государство платит рынкам плату в виде процента (ссудный процент). Получение ресурсов оформляется обычно с помощью государственных ценных бумаг (облигаций). Таким образом, государственные ценные бумаги являются формой существования государственного долга.

Другими важными субъектами экономической системы, которые нуждаются в доступе к финансовым ресурсам, являются производители. Это тоже субъекты «растрачивающего» типа, вынужденные расходовать больше, чем они зарабатывают (по крайней мере, в отдельные периоды времени). Им необходимы мощные финансовые потоки для модернизации и развития производства, которые, как правило, невозможно сформировать из текущего оборота компаний. Эти потоки называются инвестициями (подробнее это понятие обсуждается ниже). Характерные особенности инвестиционных потоков — большие объемы и длительный срок использования. Для получения финансовых ресурсов такого типа производители также обращаются на финансовые рынки и покупают их за плату, которая выражается в виде ссудного процента или дивидендов.

По свидетельству экономической статистики личные хозяйства в среднем оказываются субъектами «сберегающего» типа. По отношению к отдельным группам населения это, конечно, не так. Например, вступающие в жизнь молодые люди, которым приходится приобретать жилье, воспитывать детей и т.п. — это также преимущественно «растратчики». Но в среднем личные хозяйства зарабатывают больше, чем потребляют. Излишки денежных средств, образующиеся

в личном хозяйстве (сбережения), в современной экономике поступают на финансовые рынки и включаются в экономический оборот.

Таким образом, одна из важнейших функций финансовых рынков — это концентрация мелких частных сбережений и трансформация их в мощные инвестиционные потоки, необходимые производителям и государству.

За доступ к личным сбережениям и за право использования их в коммерческом обороте финансовые рынки платят гражданам депозитный процент. Ставка ссудного процента  $i_c$  всегда больше ставки депозитного процента  $i_d$ . То есть имеет место соотношение

$$i_c > i_d.$$

В среднем выполняется такое соотношение:  $i_c \sim 2 i_d$ .

За счет этой разницы покрываются расходы на работу финансовых рынков.

## *1.2. Основные финансовые операции*

Наиболее распространенными финансовыми операциями, обеспечивающими доступ к финансовым ресурсам, являются заем, кредит, коммерческий кредит, продажа прав на участие в прибыли (акционирование).

**ЗАЕМ** — финансовая операция, в ходе которой одна сторона (займодавец) передает в собственность другой стороне (заемщику) деньги или другие вещи, определенные родовыми признаками, а заемщик обязуется возвратить займодавцу такую же сумму денег (сумму займа) или равное количество других полученных им вещей того же рода и качества.

Договор займа может быть заключен путем выпуска и продажи облигаций.

**КРЕДИТ** — финансовая операция, в ходе которой банк или иная кредитная организация (кредитор) обязуется предоставить денежные средства (кредит) заемщику в размере и на условиях, преду-

смотренных договором, а заемщик обязуется возвратить полученную денежную сумму и уплатить проценты на нее.

Кредитование отнесено к банковским операциям, а значит, может осуществляться только на основании лицензии ЦБР. Более жесткая регулировка кредитных операций объясняется тем, что в ходе таких операций во временное пользование передаются не собственные средства банка, а временно свободные средства его клиентов или средства, приобретенные на межбанковском рынке. Поэтому говорят, что субъектный состав кредиторов в этих операциях ограничен организациями, имеющими лицензию.

По отношению к кредиту понятие займа является более общим. Поэтому применительно ко всем кредитным обязательствам правила о договоре займа одновременно выступают в качестве своего рода общей части.

**КОММЕРЧЕСКИЙ КРЕДИТ** — кредит, предоставляемый продавцом покупателю в виде отсрочки платежа за проданные товары или услуги.

Коммерческий кредит принципиально отличается от банковского. В роли кредитора здесь выступают не специализированные кредитно-финансовые организации, а любые юридические лица, связанные с производством либо реализацией товаров или услуг. Поэтому предоставление коммерческого кредита — операция нелицензируемая. Средняя стоимость коммерческого кредита всегда ниже средней стоимости банковского кредита на данный период времени. При юридическом оформлении сделки между кредитором и заемщиком плата за этот кредит включается в цену товара, а не определяется специально, например, через фиксированный процент от базовой суммы.

Традиционным финансовым инструментом, часто используемым при коммерческом кредитовании, является вексель.

**АКЦИОНИРОВАНИЕ** — финансовая операция объединения денежных и имущественных средств физических и юридических лиц

для создания и / или обеспечения деятельности предприятия, целью которого является получение доходов. Владелец обыкновенных акций взамен своих инвестиций приобретает право на участие в доходах предприятия. Этот доход выплачивается держателю акций в виде дивидендов, которые представляют собой часть чистой прибыли предприятия, направляемую на выплату дивидендов.

### *1.3. Субъекты финансовой деятельности в строительстве*

**СУБЪЕКТЫ ФИНАНСОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ** в строительстве — это инвесторы, застройщики, заказчики, изыскатели, проектировщики, подрядчики, поставщики, контролирующие органы, организации-монополисты.

**ИНВЕСТОР** — юридическое или физическое лицо, осуществляющее вложения средств (собственных, заемных и привлеченных) в целях получения дохода или иного полезного эффекта;

**ЗАСТРОЙЩИК** — физическое или юридическое лицо, обеспечивающее на принадлежащем ему земельном участке строительство, реконструкцию, капитальный ремонт объектов капитального строительства, а также выполнение инженерных изысканий, подготовку проектной документации для их строительства, реконструкции, капитального ремонта.

Главное в этом определении — то, что застройщик - это правообладатель на земельный участок.

Заказчик в широком смысле слова — лицо (физическое или юридическое), заинтересованное в выполнении исполнителем какого-либо объема работ или приобретении у продавца какого-либо продукта, и оформляющее в связи с этим договор на выполнение заказа.

Гражданский кодекс Российской Федерации применяет понятие "заказчик" в более узком смысле к такому кругу сделок, предметом которых является выполнение работ по договору подряда или оказания услуг (но не купля-продажа товаров):

**ЗАКАЗЧИК СТРОИТЕЛЬНОГО ПОДРЯДА** — сторона, которая по договору строительного подряда поручает подрядчику в установленный договором срок построить определенный объект либо выполнить иные строительные работы и обязуется создать подрядчику необходимые условия для выполнения работ, принять их результат и уплатить обусловленную цену.

В области финансирования, учета, отчетности и аудита в функции заказчика входит:

- обеспечение своевременного открытия счета в банке и контроль поступлений на него средств инвестора для своевременной оплаты выполненных работ и иных платежей, предусмотренных договорами;

- проверка предъявленных к оплате документов организаций, привлекаемых заказчиком для выполнения работ, поставок продукции и оказания услуг;

- приемка и оплата работ на основании подписанных им документов об объеме и стоимости выполненных работ;

- ведение бухгалтерского, оперативного и статистического учета, составление и представление в установленном порядке отчетности по всем видам деятельности по утвержденным формам в установленные сроки;

- обеспечение получения долевых передач (взносов) сторонних организаций (инвесторов) на строительство объектов и использование их на финансирование этого строительства;

- представление инвестору (инвесторам) отчетов об использовании финансовых ресурсов, а также, по запросу, - оперативной информации о реализации инвестиционного проекта (состоянии строительства), другой отчетности, предусмотренной договором с инвестором; определение потребности в финансовых ресурсах на следующий период;

- заключение со страховыми организациями договоров страхования, связанных с разработкой и реализацией инвестиционного проекта;

- обеспечение своевременного открытия финансирования и своевременной оплаты работ по договорам (контрактам) с исполнителями работ (на разработку проектной документации, осуществление подрядных строительных работ, поставку оборудования и другим договорам по реализации инвестиционного проекта);

- представление разъяснений по техническим и финансовым вопросам государственным контролирующим органам.

**ТЕХНИЧЕСКИЙ ЗАКАЗЧИК** — заказчик, выполняющий только технические функции (не ведущий учет и не исполняющий расчеты с подрядчиком).

Деятельность заказчика считается завершенной и прекращается после регистрации ввода объекта в эксплуатацию в местных органах власти, если иное не предусмотрено инвестиционным договором.

**ПОДРЯДЧИК** — сторона по договору подряда, которая обязуется выполнить по заданию другой стороны (заказчика) определенную работу и сдать ее результат заказчику.

В финансовых операциях подрядчик — это получатель платежей за выполненные работы.

**ГЕНЕРАЛЬНЫЙ ПОДРЯДЧИК.** Если из закона или договора подряда не возникает обязанность подрядчика выполнять предусмотренную работу лично, подрядчик вправе привлечь к исполнению своих обязанностей других лиц (субподрядчиков). В этом случае подрядчик выступает в роли генерального подрядчика. Генеральный подрядчик несет перед заказчиком ответственность за последствия неисполнения или ненадлежащего исполнения обязательств субподрядчиком в соответствии с правилами п.1 ст. 33 и ст. 403 ГК РФ, а перед субподрядчиком - ответственность за неисполнение или ненадлежащее исполнение заказчиком обязательств по договору подряда. Следует

отметить, что функции застройщика, заказчика и подрядчика могут совмещаться и выполняться одним лицом.

**СУБПОДРЯДЧИК** — лицо, привлеченное Генеральным подрядчиком для исполнения своих обязательств перед заказчиком, на основании договора субподряда.

С понятиями «застройщик» и «подрядчик» связаны два понятия, играющие важную роль в процессах финансирования строительных работ. Это понятия незавершенного строительства и незавершенного производства.

**НЕЗАВЕРШЕННОЕ СТРОИТЕЛЬСТВО** — затраты застройщика по возведению объектов строительства с начала строительства до ввода объектов в эксплуатацию;

**НЕЗАВЕРШЕННОЕ ПРОИЗВОДСТВО** — затраты подрядчика на объектах строительства по незаконченным работам, выполненным согласно договору подряда на строительство объекта.

Эти два понятия иногда путают или считают, что незавершенное строительство и незавершенное строительное производство — это одно и то же. В практике строительства принято относить эти два термина к разным субъектам финансовой деятельности.

Все перечисленные субъекты финансовой деятельности находятся в сложных финансовых отношениях друг с другом. Эти отношения складываются в ходе договорной работы, которая невозможна без проведения финансовых расчетов.

## 2. ПРОЦЕНТЫ И ПРОЦЕНТНЫЕ ПРОПОРЦИИ

### 2.1. Понятие процента и процентные числа

Параметры подавляющего большинства финансовых операций строительных предприятий определяются с использованием понятия «процент».

**Процент** данного числа — это сотая часть этого числа. Слово «процент» обозначается так: %. Термин «процент» произошел от латинского *pro centum* — на сотню, или за сто. В дореволюционной России процент, полученный за данную в долг или инвестируемую в некоторое предприятие сумму, называли «интересом». Это связано с тем, что использование процентов удобно для установления платы за кредит и для сравнения прибыльности различных финансовых операций.

Необходимо различать два понимания термина процент.

Во-первых, процент выступает как *процентное число*, указывая на часть целой величины. Такое понятие процента широко используется в социально-экономической статистике и законодательной практике регулирования предпринимательской деятельности. Примером законодательной формулировки являются нормы, определяющие налог на добавленную стоимость или налог на прибыль предприятий.

Во-вторых, термин «процент» применяется для обозначения начисленных сумм (процентных платежей) за определенные промежутки времени.

В этом разделе мы рассмотрим некоторые задачи на процентные вычисления, связанные с первым пониманием процента.

При процентных вычислениях очень важно отчетливо понимать, какая величина принята за 100%. Эта величина называется *базой*. Например, в упомянутом выше примере с налогом на добавленную



стоимость базой является добавленная стоимость. Тогда ставка налога в 18% означает, что величина налоговых поступлений составит:

$$\text{Сумма налога} = \text{Добавленная стоимость} \times 18\% / 100.$$

Не имеет никакого смысла складывать, вычитать или сравнивать количества процентов, относящиеся к разным базам. Например, если предприятие производит два продукта —  $A$  и  $B$ , и отношение прибыли от реализации продукта  $A$  к себестоимости его производства составляет 20% , а для продукта  $B$  — 15% (в этом случае говорят, что продукт  $A$  приносит 20% прибыли, а продукт  $B$  приносит 15% прибыли), — то совершенно неверно сделать вывод, что от производства этих двух продуктов предприятие получает 35% прибыли, или что при производстве продукта  $A$  оно получит денег на 5% больше, чем при производстве продукта  $B$ .

Подобные задачи мы рассмотрим далее.

Решим три задачи на процентные числа, на которые мы затем будем ссылаться в тексте этого раздела как на три основные задачи.

**Основная задача 1.** Определить число, которое составляет  $n\%$  от данного числа  $A$ .

*Решение.* Обозначим искомое число буквой  $x$  и запишем условия задачи в следующем виде:

$$\begin{aligned} A & \text{ принято за } 100\%, \\ x & \text{ составляет } n \%. \end{aligned}$$

Эту запись иногда называют процентной пропорцией, которая может быть записана так:

$$\frac{A}{x} = \frac{100}{n},$$

откуда получаем формулу для вычисления значения числа  $x$ :

$$x = \frac{A \times n}{100} . \tag{2.1}$$

**Основная задача 2.** Определить число,  $n$  % которого равны данному числу  $A$ .

*Решение.* Обозначим искомое число буквой  $x$  и запишем условия задачи в виде процентной пропорции:

$x$  принято за 100%,  
 $A$  составляет  $n$  %.

Имеет место следующая пропорция:

$$\frac{x}{A} = \frac{100}{n},$$

откуда получаем формулу для вычисления значения числа  $x$ :

$$x = \frac{A \times 100}{n}. \quad (2.2)$$

**Основная задача 3.** Определить, сколько процентов от числа  $B$  составляет число  $A$ .

*Решение.* Обозначим искомое число процентов буквой  $x$  и запишем условия задачи в виде процентной пропорции:

$B$  принято за 100%,  
 $A$  составляет  $x$ %.

Имеет место следующая пропорция:

$$\frac{B}{A} = \frac{100}{x},$$

откуда получаем формулу для вычисления значения числа  $x$ :

$$x = \frac{A}{B} \times 100. \quad (2.3)$$

При решении примеров на процентные расчеты постоянно приходится решать какие-нибудь из этих трех основных задач.

## 2.2. Задачи на процентные числа

### Задача 1

Поставщик продал партию сыпучих строительных смесей за 1200 тыс. руб. В этой сумме прибыль составляет 20%. Какую сумму прибыли получил продавец?

*Решение.* Обозначим буквой  $x$  размер прибыли и запишем условия задачи в виде процентной пропорции:

$$\begin{array}{ll} 1200 \text{ тыс. руб. составляют} & 100\%, \\ x \text{ руб. составляют} & 20\%. \end{array}$$

Это основная задача 1. Согласно формуле (2.1), вычисляем:

$$x = \frac{1200 \times 20}{100} = 240 \text{ тыс. руб.}$$

### Задача 2

Производитель продал 180 т строительных материалов, что составило 60% всего произведенного им объема. Сколько строительных материалов он произвел?

*Решение.* Обозначим буквой  $x$  количество произведенных материалов и запишем условие задачи в виде процентной пропорции:

$$\begin{array}{ll} x \text{ кг составляют} & 100\%, \\ 180 \text{ кг составляют} & 60\%. \end{array}$$

Это основная задача 2. Находим значение  $x$  по формуле (2.2):

$$x = \frac{180 \times 100}{60} = 300 \text{ т.}$$

### Задача 3

Строительная организация закупила 210 т арматуры и израсходовала 70 т. Сколько процентов закупленной арматуры она израсходовала?

*Решение.* Обозначим буквой  $x$  искомое число процентов и запишем условие задачи в виде процентной пропорции:

210 кг составляют 100%,

70 кг составляют  $x\%$ .

Это основная задача 3. Значение  $x$  находим по формуле (2.3):

$$x = \frac{70}{210} \times 100 = 300 \text{ т.}$$

Рассмотрим более сложные примеры.

### Задача 4

Себестоимость строительства квартир в кирпичном доме составила  $800 \text{ \$/м}^2$ , а себестоимость строительства квартир в панельном доме  $600 \text{ \$/м}^2$ . Все квартиры были проданы. В результате реализации квартир в кирпичном доме было получено 20% прибыли, а от продажи квартир в панельном доме 15% прибыли. Сколько процентов прибыли получили строители от продажи всего квартирного фонда, если в обоих домах были проданы одинаковые площади?

*Решение.* Строители затратили на все строительство

$$800 + 600 = 1400 \text{ \$/м}^2.$$

Вычислим сумму денег, полученную строителями в качестве прибыли. Согласно формуле (2.1), он получил от продажи квартир в кирпичном доме

$$800 \times 0,20 = 160 \text{ \$/м}^2,$$

а от продажи квартир в панельном доме

$$600 \times 0,15 = 90 \text{ \$/м}^2 \text{ прибыли.}$$

Всего они получили

$$160 + 90 = 250 \text{ \$/м}^2.$$

Требуется определить, сколько процентов составляет число 250 от числа 1400. Обозначим искомое число процентов буквой  $x$  и найдем его значение по формуле (2.3):

$$x = \frac{250}{1400} \times 100 = 17,85\%$$

### **Задача 5**

Вычислим, на сколько процентов прибыль, полученная строителями из задачи 4 от продажи квартир в кирпичном доме, больше, чем прибыль, полученная ими от продажи квартир в панельном доме.

*Решение.* Мы уже нашли, что прибыль строителей от продажи от продажи квартир в кирпичном доме равна  $160 \text{ \$/м}^2$ , а от продажи квартир в панельном доме —  $90 \text{ \$/м}^2$ . Надо найти, на сколько процентов число 160 больше числа 90. Базой (100%) в этом случае является число 90. Вычислим, сколько процентов составляет число 160 от числа 90. Обозначим искомое число процентов буквой  $x$ . По формуле (2.3):

$$x = \frac{160}{90} \times 100 = 177,77\%$$

Следовательно, сумма прибыли, полученная от продажи квартир в кирпичном доме, на 77,8% больше, чем сумма прибыли, полученной от продажи квартир в панельном доме.

### **Задача 6**

Вычислим, на сколько процентов прибыль, полученная строителями из задачи 4 от продажи квартир в панельном доме, меньше, чем прибыль, полученная строителями из примера 4 от продажи квартир в кирпичном доме.

*Решение.* В этом случае надо найти, на сколько процентов число 90 меньше числа 160. В этом примере базой (100%) является число 160. Вычислим, сколько процентов составляет число 90 от числа 160.

Обозначим искомое число процентов буквой  $x$  и найдем по формуле (2.3):

$$x = \frac{90}{100} \times 100 = 56,25\%$$

Следовательно, сумма прибыли, полученной от продажи квартир в панельном доме, на 43,75% меньше, чем сумма прибыли, полученной от продажи квартир в кирпичном доме.

### **Задача 7**

Строители из задачи 4 построили квартиры в кирпичном и панельном домах за  $800 \text{ \$/м}^2$ . Вычислим, на сколько процентов прибыль, полученная от продажи квартир в кирпичном доме, больше, чем прибыль, полученная от продажи квартир в панельном доме при той же рентабельности строительства.

*Решение.* При решении задачи 4 мы вычислили, что прибыль, полученная продавцом от продажи квартир в кирпичном доме, равна  $160 \text{ \$/м}^2$ . Прибыль от продажи квартир в панельном доме равна

$$800 \times 0,15 = 120 \text{ \$/м}^2.$$

Найдем, сколько процентов составляет число 160 от числа 120. Обозначим это число процентов буквой  $x$  и применим формулу (2.3):

$$x = \frac{160}{120} \times 100 = 133,33\%$$

Следовательно, прибыль, полученная от продажи квартир в кирпичном доме, на 33,33% больше, чем прибыль от продажи квартир в панельном доме.

При процентных расчетах нередко допускаются ошибки, связанные с начислением сложного процента. Это понятие будет подробно рассматриваться в последующих разделах. Здесь мы разберем только решение нескольких примеров, связанных с ним.

### Задача 8

Квартиры подорожали в январе на 10% и в феврале еще на 10%. Вычислим, на сколько процентов подорожал квартиры за два месяца.

*Решение.* Первоначальную цену квартир примем за 100%. После первого повышения она стала равна

$$100\% + 100\% \times 0,1 = 110\%.$$

При втором повышении эта новая цена увеличится на 10%, то есть на  $110\% \times 0,1 = 11\%$  от первоначальной цены.

Таким образом, цена через два месяца составит

$$110\% + 11\% = 121\%$$

от первоначальной цены. Следовательно, цена квартир за два месяца повысилась на 21%.

*Замечание.* Распространенная ошибка — просто сложить проценты:  $10\% + 10\% = 20\%$ . При этом складывают проценты, начисленные на разные базы.

### Задача 9

Цена квадратного метра в результате изменения конъюнктуры рынка уменьшилась в результате двух последовательных снижений на одно и то же число процентов с  $800 \text{ \$/м}^2$  до  $512 \text{ \$/м}^2$ . Определим, на сколько процентов снижалась цена каждый раз.

*Решение.* Обозначим искомое число процентов буквой  $x$ . Первое снижение равно

$$\Delta_1 = 800 \times \frac{x}{100},$$

после чего цена стала равна

$$P_1 = 800 - 800 \times \frac{x}{100} = 800 \times \left(1 - \frac{x}{100}\right).$$

Эта новая цена снизилась при втором снижении на

$$\Delta_2 = 800 \times \left(1 - \frac{x}{100}\right) \times \frac{x}{100}.$$

и стала равна:

$$P_2 = 800 \times \left(1 - \frac{x}{100}\right) - 800 \times \left(1 - \frac{x}{100}\right) \times \frac{x}{100} = 800 \times \left(1 - \frac{x}{100}\right)^2.$$

По условию задачи эта цена равна  $512 \text{ \$/м}^2$ , то есть искомое число процентов  $x$  является корнем уравнения:

$$800 \times \left(1 - \frac{x}{100}\right)^2 = 512.$$

Откуда

$$\left(1 - \frac{x}{100}\right)^2 = 0,64.$$

Взяв положительное значение корня (т.к. цена не может снизиться больше, чем на 100%)

$$1 - \frac{x}{100} = 0,8.$$

Отсюда

$$x = 20\%.$$

При решении этой задачи, конечно, можно применить формулу сложных процентов.

Распространенная ошибка при решении этой задачи состоит в следующем. Вычисляют общее снижение цены за два раза:

$$800 - 512 = 288 \text{ \$/м}^2.$$

Далее находят, сколько процентов составляет число 288 от первоначальной цены  $800 \text{ \$/м}^2$ , по формуле (2.3). Делят это число на 2 и получают 18%. Сущность ошибки и здесь состоит в том, что не учитывается, что проценты в первый и во второй раз должны начисляться на разные базы.



### 3. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПРОЦЕНТНЫХ СТАВОК

#### 3.1. Феномен экономического роста

В основе теории процентных ставок лежит идея экономического роста. Исторические факты и результаты многочисленных исследований неопровержимо свидетельствуют о том, что развитие мировой экономики, рассматриваемое на достаточно продолжительных интервалах времени, имеет необратимый характер. Несмотря на то, что в рамках эволюционного движения можно отметить определенные колебания, (колебания уровня цен, процентных ставок, уровня занятости, нормы прибыли в различных отраслях, колебания товарных и финансовых рынков и т.д.), в мировой истории отсутствуют убедительные факты длительного технологического регресса (застой — может быть, но не «возвращение к сохе»). Гипотеза экономического роста подтверждается целым рядом долгосрочных тенденций таких, как рост населения, увеличение общего объема производства, развитие технологий. На рис. 3.1 представлены результаты обработки статистических наблюдений за динамикой внутреннего валового продукта (ВВП) развитых стран, подтверждающие существование феномена экономического роста.

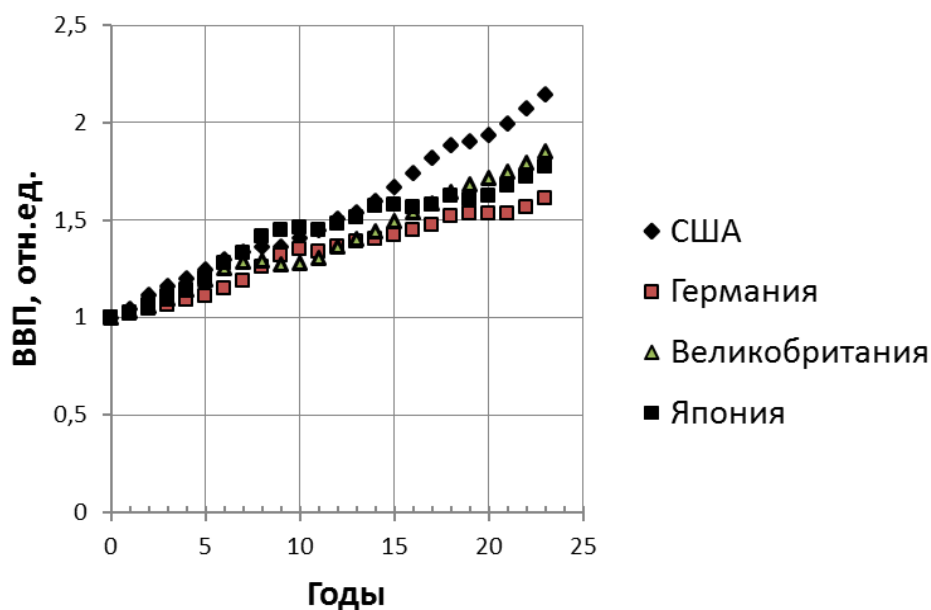


Рис. 3.1 Динамика ВВП развитых стран

Представленные данные позволяют утверждать, что на временных интервалах порядка 20 - 30 лет и более темп роста экономики  $i > 0$ .

Рассмотрим экономику, в которой производится и одновременно целиком потребляется только один этот продукт — ВВП.

Для иллюстрации в дальнейшем рассмотрении будем использовать данные для США. Аппроксимируем эмпирические данные несколькими способами (прямая и экспонента). На рис. 3.2 и 3.3 наглядно изображены результаты таких аппроксимаций, а вверху над каждым рисунком показано уравнение линии, подобранное методом наименьших квадратов, и значение коэффициента корреляции  $R^2$ .

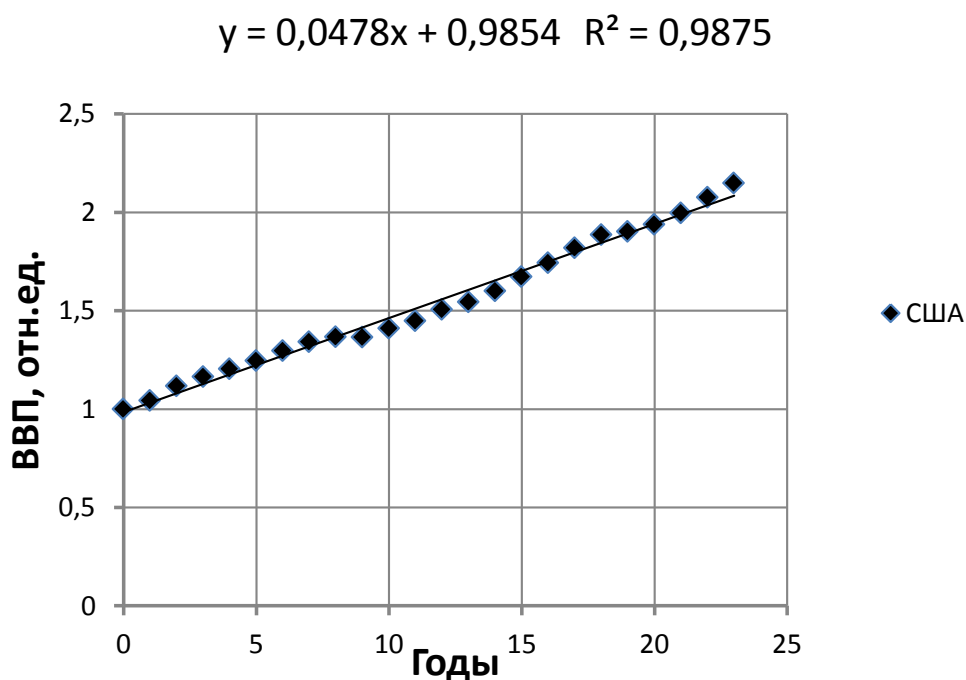


Рис. 3.2. Динамика ВВП США – линейная аппроксимация

Из представленных данных следует, что экспоненциальный способ сглаживания обеспечивает несколько более высокую корреляцию (впрочем, на рассматриваемом временном интервале отличия незначительны). Поэтому результаты аппроксимации дают основания рас-

сма́тривать экономику как линейно или экспоненциально развивающуюся на временных промежутках порядка 25-30 лет и более.

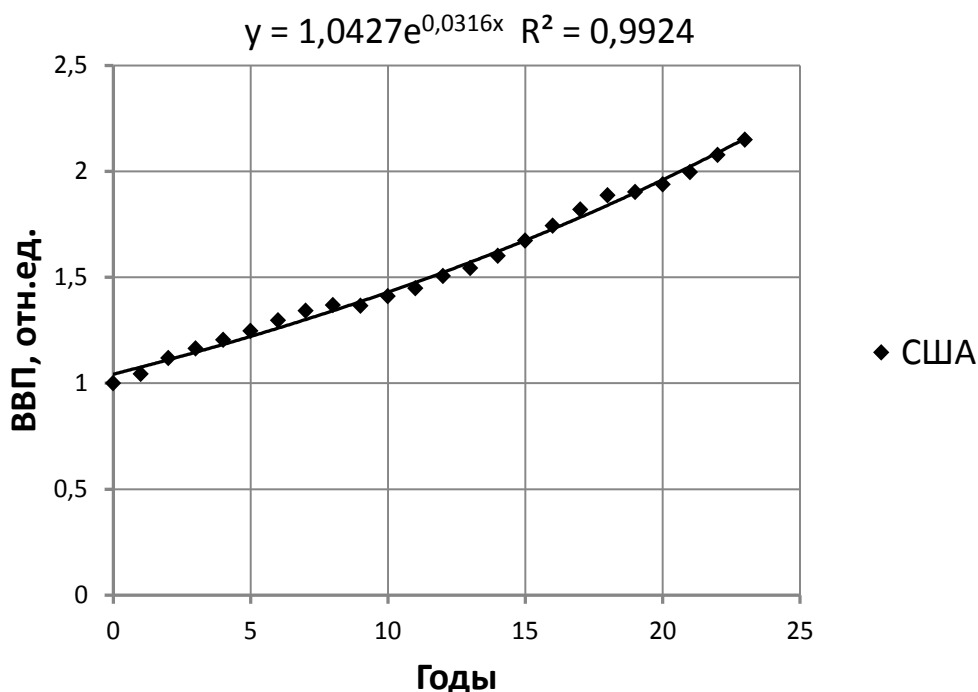


Рис. 3.3. Динамика ВВП США – экспоненциальная аппроксимация

Однако разница в точности этих аппроксимаций растет со временем. На более продолжительных интервалах она может стать катастрофической, что будет продемонстрировано ниже.

Отметим принципиальную разницу между этими двумя аппроксимациями. Она заключается в том, что линейная аппроксимация описывает экономику как систему, развивающуюся с постоянным средним темпом роста. В такой экономике ВВП увеличивается в единицу времени на постоянную величину. База для количественной оценки увеличения постоянна и равна объему ВВП в нулевой момент времени. На рис. 3.1 эта база условно принята за единицу.

Экспоненциальная аппроксимация описывает экономику как систему, развивающуюся с постоянным средним темпом прироста.

В такой экономике ВВП увеличивается в единицу времени на постоянную процентную долю от предыдущего значения. То есть для количественной оценки роста используется переменная база.

Экспоненциальная аппроксимация часто используется в науке для описания самых разнообразных процессов роста в живой и неживой природе. Среди них увеличение биологической массы растений в ходе фотосинтеза, рост численности популяций различных животных, выделение энергии в цепных ядерных реакциях и т.п. Опыт показывает, что в большинстве случаев этот тип сглаживания позволяет наиболее точно отразить существенные детали различных процессов роста. Это утверждение оказывается справедливым и для экономики. Аргументы в пользу такого вывода будут представлены в разделе о сложных процентных ставках.

### ***3.2. Простые процентные ставки***

Обозначим объем производства ВВП в нулевой момент времени как  $P_0$ . На рисунках выше принято, что  $P_0 = 1$ , в связи с использованием для построения графиков относительных единиц.

В случае принятия гипотезы о линейном росте экономики со средним темпом роста  $i$ , объем производства внутреннего валового продукта  $P_t$  в произвольный момент времени  $t$  в однопродуктовой экономике зависит от значения объема производства  $P_0$  в нулевой момент времени  $t_0 = 0$  и наблюдаемого темпа роста  $i$  следующим образом:

$$P_t = P_0 + P_0 \cdot t \cdot i = P_0(1 + t \cdot i). \quad (3.1)$$

Темп роста  $i$  в этом уравнении может быть ассоциирован со ставкой депозитного процента. Действительно, если вложить деньги в экономику (например, с помощью множества банковских депозитов), то к моменту завершения депозитных договоров они вырастут при рассмотрении достаточно большого количества договоров в соответствии со средней депозитной ставкой.

Время в этом уравнении с формальной точки зрения может принимать положительные и отрицательные значения. В действительности, конечно, «жизнь невозможно повернуть назад, и время ни на миг не остановишь...». Однако мысленное представление о возможности движения в направлении, обратном стреле времени, оказывается в теории финансов удивительно продуктивным.

Для того чтобы в уравнении роста отразить это обстоятельство более отчетливо, перепишем уравнение, предполагая, что движение в область отрицательных времен (влево от  $t_0 = 0$ ) обозначается знаком минус. Тогда

$$P_t = P_0(1 \pm t \cdot i). \quad (3.2)$$

Это уравнение можно рассматривать как два уравнения. Одно из них (со знаком плюс) описывает изменение оценки капитала при движении в будущее. Другое (со знаком минус) описывает изменение оценки капитала при движении в прошлое (конечно, по отношению к выбранной точке отсчета  $t_0 = 0$ ).

Первое уравнение в теории финансов называется уравнением наращивания по простой процентной ставке, и имеет вид:

$$P_t^+ = P_0(1 + t \cdot i). \quad (3.3)$$

Второе уравнение в теории финансов называется уравнением дисконтирования по простой учетной ставке, и имеет вид:

$$P_t^- = P_0(1 - t \cdot i). \quad (3.4)$$

В этом уравнении для обозначения учетной процентной ставки вместо символа  $i$  часто используют символ  $d$  (чтобы подчеркнуть учетный характер операций).

Соответственно величина  $P^+$  называется наращенной суммой,  $P^-$  — дисконтированной суммой.

Множитель  $\mu = (1 + t \cdot i)$  называется множителем наращивания по простой процентной ставке. Он показывает, во сколько раз нара-

щенная по простой процентной ставке сумма больше начального капитала.

Множитель  $v = (1 - t \cdot i)$  называется множителем дисконтирования по простой учетной ставке. Он показывает, во сколько раз дисконтированная сумма меньше заранее известного результата операции.

Процентная ставка в этих уравнениях указывается в долевом исчислении, т.е.  $i = \frac{i\%}{100}$ .

Вычисление наращенной суммы называется операцией наращивания.

Вычисление дисконтированной суммы называется операцией дисконтирования.

Перепишем эти уравнения, раскрыв скобки:

$$P_t^+ = P_0 + P_0 t \cdot i, \quad (3.5)$$

$$P_t^- = P_0 - P_0 t \cdot i. \quad (3.6)$$

В первом уравнении член  $I = P_0 t \cdot i$  называется процентом или процентными деньгами. Соответствующий член во втором уравнении  $D = -P_0 t \cdot i$  называется дисконтом (скидкой). Обратим внимание на некоторые важные детали этих операций.

В операции наращивания по простой процентной ставке мы применяем эту ставку к величине  $P_0$  для того чтобы определить, до какой величины вырастет этот капитал, если скорость роста будет соответствовать процентной ставке. Таким образом,  $P_0$  рассматривается как основной капитал, вкладываемый в финансовую операцию в момент ее начала  $t_0 = 0$  (начальный капитал). Величина  $P^+$  — сумма, которая должна быть получена в момент завершения операции. Она определяется с помощью уравнения наращивания и, вообще говоря, до проведения расчетов неизвестна. Следовательно, проценты начисляются в предположении, что момент завершения операции наступит в будущем через время  $t$ , а в качестве базы для начисления процентов

используется величина основного капитала  $P_0$ , существующего в начальный момент времени  $t_0 = 0$ . Начисленные таким образом проценты называются **декурсивными процентами**.

Характерной областью применения декурсивных процентов являются операции по определению наращенных сумм в депозитных и кредитных операциях банков, а также оценка финансовых параметров коммерческих контрактов (коммерческого кредита).

В операции дисконтирования по простой учетной ставке мы применяем эту ставку также к величине  $P_0$ . Однако в этом случае  $P_0$  рассматривается уже как наращенная (и уже известная в момент расчета) сумма по отношению к основному капиталу  $P$ , а  $t_0$  — как момент окончания операции. Таким образом, базой для начисления процентов в данном случае является заранее известная наращенная сумма. Оценке же подлежит размер основного капитала, который должен был быть вложен в финансовую операцию  $t$  единиц времени назад по отношению ко времени завершения операции  $t_0$  с учетом темпа роста, соответствующего принятой в расчетах процентной ставке.

Начисленные таким образом проценты называются **антисипативными**. Использование антисипативных процентов характерно для определения параметров операций по покупке долгов. Действительно, результаты операции (сумма долга и дата его возврата), как правило, известны заранее. Покупку долговых обязательств в финансовой практике называют учетом. Например, покупку векселей банками называют банковским учетом векселей.

На рис. 3.4 дана графическая иллюстрация операций дисконтирования и наращивания по простым ставкам. График построен в предположении, что простая ставка равна 10% годовых, а капитал в нулевой момент времени равен 1.

Из графика на рис. 3.4 следует, что долг размером единица (на самом деле любой долг) при времени возврата 10 лет и учетной ставке 10% при такой логике должен иметь нулевую стоимость (что плохо согласуется с практикой). При увеличении времени до значений, пре-

вышающих десятилетний срок, мы получаем отрицательную стоимость долга, что и вовсе лишено экономического смысла.

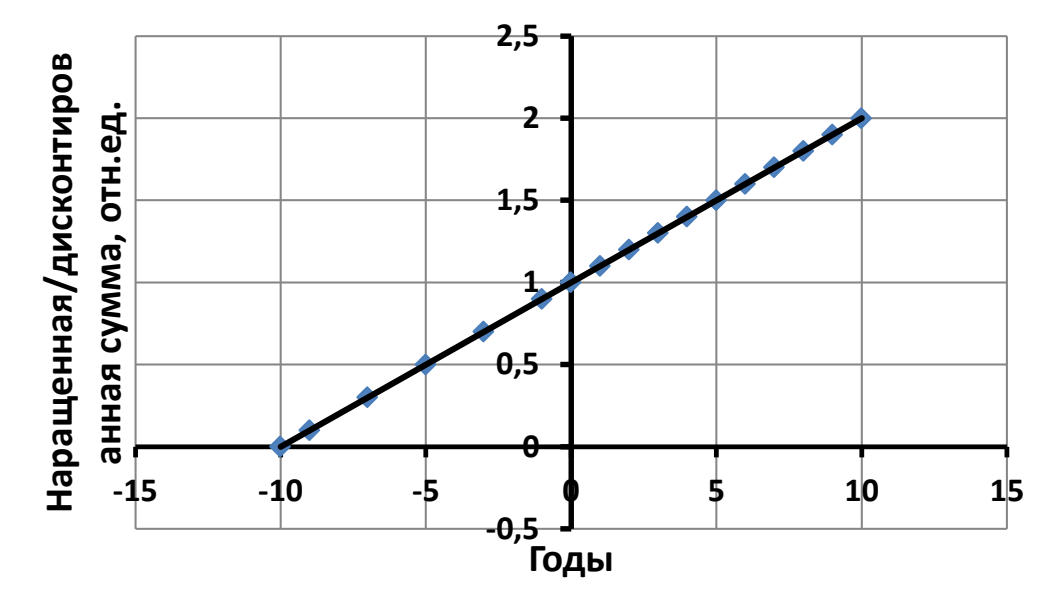


Рис. 3.4. Дисконтирование и наращивание по простым процентным ставкам

С другой стороны, будущая стоимость единичного капитала через 10 лет будет вдвое превышать его начальную стоимость (при данной процентной ставке).

Вопрос о времени удвоения капитала в экономике имеет определенный интерес. Поэтому решим эту задачу в общем виде. Пусть наращенная сумма будет равна удвоенной сумме начального капитала. Тогда:

$$2 \cdot P_0 = P_0 \cdot (1 + t \cdot i). \quad (3.7)$$

Отсюда время удвоения капитала в линейно растущей экономике  $t_2$ :

$$t_2 = \frac{1}{i}. \quad (3.8)$$

То есть в линейно развивающейся экономике время удвоения капитала обратно пропорционально средней депозитной ставке процента.



Рассмотрим уравнение наращивания более подробно. Напомним, что оно имеет вид:

$$P_t^+ = P_0 \cdot (1 + t \cdot i). \quad (3.9)$$

В этом виде оно отвечает на вопрос «Какую сумму мы получим в результате вложения известной суммы денег  $P_0$  в финансовую операцию длительностью  $t$  при ставке доходности  $i$ ?».

Однако, если известна наращенная сумма и еще два из трех параметров, уравнение можно решать и относительно параметров  $P_0$ ,  $t$ , и  $i$ .

Решение этого уравнения относительно основного капитала  $P_0$  при заданной наращенной сумме  $P^+$  дает ответ на вопрос «Какой начальный капитал необходим для получения наращенной суммы в результате финансовой операции длительностью  $t$  и доходностью  $i$ ?».

$$P_0 = \frac{P^+}{(1 + t \cdot i)}. \quad (3.10)$$

Решение относительно времени операции дает ответ на вопрос «Сколько должна длиться операция при заданном конечном и известном начальном капиталах и определенной ставке доходности».

$$t = \frac{P^+ - P_0}{P_0 \cdot i}. \quad (3.11)$$

Наконец, решение относительно процентной ставки отвечает на вопрос о том, какую доходность сулит финансовая операция, если все остальные ее параметры известны.

$$i = \frac{P^+ - P_0}{P_0 \cdot t}. \quad (3.12)$$

Это уравнение дает повод для интерпретации процентной ставки  $i$  как тангенса угла наклона прямой роста единичного капитала. Если  $P_0$  принять за единицу (это всегда можно сделать без потери общности), то из рис. 3.4 следует, что числитель этой дроби есть катет пря-

моугольного треугольника, противолежащий углу наклона прямой роста к оси абсцисс, а знаменатель этой дроби — прилежащий катет к этому же углу.

Это же уравнение дает основание приписать процентной ставке размерность. Если измерять величины  $P$  в рублях, а время в годах, то мы получим выражение для размерности  $i$

$$[i] = \frac{\text{рубли}}{\text{рубли} \cdot \text{год}} = \frac{1}{\text{год}}. \quad (3.13)$$

Таким образом, размерность процентной ставки обратна размерности времени.

Еще одна возможность применения этого уравнения — определение доходности любой финансовой операции. В самом деле, если в качестве начальных вложений в фактически проведенную операцию рассматривать величину  $P_0$ , а в качестве наращенной суммы — ее фактический результат  $P^+$ , то мы получим доходность операции, выраженную в виде простой процентной ставки. Заметим, что при этом вполне реально получить нулевую или отрицательную доходность (если например, оказалось, что  $P^+ < P_0$ ). Это один из самых распространенных методов оценки доходности финансовых операций. Заметим, что при измерении доходности необходимо обеспечить размерную однородность величин времени и процентной ставки. Так, если мы хотим получить доходность в виде ставки, сравнимой с банковской ставкой (которая чаще всего выражается в годовых процентах), то время в уравнении доходности должно быть выражено в годах.

Аналогичные вопросы можно ставить и к уравнению дисконтирования по учетной ставке (уравнению антисипативных процентов).

Напомним его вид:

$$P_t^- = P_0 \cdot (1 - t \cdot d).$$

В этом виде оно отвечает на вопрос о том, за какую сумму целесообразно сегодня купить долг  $P_0$ , если его погашение предусматривается через время  $t$ , а доходность операции должна равняться  $d$ .

Решив это уравнение относительно  $P_0$ , мы ответим на вопрос «Какая сумма должна быть указана в долговом обязательстве, сумма основного долга которого составляет  $P^-$ , и которое будет погашено через время  $t$ , при данной учетной ставке  $d$ »

$$P_0 = \frac{P^-}{(1 - t \cdot d)}. \quad (3.14)$$

В этом уравнении при  $(t \cdot d) \rightarrow 1$  (что в некоторых практических ситуациях достаточно вероятно) мы получим приближающиеся к бесконечности решения, а при  $(t \cdot d) > 1$  и вовсе отрицательные значения номинала долга. Это, конечно, лишено экономического смысла. Поэтому на практике этим соотношением нужно пользоваться с осторожностью.

Решение для длительности операции при использовании учетной ставки:

$$t = \frac{P_0 - P^-}{P_0 \cdot d} \quad (3.15)$$

Решение для доходности операции при использовании учетной ставки:

$$d = \frac{P_0 - P^-}{P_0 \cdot t}. \quad (3.16)$$

### ***3.3. Переменные процентные ставки***

Иногда при определении параметров финансовых операций с помощью простых процентных ставок есть повод для применения разных процентных ставок на разных интервалах времени. В строительстве таким поводом может быть, например, увеличение по ходу строительства коэффициента строительной готовности, снижающее риск «недостроя». Снижение кредитного риска банк вполне может оценить, понижая процентную ставку. Если на последовательных интервалах начисления  $t_1, t_2, \dots, t_n$  используются простые ставки  $i_1, i_2, \dots, i_n$  и

кредит выдается разовым платежом размером  $P_0$ , то наращенную сумму в такой кредитной операции можно определить следующим образом:

$$P^+ = P_0 + P_0 t_1 i_1 + P_0 t_2 i_2 + \dots + P_0 t_n i_n = P_0 \left( 1 + \sum_{k=1}^{k=n} t_k i_k \right). \quad (3.17)$$

Величина  $\mu = \left( 1 + \sum_{k=1}^{k=n} t_k i_k \right)$  называется множителем наращивания, показывающим (как обычно), во сколько раз наращенная сумма превосходит начальный капитал.

Таким образом, переменной процентной ставкой называется ставка, величина которой изменяется в ходе одной финансовой операции в зависимости от интервала времени. Для данного интервала времени значение ставки не изменяется.

### ***3.4. Плавающие процентные ставки***

Плавающие процентные ставки  $i_n$  состоят их двух элементов – базовой ставки  $i_\sigma$  и премии  $\Delta$ :

$$i_n = i_\sigma + \Delta. \quad (3.18)$$

В качестве базовой ставки выбирается какой-либо известный финансовый индикатор. Например, ставка LIBOR (London International Banking Offered Rates) — депозитная ставка лондонского межбанковского рынка. Размер премии обычно лежит в диапазоне 3-5%.

Необходимо иметь в виду, что ставка LIBOR дифференцируется в зависимости от срока депозита и от валюты, в которой он предложен.

В качестве базы могут выбираться и другие известные финансовые индикаторы, такие как, например, ставки рефинансирования национальных центральных банков и т.п.

### 3.5. Средние процентные ставки

В практике финансового анализа иногда возникает необходимость оценить среднюю за период доходность или стоимость капитала. Простейший способ ее решения – расчет простой средней ставки  $i_{cp}$  за период по соотношению:

$$i_{cp} = \frac{i_1 + i_2 + \dots + i_n}{n}. \quad (3.19)$$

Более корректный подход предполагает использование средневзвешенной величины. Взвешивание ведется по суммам, к которым относится соответствующая ставка. В этом случае, если обозначить суммы символом  $S_k$ , имеем:

$$i_{cp} = \frac{S_1 i_1 + S_2 i_2 + \dots + S_n i_n}{\sum_1^k S_k}. \quad (3.20)$$

По такому соотношению рассчитывается, например, средневзвешенная цена капитала при оценке параметров возможных заимствований.

### 3.6. Эффективные процентные ставки

Эффективной процентной ставкой называется расчетная процентная ставка, которая может отражать некоторые обстоятельства, не учитываемые непосредственно при определении номинальной цены заимствований. Например, необходимость выплаты дополнительных комиссионных платежей, увеличивающих реальную цену заимствований. Эти ставки будут рассмотрены ниже в специальном разделе.

## 4. ЗАДАЧИ НА ПРОСТЫЕ ПРОЦЕНТНЫЕ СТАВКИ

### 4.1. Декурсивные проценты

#### Задача 10

Жилищная облигация номиналом 1 кв.м. приобретена за 600\$. За какую сумму ее можно будет продать: а) через 3 месяца, б) через 1 год, в) через 2 года 5 месяцев, если строительная компания-эмитент обязалась поддерживать уровень доходности при выкупе облигаций 12% простых в год?

*Решение.* Это задача на определение наращенной суммы по простой процентной ставке.

В данной задаче основной капитал (обозначим его  $P_0$ ) равен сумме приобретения облигации, т.е.  $P_0 = 600\$$ . Ставка доходности  $i = 12\%$  годовых (в доленом исчислении 0,12). Применяя уравнение наращивания для первого временного интервала, и выражая время в годах (поскольку ставка годовая): 3 месяца = 0,25 года, имеем:

$$P_t^+ = P_0 \cdot (1 + t \cdot i) = 600 \cdot (1 + 0,25 \cdot 0,12) = 618\$.$$

Ответы для других интервалов соответственно 672\$ и 774\$.

#### Задача 11

Планируемая себестоимость строительства жилого дома 1000 \$/м<sup>2</sup>. Прогнозируемая продажная цена — 1500 \$/м<sup>2</sup>. Каков должен быть максимально допустимый срок строительства дома, определенный из соображений доходности вложений инвестора не менее 25% годовых, при выделении всей суммы, необходимой для строительства, в начальный момент времени?

*Решение.* Это задача на определение времени операции с использованием простой процентной ставки.

Роль основного капитала здесь играет себестоимость строительства. Роль наращенной суммы — прогнозная цена продажи. Роль процентной ставки — требуемая норма доходности.

Припоминая решение уравнения наращивания относительно времени операции, имеем:

$$t = \frac{P^+ - P_0}{P_0 \cdot i} = \frac{1500 - 1000}{1000 \cdot 0,25} = 2 \text{ года.}$$

### **Задача 12**

На какую доходность может рассчитывать инвестор, покупающий долю в строящемся доме в начале строительства за  $920\$/\text{м}^2$  при сроке строительства 2 года и прогнозируемой цене продажи  $1300\$/\text{м}^2$ ?

*Решение.* Это задача на определение доходности операции в виде простой процентной ставки.

Роль начального капитала здесь выполняет стоимость доли в начале строительства, роль наращенной суммы — прогнозируемая цена продажи. Срок строительства — длительность финансовой операции.

Используя решение уравнения наращивания по простой процентной ставке относительно ее величины, получим:

$$i = \frac{P^+ - P_0}{P_0 \cdot t} = \frac{1300 - 920}{920 \cdot 2} = 0,206.$$

Ответ получен в долевым исчислении. Для перехода к процентам необходимо умножить результат на 100%. В результате доходность данной финансовой операции, измеренная в процентах, 20,6% годовых.

### **Задача 13**

Какую минимальную скидку целесообразно предоставить покупателю квартиры в строящемся доме в начале строительства при прогнозируемой цене продажи готового жилья  $60000 \text{ руб.}/\text{м}^2$ , если срок строительства жилья по проекту составляет 19 мес., а средняя депозитная ставка составляет 6% годовых? Определить также соответствующую цену продажи.

*Решение.* Термин «скидка» может привести на мысль о необходимости использования антисипативных процентов. Однако здесь это не так. Дело в том, что здесь речь не идет о покупке долга. Покупатель квартиры ничего не должен строителям. Он находится в роли инвестора, и будет сравнивать доходность вложений в строительство на ранней стадии готовности с доходностью, например, банковского депозита, которая определяется с помощью простой ставки декурсивного процента. Поэтому решение следует искать с помощью уравнения наращивания по простой процентной ставке. Роль наращенной суммы здесь играет прогнозируемая цена продажи.

Используя решение этого уравнения относительно величины основного капитала, выражая время в годах, а депозитную ставку в долевом исчислении, имеем:

$$P_0 = \frac{P^+}{(1 + t \cdot i)} = \frac{60000}{1 + 1,58 \cdot 0,06} = 5479,5 \text{ руб/м}^2.$$

Таким образом, мы определили цену продажи со скидкой на начальном этапе строительства. Отсюда искомая скидка или дисконт  $D$ :

$$D = P^+ - P_0 = 60000 - 5479,5 = 5205,5 \text{ руб/м}^2.$$

#### **Задача 14**

Дольщик просит строительную организацию заменить 3 предстоящих платежа за строящуюся квартиру одним платежом, который он готов исполнить немедленно. Первый платеж суммой 10 тыс. долл. должен был быть выполнен через месяц по отношению к текущему моменту времени. Второй — суммой 15 тыс. долл. — чрез 3 месяца. Третий — суммой 20 тыс. долл. — через 6 месяцев. Какую сумму консолидированного платежа можно считать обоснованной, если ставка по валютным депозитам составляет 4% годовых?



*Решение.* Найдем современную стоимость всех трех платежей  $P_0$ , воспользовавшись уравнением дисконтирования по простой процентной ставке. Время выразим в годах, поскольку ставка процентов годовая.

$$P_0 = \frac{10}{1 + 1/12 \cdot 0,04} + \frac{15}{1 + 3/12 \cdot 0,04} + \frac{20}{1 + 6/12 \cdot 0,04} = 44,43 \text{ тыс.долл.}$$

Заметим, что консолидированный платеж в данном случае получился меньше простой суммы платежей по договору. Эта скидка представляет собой премию за досрочное исполнение платежей.

#### 4.2. Антисипативные проценты

##### Задача 15

Обязательство по отсрочке платежа за выполненные строительные работы суммой 1 млн. руб. обеспечивается векселем сроком 3 месяца. По договоренности сторон в договоре на покупку векселя используется учетная ставка 18% годовых. Какова должна быть вексельная сумма?

*Решение.* Эта задача на учетные процентные ставки (антисипативные проценты). Здесь роль дисконтированной суммы  $P$  играет долг в размере 1 млн. руб.

Употребляя решение уравнения дисконтирования для  $P_0$ , выражая время в годах, и используя процентную ставку в долевом исчислении, получим:

$$P_0 = \frac{P_t^-}{(1 - t \cdot d)} = \frac{1000000}{1 - 0,25 \cdot 0,18} = 1047120,4 \text{ руб}$$

##### Задача 16

Заказчик просит подрядчика принять в оплату за выполненные строительные работы вексель третьего лица номиналом 500 тыс. руб.;

до погашения векселя осталось 2 месяца. Стоимость работ по контракту составляет 460 тыс. руб. Учетная ставка, применяемая в текущий момент времени в банковском секторе, составляет 14% годовых. Есть ли смысл принимать данное предложение?

*Решение.* Эта задача на учетные процентные ставки (антисипативные проценты).

Роль известной заранее суммы  $P_0$  играет здесь номинал векселя.

Определяем, за какую сумму сегодня можно учесть такой вексель в банке, выражая время в годах, а учетную ставку в долевом исчислении:

$$P_t^- = P_0 \cdot (1 - t \cdot d) = 500000 \cdot (1 - 0,167 \cdot 0,14) = 488333,3 \text{ руб}$$

Поскольку сумма, полученная при учете векселя сегодня больше, чем стоимость работ по контракту (488 тыс. руб. > 460 тыс. руб.) это предложение имеет смысл принять (если, конечно, в надежности векселя нет сомнений).

### **Задача 17**

На забалансовом счете строительной организации числится вексель номиналом 300 тыс. руб., который может быть предъявлен к погашению через 5 месяцев. Какую доходность (измеренную в виде простой процентной ставки) обеспечит операция учета этого векселя за 260 тыс. руб. в текущий момент времени?

*Решение.* Доходность в виде простой процентной ставки определяется из уравнения наращивания при выражении времени в годах и ставки доходности в долевом исчислении следующим образом:

$$i = \frac{P^+ - P_0}{P_0 \cdot t} = \frac{300000 - 260000}{260000 \cdot 0,417} = 0,369 \equiv 36,9\%.$$

### **Задача 18**

Банковский кредит на строительство жилого дома в сумме 40 млн. руб. обеспечивается векселем с вексельной суммой 50 млн. руб.

На какой срок может быть выписан вексель, если учетная ставка, примененная при разработке вексельного договора, была принята в 17% годовых?

*Решение.* Срок операции, определенный на основе антисипативной (учетной) процентной ставки  $d$ , выражается следующим образом:

$$t = \frac{P_0 - P^-}{P_0 \cdot d} = \frac{500000000 - 400000000}{500000000 \cdot 0,17} = 1,176 \text{ лет} = 429 \text{ дней} = 14,3 \text{ мес.}$$

### 4.3. Коммерческий кредит

#### Задача 19

Подрядчик просит поставщика материалов предоставить ему коммерческий кредит в связи с временными финансовыми трудностями сроком на полгода.

Договорная цена поставленных в адрес подрядчика материалов составляет 2 млн. руб. Какова должна быть обоснованная сумма отсроченного платежа, указанная в дополнительном соглашении к договору поставки, если средняя ставка депозитного процента, прогнозируемая на этот период, 6% годовых?

*Решение.* Воспользуемся уравнением наращивания по простой процентной ставке:

$$P_t^+ = P_0 \cdot (1 + t \cdot i) = 2000000 \cdot (1 + 0,5 \cdot 0,06) = 20600000 \text{ руб}$$

#### Задача 20

Какую отсрочку платежа можно считать обоснованной, если заказчик согласен заплатить поставщику за металл цену на 10% большую, чем предусмотрено в договоре поставки в случае предоставления отсрочки? Средняя рентабельность бизнеса заказчика 20% годовых.

*Решение.* Рассматриваем в качестве основного капитала договорную цену и принимаем ее равной единице  $P_0 = 1$ . В этом случае наращенная сумма равна 1,1. В качестве нормы доходности использу-

ем среднюю рентабельность строительного бизнеса заказчика 20% годовых. Тогда:

$$t = \frac{P^+ - P_0}{P_0 \cdot i} = \frac{0,1}{0,2} = 0,5 \text{ года.}$$

### Задача 21

Можно ли считать обоснованным решение о предоставлении отсрочки платежа на 3 месяца за выполненные работы, если предлагаемая компенсация за несвоевременное исполнение платежа со стороны заказчика составляет 1,5% от суммы договора, а рентабельность собственного производства подрядчика 15% годовых?

*Решение.* Первый способ решения этой задачи основан на том, что доходность этой финансовой операции не должна быть меньше рентабельности собственного производства (иначе выгоднее вложить деньги в собственный бизнес). Определим доходность операции в виде ставки простых процентов:

$$i = \frac{P^+ - P_0}{P_0 \cdot t} = \frac{0,015}{0,25} = 0,06$$

Очевидно, что доходность операции для подрядчика значительно меньше рентабельности собственного производства. Поэтому операцию придется признать финансово не обоснованной.

Второй способ основан на сравнении сроков операции по предложению заказчика с экономически обоснованным сроком.

Определим экономически обоснованный срок из уравнения наращивания по простой процентной ставке:

$$t = \frac{P^+ - P_0}{P_0 \cdot i} = \frac{0,015}{0,15} = 0,1 \text{ года} = 36 \text{ дней} = 1,2 \text{ мес.}$$

Поскольку срок финансовой операции по предоставлению коммерческого кредита, определенный исходя из данных задачи, значительно меньше того, который просит заказчик, то решение о предоставлении отсрочки платежа при данной рентабельности собственного производства подрядчика нельзя считать обоснованным.

## 5. КОНВЕРСИИ ВАЛЮТЫ

Одной из важных в практическом отношении задач является задача о совмещении конверсии валюты с наращиванием процентов. Такие задачи нередко возникают, например, при приобретении импортной строительной техники и импортных строительных материалов.

В операции наращивания с конверсией валюты существуют два источника дохода: изменение курса валюты и наращивание процентов. Первый источник вносит в результаты операции неопределенность, так как реальная динамика курса валюты может оказаться такой, что двойное конвертирование может оказаться убыточным.

Второй источник безусловный, так как ставка процента фиксирована.

Ниже мы будем использовать следующие обозначения:

$P_v$  — сумма депозита в СКВ;

$P_r$  — сумма депозита в рублях;

$S_v$  — наращенная сумма в СКВ;

$S_r$  — наращенная сумма в рублях;

$K_0$  — курс обмена в начале операции;

$K_1$  — курс обмена в конце операции;

$N$  — длительность операции;

$i$  — процентная ставка наращивания для рублевых сумм;

$j$  — Процентная ставка наращивания для валютных сумм.

### 5.1. Схема СКВ-Рубли-СКВ

Рассмотрим схему операции СКВ — Рубли — СКВ (рис. 5.1).  
Операция предполагает три шага:

1. обмен валюты на рубли по курсу  $K_0$ ;
2. наращивание процентов по ставке  $i$ ;
3. конвертирование в исходную валюту по курсу  $K_1$ .

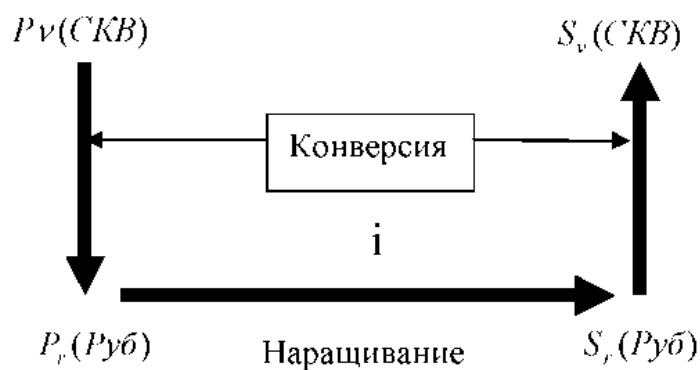


Рис. 5.1. Схема операции СКВ — РУБ — СКВ.

Итоговая сумма в валюте определится как

$$S_v = P_v \cdot K_0 (1 + n \cdot i) \frac{1}{K_1} = P_v \frac{K_0}{K_1} (1 + ni). \quad (5.1)$$

Три сомножителя этой формулы соответствуют трем описанным выше шагам.

Множитель наращивания с учетом двойного конвертирования

$$\mu = \frac{K_0}{K_1} (1 + ni). \quad (5.2)$$

Производная этого множителя по  $i$ :

$$\mu'_i = \frac{K_0}{K_1} n. \quad (5.3)$$

То есть с ростом ставки множитель линейно увеличивается.

Производная множителя по  $K_1$ :

$$\mu'_{K_1} = \frac{K_0 (1 + ni)}{K_1^2}. \quad (5.4)$$

То есть скорость изменения множителя наращивания обратно пропорциональна квадрату конечного курса обмена.

## Задача 22

Предполагается поместить 1000\$ на рублевый депозит. Курс продажи на начало операции 30 руб./долл. Прогнозируемый курс продажи на дату окончания операции 34 руб./долл. Ставка наращивания для рублевых сумм 8% годовых. Аналогичная ставка по валютным депозитам  $j = 4\%$  годовых. Срок операции 3 месяца. Определить результаты наращивания с конверсией и без конверсии.

*Решение.* Результат с конверсией:

$$S_v = P_v \frac{K_0}{K_1} (1 + n \cdot i) = 1000 \frac{30}{34} (1 + 0,25 \cdot 0,08) = 900 \$.$$

Результат без конверсии (прямое наращивание):

$$S_v = P_v \cdot (1 + n \cdot j) = 1000(1 + 0,25 \cdot 0,04) = 1010 \$.$$

Таким образом, при данном соотношении курсов и ставок наращивание с конверсией бессмысленно, так как эта операция убыточна. Прямое наращивание дает незначительный доход (срок короткий).

### *Доходность операции*

Измерим доходность операции наращивания с конверсией в целом, применив в качестве показателя доходности простую процентную ставку. Мы будем называть эту ставку эффективной ставкой процента для данной операции, и обозначать  $i_3$ .

$$i_3 = \frac{S_v - P_v}{P_v n}. \quad (5.5)$$

Подставив в это уравнение выражение для итоговой суммы операции наращивания с конверсией, полученное выше, и обозначив отношение конечного и начального курсов валют символом  $k = K_1/K_0$ , имеем:

$$i_3 = \frac{(1 + ni) / k - 1}{n}. \quad (5.6)$$

С увеличением  $k$  эффективность операции падает. При  $k = 1$ ,  $i_3 = i$ , применение конверсии не дает никакого эффекта. При  $k > 1$ ,

$i_s < i$ , операция убыточна. И, наконец, при  $k < 1$ ,  $i_s > i$ , операция оказывается выгодной. Критическое значение соотношения курсов валют  $k^*$ , при котором операция не приносит ни выгоды, ни убытков, найдем из условия  $i_s = 0$ .

Из формулы для эффективной ставки следует, что  $k^* = 1 + n \cdot i$ , что, в свою очередь, означает:

$$K_1^* = K_0 \cdot (1 + n \cdot i).$$

Если ожидаемые величины  $k^*$  и  $K_1^*$  превышают свои критические значения, то операция явно убыточна. Поскольку в момент заключения контракта величина  $K_1$  точно не известна, и речь может идти только о прогнозе, практически интересным представляется вопрос о максимально допустимом значении курса обмена в конце операции. Оценить этот предел можно, приравняв множители наращивания в прямой операции наращивания и в операции наращивания с конверсией:

$$(1 + nj) = \frac{K_0}{K_1} (1 + ni). \quad (5.7)$$

$$\text{Отсюда: } K_1^{\max} = K_0 \frac{1 + ni}{1 + nj} \text{ или } k^{\max} = \frac{1 + ni}{1 + nj}. \quad (5.8)$$

### Задача 23

Для условий предыдущего примера определить максимально допустимое значение курса.

*Решение*

$$K_1^{\max} = K_0 \frac{1 + ni}{1 + nj} = 30 \frac{1 + 0,25 \cdot 0,08}{1 + 0,25 \cdot 0,04} = 30,297 \text{ руб./долл.}$$

На рис. 5.2 представлен график зависимости эффективной ставки от соотношения курсов валют, иллюстрирующий приведенные выше соотношения.



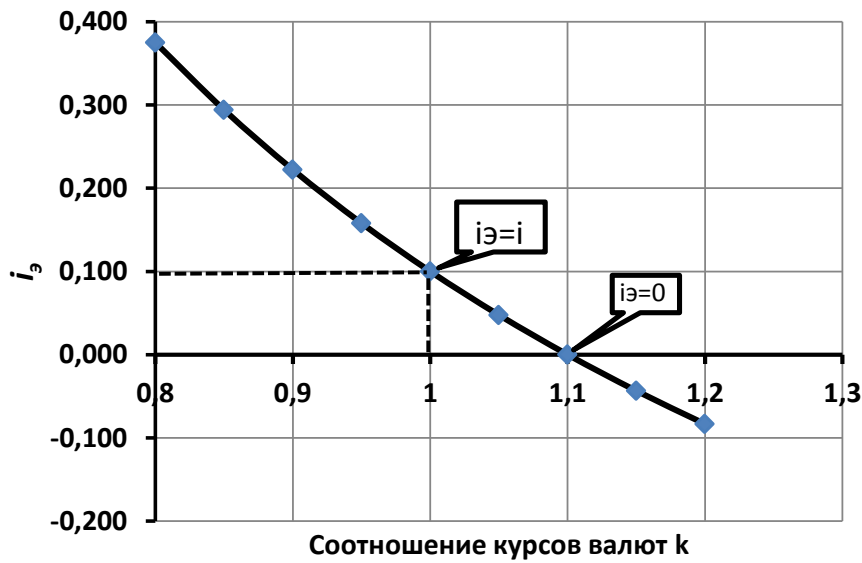


Рис. 5.2. Зависимость эффективной ставки  $i_э$  от соотношения курсов валют  $k$

### 5.2. Схема Рубли — СКВ — Рубли

Рассмотрим схему операции Рубли — СКВ — Рубли (рис. 5.3).

В этом варианте три сомножителя, соответствующие трем шагам операции, выглядят следующим образом:

$$S_r = \frac{P_r}{K_0} (1 + n \cdot j) K_1 = P_r \frac{K_1}{K_0} (1 + n \cdot j). \quad (5.9)$$

Как и в предыдущем варианте, множитель наращивания линейно зависит от ставки, но теперь ставки наращивания по СКВ. Зависимость множителя наращивания от конечного курса здесь линейная.

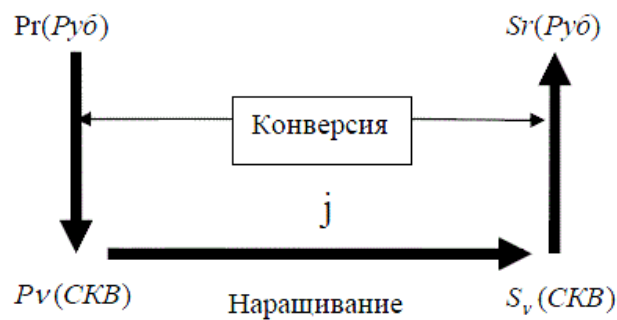


Рис. 5.3 Схема операции Руб. — СКВ — Руб.

### Задача 24

Предполагается разместить на валютном депозите сумму 1 млн. руб. Ставка по валютному депозиту 4% годовых. Ставка по рублевому депозиту 8% годовых. Срок операции — 3 месяца. Курсы обмена в начале и в конце операции соответственно 30 руб./долл. и 34 руб./долл. Сравнить результаты операции с конвертированием и прямым наращиванием.

#### Решение

Вариант с конверсией:

$$S_r = P_r \cdot \frac{K_1}{K_0} \cdot (1 + n \cdot j) = 1000000 \cdot \frac{34}{30} \cdot (1 + 0,25 \cdot 0,04) = 1144666 \text{ руб.}$$

Вариант без конверсии:

$$S_r = P_r \cdot (1 + n \cdot i) = 1000000 \cdot (1 + 0,25 \cdot 0,08) = 1020000 \text{ руб.}$$

#### Доходность операции

Определим простую эффективную ставку процентов.

$$i_3 = \frac{S_r - P_r}{P_r \cdot n} = \frac{K_1/K_0 \cdot (1 + nj) - 1}{n} = \frac{k \cdot (1 + nj) - 1}{n}. \quad (5.10)$$

Зависимость эффективности операции от соотношения курсов валют  $k$  линейная. При  $k = 1$ ,  $i_3 = j$ , применение конверсии дает такой же результат, как и наращивание в валюте без конверсии. При  $k > 1$ ,  $i_3 > j$ , конверсия имеет смысл. И, наконец, при  $k < 1$ ,  $i_3 < j$ , конверсия убыточна.

Критические значения соотношения курсов валют  $k^*$  и курса в конце операции  $K^*$ , соответственно

$$k^* = \frac{1}{1 + nj}, \quad K^* = \frac{K_0}{1 + nj}. \quad (5.11)$$

### Задача 25

Определить критические значения для соотношения курсов валют и курса обмена в конце операции по условиям предыдущего примера.

$$\text{Решение} \quad k^* = \frac{1}{1 + 0,25 \cdot 0,04} = 0,999;$$

$$K^* = \frac{30}{1 + 0,24 \cdot 0,04} = 29,97 \text{ руб./долл.}$$

На рис. 5.4 приведена зависимость эффективной ставки процента от соотношения курсов валют в операции Руб — СКВ — Руб.



Рис. 5.4. Зависимость эффективной ставки от соотношения курсов

## 6. СЛОЖНЫЕ ПРОЦЕНТНЫЕ СТАВКИ

### 6.1. Экспоненциальный рост и сложные проценты

Идея сложных процентов связана с гипотезой экспоненциального роста экономики. В такой экономике соотношение для определения будущего объема производства ВВП  $S$  при известном объеме производства  $P_0$  в начальный момент времени  $t_0$  и при относительно постоянном темпе прироста  $i_c \approx const$  в данном случае будет выглядеть следующим образом:

$$S = P_0 e^{t i_c}. \quad (6.1)$$

Приведенное соотношение хорошо известно в теории финансов, как формула наращивания по сложной процентной ставке при непрерывном начислении процентов. Оно может быть истолковано в том смысле, что одна денежная единица, вложенная в экономику в некоторый начальный момент времени, должна приносить доход с относительно постоянным темпом прироста, не меньшим  $i_c$ , чтобы эффективность вложений была не ниже эффективности экономики в целом. При этом в результате вложения средств в такую экономику в размере  $P_0$  через время  $t$  будет накоплена сумма  $S$ .

#### Задача 26

В 1626 г. Директор Новых Нидерландов Петер Минейт выменял у местных индейцев территорию острова Манхэттен за вещи, стоившие 24\$. Оценить современную стоимость острова, используя соображения о наращивании по простым и сложным ставкам процентов, предполагая их равными 7% годовых (средняя банковская ставка за данный промежуток времени).

*Решение*

Простые ставки:

$$S = P_0(1 + n \cdot i) = 24 \cdot [1 + (2013 - 1626) \cdot 0,07] = 674 \text{ \$}.$$

Сложные ставки:

$$S = P_0 e^{i \cdot t} = 24 e^{0,07 \cdot (2013 - 1626)} = 13,972 \text{ млрд. долл.}$$

Результат, полученный с использованием простых процентов, очевидно, абсурден. Земля, на которой расположен один из крупнейших районов г. Нью-Йорк, не может стоить в настоящее время таких незначительных денег.

Нынешняя оценка земель острова (скорее, теоретическая), полученная другими методами, составляет ориентировочно 49 миллиардов долларов. Отсюда очевидно, что наращивание по сложным процентам дает гораздо более правдоподобные результаты на больших временных интервалах, чем наращивание по простым процентам.

Решение задачи дисконтирования по сложным процентным ставкам выглядит следующим образом:

$$P_0 = \frac{S}{e^{i \cdot t}} = S e^{-i \cdot t}. \quad (6.2)$$

Экономический смысл дисконтирования состоит в том, что мы определяем сумму средств, которую необходимо вложить в рассматриваемую экономику в начальный момент времени для получения эффекта в размере  $S$ .

Решая уравнение наращивания относительно параметров  $i$  и  $t$ , получим выражения для этих параметров:

$$i = \frac{\ln \frac{S}{P_0}}{t}; \quad t = \frac{\ln \frac{S}{P_0}}{i}. \quad (6.3)$$

Рассмотрим непрерывный денежный поток, состоящий из множества различных платежей, размером  $R_t$ . Дисконтированная стоимость  $A$  такого денежного потока, за время  $\tau$  может быть подсчитана как интеграл дисконтированных стоимостей  $R_t$  следующим образом:

$$A = \int_0^{\tau} R_t \cdot e^{-i \cdot t} dt. \quad (6.4)$$

В случае если величина периодических платежей постоянна во времени, говорят, что денежный поток представляет собой равномер-

ный аннуитет. В этом случае имеет место  $R_t = R = const$ , и этот интеграл равен:

$$A = R \frac{1 - e^{-i\tau}}{i}. \quad (6.5)$$

Из этого решения прямо вытекает один из замечательных результатов теории финансов, позволяющий оценивать стоимость бесконечных во времени аннуитетов. Действительно, если  $t \rightarrow \infty$ , то при  $i \approx const$

$$A = \frac{R}{i}. \quad (6.6)$$

Размерность этой величины  $[A] = \text{руб.} / \text{год} \times 1 / \text{год} = \text{руб.}$

Интерпретация полученного выражения очевидна. В экспоненциально развивающейся экономике стоимость бесконечного потока равновеликих платежей (аннуитета) оценивается конечной величиной, равной отношению величины одного платежа к средней процентной ставке. Такую операцию называют иногда капитализацией денежного потока. Заметим, что при  $i = 0$ , т.е. когда экономическое развитие отсутствует, стоимость бесконечного денежного потока оценить конечной суммой невозможно, и, следовательно, операция капитализации не может дать практически полезного результата.

Время удвоения капитала в экспоненциально развивающейся экономике  $t_{2e}$  получим, прологарифмировав выражение для наращенной суммы  $S = 2 \cdot P_0$ .

$$P_0 = 2 \cdot P_0 e^{-it}. \quad (6.7)$$

В результате получим:

$$t_{2e} = \frac{\ln 2}{i} = \frac{0,693}{i}. \quad (6.8)$$

Таким образом, срок окупаемости капитала для экспоненциально развивающейся экономики примерно на 30% меньше, чем для развивающейся линейно, при равных значениях простой и сложной процентных ставок. Например, при ставке  $i_c = 10\%$  годовых (в долевым

исчислении  $0,1$ ) время удвоения капитала в линейной экономике будет около 10 лет. В экспоненциальной экономике оно будет около 7 лет. Эти соображения могут быть использованы для оценки средних фактических сроков окупаемости проектов в конкретной экономике.

### ***6.2. Сроки окупаемости инвестиционных проектов***

Практически интересным представляется также вопрос о том, можно ли приведенные соображения использовать для оценки нормативных сроков окупаемости. Срок окупаемости считается одним из основных показателей эффективности инвестиционных проектов. Однако, одно из неудобств, которое возникает при оценке эффективности проектов по этому показателю, заключается в том, что для него не удастся подобрать убедительную сравнительную базу. Что считать нормой, с чем сравнивать? Эти вопросы остаются до сих пор в значительной степени открытыми. В этом, возможно, одна из причин, по которой все большей популярностью пользуются такие показатели экономической эффективности, как внутренняя норма рентабельности, которую можно непосредственно сравнивать с процентной ставкой. Однако ее расчет достаточно сложен, а в некоторых ситуациях бывает и невозможен.

Поэтому привлекательной остается задача выработки представлений о нормативном сроке окупаемости на основе не таких гипотетических показателей, как ставка дисконтирования, бесспорных рекомендаций по определению которой так и не выработано (несмотря на большое количество работ на эту тему), а на основе реально наблюдаемых экономических величин.

Однако оценка нормативных сроков окупаемости на основе фактических статистических данных по темпам роста приводит к логическому парадоксу. Он заключается в том, что если в качестве нормативного срока окупаемости ориентироваться на значения, получаемые на основе фактических средних темпов роста, то при низких темпах роста экономики мы получим большие нормативные сроки оку-

паемости. Для данных США, приведенных на рис. 3.3 ( $i_c = 0,0316$ ), например, они составляют около 22 лет.

В пределе, в неразвивающейся экономике при  $i_c = 0$  в качестве наиболее предпочтительных вариантов инвестиционных проектов мы должны были бы рассматривать проекты с бесконечно большим сроком окупаемости. Это, конечно, выглядит абсурдом.

Более логичной представляется оценка нормативных сроков окупаемости, основанная на соображениях о возможных темпах роста экономики (которые могут быть выработаны на основе достаточно надежной статистики), ограничениях на приемлемый для производства уровень ставки ссудного процента, и поправок на темпы инфляции. Последнее необходимо, так как статистический учет темпов роста ВВП ведется в сопоставимых ценах, исключающих инфляцию. Заметим, что все перечисленные величины есть статистически наблюдаемые величины.

Предположим, что желательный (и реальный) темп роста ВВП определен имеющейся статистикой и политическими решениями (например, 6% в год). В такой экономике депозиты должны давать среднюю доходность около 6% годовых. Учитывая, что ставка ссудного процента примерно вдвое выше ставки депозитного процента, оценим среднюю ставку сложного ссудного процента в  $i_{cc} = 12\%$  годовых, и будем предполагать, что такой уровень ставок приемлем для нашей гипотетической экономики.

Вводя поправку на инфляцию по известной формуле Фишера, взяв для примера значение годового темпа инфляции  $h = 13\%$  (текущее значение темпа инфляции для российской экономики), получим прогнозируемую величину реальной ставки депозитного процента  $i_n$ :

$$i_n = 0,06 + 0,13 + 0,06 \times 0,13 = 0,25 + 0,0156 = 0,1978. \quad (6.9)$$

Тогда для приведенных условных числовых данных нормативный срок окупаемости:



$$t_n = \frac{\ln 2}{i_n} = \frac{0,693}{0,1978} = \frac{0,693}{0,1978} \cong 3,5 \text{ года} . \quad (6.10)$$

Это неплохо согласуется с коммерческой практикой.

Для линейно развивающейся экономики оценка нормативного срока окупаемости на том же числовом материале в предположении о равенстве простых и сложных процентных ставок дает:

$$t_n = \frac{1}{i_n} = \frac{1}{0,1978} \cong 5 \text{ лет} . \quad (6.11)$$

Известно, что на больших временных интервалах экспоненциальная модель дает более точные результаты. Поэтому из общих соображений предпочтительнее пользоваться оценками, полученными на основе экспоненциальной модели.

В заключение обсуждения результатов, полученных из предположения об экспоненциальном росте экономики, заметим, что в экономической литературе приведенные выше соотношения для наращивания и дисконтирования часто используются в несколько другой записи. В частности, формула наращивания по сложным процентам записывается в виде:

$$S = P_0 \cdot (1 + i_t)^t . \quad (6.12)$$

Формула дисконтирования — в виде

$$P_0 = \frac{S}{(1 + i)^t} . \quad (6.13)$$

Такая форма записи может быть получена из разложения в ряд экспоненты в формуле наращивания или дисконтирования при значениях  $i \ll 1$  с сохранением первого члена разложения:

$$e^{i \cdot t} \cong (1 + i)^t . \quad (6.14)$$

Таким образом, расчетные соотношения, рекомендуемые в многочисленных методических материалах для соизмерения разновре-

менных затрат можно считать прямым следствием гипотезы об экспоненциальном росте однопродуктовой экономики и предположения о том, что уровень процентных ставок не высок, а инфляционные ожидания незначительны.

### **6.3. Связь простых и сложных процентов**

Отметим, что формулу сложных процентов можно получить и из других соображений. Рассмотрим многократное наращивание по простым процентам с присоединением накопленных процентов к наращиваемой сумме. В качестве начального капитала возьмем единичный капитал  $P_0 = 1$ , а срок наращивания будем считать равным единице. Тогда при количестве шагов наращивания, изменяющимся от 1 до  $n$ , получим для суммы в конце каждого периода наращивания:

$$\begin{aligned}
 S_1 &= (1 + i); \\
 S_2 &= (1 + i) \cdot (1 + i); \\
 &\dots\dots\dots \\
 S_n &= (1 + i) \cdot (1 + i) \dots (1 + i) = (1 + i)^n.
 \end{aligned}
 \tag{6.15}$$

Таким образом, формула сложных процентов получается из представления о наращивании по простым процентным ставкам с присоединением процентов к наращенной сумме (с реинвестированием).

### **6.4. Задачи на сложные проценты**

#### **Задача 27**

Для целей модернизации материально-технической базы строительного производства создается накопительный фонд с реинвестированием по ставке процентов  $i = 6\%$  годовых. При создании фонда в него вносится 10 000 000 руб. Дальнейших платежей не предполагается.

Определить, какая сумма будет накоплена в таком фонде через 5 лет, через 10 лет?

*Решение*

$$S_5 = P_0(1+i)^t = 10000000 \cdot (1+0,06)^5 = 13385256 \text{ руб.}$$

$$S_{10} = P_0(1+i)^t = 10000000 \cdot (1+0,06)^{10} = 17908477 \text{ руб.}$$

### **Задача 28**

Какую сумму необходимо вложить в фонд развития строительного производства в текущий момент времени, для того чтобы через 10 лет можно было бы располагать капиталом в 1 млрд. руб.? Предполагается, что наращивание будет производиться в фонде за счет инвестиций в ценные бумаги, средняя доходность которых составляет 20% годовых.

*Решение*

$$P_0 = \frac{S}{(1+i)^t} = \frac{1000000000}{(1+0,2)^{10}} = 161\,505\,583 \text{ руб.}$$

### **Задача 29**

Сколько времени потребуется для создания инвестиционного фонда размером 2 млрд. руб. за счет реинвестирования первоначальных вложений в сумме 100 млн. руб. на валютном рынке, со средней доходностью 30% годовых?

*Решение*

$$t = \frac{\ln \frac{S}{P_0}}{i} = \frac{\ln \frac{2000000000}{100000000}}{0,3} = 9,986 \text{ лет.}$$

### **Задача 30**

Какую доходность, выраженную ставкой сложного процента, можно ожидать от операции долгосрочного инвестирования в покупку земельного участка, стоящего в настоящий момент времени 100 млн. руб., если через 10 лет прогнозируемая стоимость этой земли может составить 180 млн. руб.?

*Решение*

$$i = \frac{\ln \frac{S}{P_0}}{t} = \frac{\ln \frac{180}{100}}{10} = 0,0588 \text{ или } 5,88\% \text{ годовых.}$$

### Задача 31

Приближенно оценить стоимость однокомнатной квартиры, приобретаемой для сдачи в аренду из расчета месячной арендной ставки 25000 руб., если средняя депозитная ставка в банковском секторе составляет 5% годовых.

*Решение.* Арендная плата за квартиру представляет собой равномерный аннуитет с месячным платежом 25 тыс. руб. Поскольку при оценке стоимости такого аннуитета мы будем пользоваться годовой ставкой, будем рассматривать годовой платеж, который составит  $R = 25 \times 12 = 300$  тыс. руб. Далее, определим современную стоимость такого аннуитета с помощью соотношения для его капитализации:

$$A = \frac{R}{i} = \frac{300}{0,05} = 6000 \text{ тыс.руб. или } 6 \text{ млн.руб.}$$

Если бы мы пользовались месячной ставкой процента (ее можно оценить, разделив годовую на 12 —  $0,05/12=0,00417$ ), мы получили бы следующий результат:

$$A = \frac{R}{i} = \frac{25000}{0,00417} = 5\,999\,204 \text{ руб.}$$

### Задача 32

Оценить фактические сроки окупаемости вложений в экономику, для которой средний темп прироста ВВП составляет 3% годовых.

*Решение.* Воспользуемся оценкой, получаемой с помощью срока времени удвоения капитала:

$$t_{2e} = \frac{\ln 2}{i} = \frac{0,693}{0,03} = 23 \text{ года.}$$

### Задача 33

Две фирмы, входящие в строительный холдинг, имеют годовые обороты 100 млн. руб. и 200 млн. руб. соответственно. Оборот первой фирмы растет ежемесячно на 2 %, а оборот второй — уменьшается на 1%. Определить, через какое время годовые обороты фирм станут одинаковыми.

*Решение.* Для решения задачи воспользуемся формулой сложных процентов, в которую темпы прироста оборота выражены в месячном измерении:

$$S = P \cdot \left(1 + \frac{i_m}{m}\right)^m,$$

где  $i_m/m$  — месячная процентная ставка,  $m$  — число месяцев.

На основании приведенной выше формулы составляем уравнение:

$$100 \cdot (1 + 0,02)^m = 200 \cdot (1 + 0,01)^{-m}$$

Далее, логарифмируем его и решаем относительно  $m$ .

Ответ: Обороты фирм сравняются примерно через 23 месяца.

## 7. ИНФЛЯЦИЯ

### 7.1. Основные показатели инфляции

Инфляция — это уменьшение покупательной способности денег.

Для различных сторон финансовых операций влияние инфляции проявляется по-разному. Кредитор в результате инфляционных процессов теряет часть реального дохода. Заемщик, напротив, может погасить долг деньгами пониженной покупательной способности.

Для характеристики инфляции за определенный промежуток времени чаще всего используются индекс цен  $J_p$ , индекс покупательной способности  $J_{nc}$  и темп инфляции  $H$ . Если есть необходимость характеризовать инфляцию на более коротких промежутках времени, чем основной, то применяются частные аналоги этих показателей  $j_p$ ,  $j_{nc}$ ,  $h$ , соответственно.

**Индекс цен есть отношение цены в конце горизонта расчета к цене в начальной точке отсчета.**

Индекс цен показывает, во сколько раз изменилась цена за рассматриваемый период (рис. 7.1).

Индекс цен за рассматриваемый период:

$$J_p = \frac{C_k}{C_0}. \quad (7.1)$$

Индекс покупательной способности — величина обратная индексу цен:

$$J_{nc} = \frac{1}{J_p}. \quad (7.2)$$

#### Задача 34

Пусть индекс цен через 40 месяцев от точки отсчета составил  $J_p = 1,49$ . Как изменилась за это время покупательная способность суммы долга в 150 тыс. руб.

### Решение

Индекс покупательной способности  $J_{nc} = 1 / J_p = 1 / 1,49 = 0,67$ .  
Реальная покупательная способность этой суммы в рассматриваемый момент равна  $150 \text{ тыс. руб.} \times 0,67 = 100,5 \text{ тыс. руб.}$  в деньгах 3,5 лет давности.

**Темп инфляции  $H$  – это относительный прирост цен за период.**

Темп инфляции показывает, на сколько процентов выросла цена за рассматриваемый период.

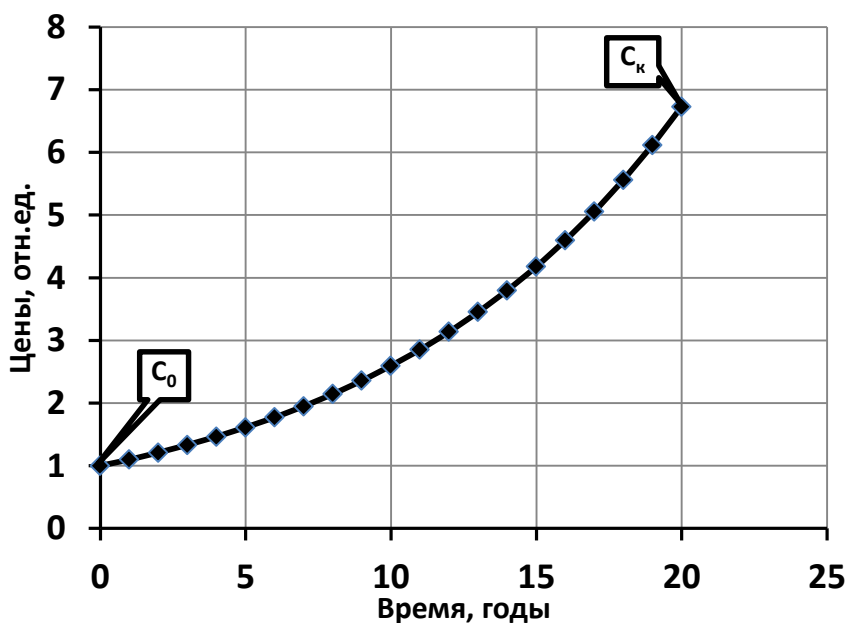


Рис. 7.1. К расчету индекса роста цен и темпа инфляции

Темп инфляции рассчитывается по формуле:

$$H = \frac{C_k - C_0}{C_0} = \frac{C_k}{C_0} - 1 = J_p - 1. \quad (7.3)$$

Индекс цен определяется через темп инфляции следующим образом:

$$J_p = H + 1 \equiv \frac{H\%}{100} + 1. \quad (7.4)$$

Если годовой темп инфляции 13%, то цены выросли за год в 1,13 раза. Если темп инфляции 130%, то цены выросли в 2,3 раза.

Подсчитаем темп роста цен и темп инфляции за  $k$  периодов, начиная с первого.

Индекс цен:

$$\frac{C_1}{C_0} \cdot \frac{C_2}{C_1} \dots \frac{C_k}{C_{k-1}} = \frac{C_k}{C_0} = J_p. \quad (7.5)$$

Таким образом, индекс цен за промежуток времени, складывающийся из нескольких временных отрезков, для каждого из которых определен свой частный индекс цен  $j_k$ , рассчитывается как произведение частных индексов цен:

$$J_p = \prod_1^k j_k. \quad (7.6)$$

Конечно, если все  $j_k$  равны, мы получим:  $J_p = j^k$ .

Таким образом, если мы делим рассматриваемый период на  $k$  равных промежутков времени и предполагаем, что все эти промежутки времени можно характеризовать одной и той же средней величиной индекса цен  $j$ , то справедливо следующее соотношение:

$$j = \sqrt[k]{J_p}. \quad (7.7)$$

Если каждому частному индексу цен сопоставить частный темп инфляции  $h_k = j_k - 1$ , то выражение для индекса цен можно переписать следующим образом:

$$J_p = \prod_1^k (h_k + 1). \quad (7.8)$$

Если каждый промежуток времени можно характеризовать одним и тем же средним темпом инфляции  $h$ , то

$$J_p = (h + 1)^k \equiv \left( \frac{h\%}{100\%} + 1 \right)^k. \quad (7.9)$$



Отсюда, зная общий индекс цен за период, можно найти средние темпы инфляции:

$$h = \sqrt[k]{J_p} - 1 \equiv 100\% \cdot (\sqrt[k]{J_p} - 1). \quad (7.10)$$

Если нам известен средний частный темп инфляции, то общий темп инфляции за весь срок продолжительностью  $k$  периодов, мы можем определить следующим образом:

$$H = (1 + h)^k - 1. \quad (7.11)$$

Верно и обратное соотношение:

$$h = \sqrt[k]{H + 1} - 1. \quad (7.12)$$

### **Задача 35**

К какому росту цен за год приведет постоянный темп инфляции 10% в месяц, и каким будет годовой темп инфляции?

*Решение*

Месячный индекс цен  $j_p = 10\%/100\% + 1 = 1,1$ .

Индекс цен за год  $J_p = j_p^{12} = 1,1^{12} = 3,1384$ .

Годовой темп инфляции

$$H = J_p - 1 = 3,1384 - 1 = 2,1384 \equiv 213,84\%.$$

### **Задача 36**

Последовательный прирост цен на цемент по месяцам составил 25%, 20% и 18%.

Рассчитать индекс цен за 3 месяца и соответствующий ему темп инфляции цен на цемент.

*Решение*

$$J_p = \prod_1^k j_k = 1,25 \cdot 1,2 \cdot 1,18 = 1,77.$$

$$H = J_p - 1 = 1,77 - 1 = 0,77 \equiv 77\%$$

## 7.2. Нарращивание с учетом инфляции

### Простые проценты

Уравнение наращивания по простой процентной ставке с учетом инфляции имеет вид:

$$S = \frac{P(1 + n \cdot i)}{J_p} = P \frac{1 + n \cdot i}{(1 + H)}. \quad (7.13)$$

Как видно из приведенного выражения, наращивание суммы имеет место только тогда, когда выполняется условие:

$$(1 + n \cdot i) > J_p \equiv (1 + n \cdot i) > (1 + H) \Rightarrow n \cdot i > H \Rightarrow i > \frac{H}{n}. \quad (7.14)$$

Ставку, компенсирующую инфляцию для простых процентов  $i^*$  найдем, приравняв множитель наращивания  $\mu$  единице.

$$\mu = \frac{1 + n \cdot i}{J_p} = 1 \Rightarrow i^* = \frac{J_p - 1}{n} = \frac{H}{n}. \quad (7.15)$$

Таким образом, результат наращивания по простым процентным ставкам с учетом инфляции зависит от срока операции.

Если  $i = H/n$ , наращивания не происходит.

Если  $i < H/n$ , наблюдается эрозия капитала.

### Задача 37

Подрядчик просрочил на 3 месяца оплату поставки партии цемента стоимостью 1,5 млн. руб. По условиям договора за каждый день просрочки он должен уплатить поставщику штраф в размере ставки рефинансирования ЦБ РФ, которая равна в период расчета 10% годовых. Ежемесячная инфляция составляет 0,8%. Чему будут равны наращенная сумма без учета инфляции, с учетом обесценивания денег за счет инфляции, номинальная и реальная суммы штрафа?

### Решение

Определим наращенную сумму без учета инфляции (номинальную наращенную сумму)  $S_n$  по уравнению наращивания, выражая время в годах, а процентную ставку в долевом исчислении:

$$S_n = P \cdot (1 + n \cdot i) = 1500000 \cdot (1 + 0,25 \cdot 0,1) = 1537500 \text{ руб.}$$

Определим наращенную сумму с учетом обесценивания, учитывая, что в условиях задачи дан частный темп инфляции за месяц  $h$  в процентном выражении, а для решения задачи необходим индекс цен за 3 месяца:

$$S = P \cdot \frac{1 + n \cdot i}{(1 + H)} = P \cdot \frac{1 + n \cdot i}{\left(1 + \frac{h\%}{100}\right)^n} = 1500000 \cdot \frac{1 + 0,25 \cdot 0,1}{\left(1 + \frac{0,8}{100}\right)^3} = 1501182,62 \text{ руб.}$$

Номинальная сумма штрафа:

$$\Delta S_n = 1537500 - 1500000 = 37500 \text{ руб.}$$

Реальная сумма штрафа:

$$\Delta S_p = 1501182,62 - 1500000 = 1182,62 \text{ руб.}$$

### Сложные проценты

Уравнение наращивания по сложной процентной ставке с учетом инфляции в случае выражения среднего частного темпа инфляции  $h$  в процентном виде имеет вид:

$$S = P \cdot \frac{(1 + i)^n}{J_p} = P \cdot \left( \frac{1 + i}{1 + \frac{h\%}{100}} \right)^n. \quad (7.16)$$

Очевидно, что когда  $i = h$ , роста реальной суммы не происходит. Рост наблюдается только, если  $i > h$ . Если  $i < h$ , то наблюдается эрозия капитала.

Возникает вопрос, при какой ставке наращивание будет только компенсировать инфляцию? Ставку сложных процентов, компенсирующую инфляцию  $i^*$  найдем, приравняв множитель наращивания  $\mu$  единице:

$$\mu = \left( \frac{1+i}{1+h} \right)^n = 1 \Rightarrow i^* = h. \quad (7.17)$$

Ставку, превышающую  $i^*$ , называют положительной ставкой процента. Заметим, что для сложных процентов эта ставка не зависит от срока операции.

### *Индексация ставки*

Наиболее распространенным способом корректировки ставок с учетом инфляции является увеличение процентной ставки на величину так называемой инфляционной премии (расчет брутто-ставки  $r$ ). Необходимую величину брутто-ставки находим, приравнявая множитель наращивания по брутто-ставке и множитель наращивания по обычной ставке, умноженный на индекс цен.

В случае простых процентов, используя средний частный темп инфляции  $h$ , который наблюдался в течение  $n$  периодов в доленом исчислении, имеем:

$$1 + n \cdot r = (1 + n \cdot i) \cdot J_p = (1 + n \cdot i) \cdot (1 + h)^n.$$

$$r = \frac{(1 + n \cdot i) \cdot J_p - 1}{n} = \frac{(1 + n \cdot i) \cdot (1 + h)^n - 1}{n}. \quad (7.18)$$

Для сложных процентов получим:

$$1 + r = (1 + i) \cdot (1 + h).$$

$$r = i + h + i \cdot h. \quad (7.19)$$

Ставка брутто при определении на основе сложных процентов не зависит от времени!

### Задача 38

Определить брутто-ставку, которую целесообразно указать в договоре на покупку цемента в качестве ставки для исчисления штрафных санкций, полностью компенсирующую инфляцию и обеспечивающую доходность в 10% годовых, если ежемесячная инфляция составляет 0,8%, а предполагаемая просрочка платежа может составить 3 мес., 6 мес.? Решить задачу для случая простых и сложных процентов.

*Решение*

Для простых процентов:

$$r = \frac{(1 + n \cdot i) \cdot (1 + h)^n - 1}{n}.$$

Для просрочки в 3 мес.

$$r_3 = \frac{(1 + 0,25 \cdot 0,1) \cdot (1 + 0,008)^3 - 1}{0,25} = 0,199 \equiv 19,9\%.$$

Для просрочки в 6 мес.

$$r_6 = \frac{(1 + 0,5 \cdot 0,1) \cdot (1 + 0,008)^6 - 1}{0,5} = 0,203 \equiv 20,3\%.$$

Для сложных процентов:

Определим годовой темп инфляции, для того, чтобы обеспечить корректное его суммирование с годовой ставкой процента:

$$H = (1 + h)^k - 1 = (1 + h)^{12} - 1 = (1 + 0,008)^{12} - 1 = 0,1.$$

Тогда:

$$r = i + H + iH = 0,1 + 0,1 + 0,01 = 0,21.$$

Ставка брутто при определении на основе сложных процентов не зависит от продолжительности операции!

Заметим также, что ставку брутто при небольших темпах инфляции, невысоких процентных ставках и расчетах по сложным процентам можно определять по упрощенной формуле

$$r \approx i + h. \quad (7.20)$$

В этом случае пренебрегают третьим членом в уравнении для ставки брутто. Действительно при  $i \sim 0,1$  и  $h \sim 0,1$  третий член уравнения на порядок меньше чем первых два, и им можно пренебречь без большой потери точности.

### **7.3. Доходность операции с учетом инфляции (измерение реальной ставки процента)**

Если  $r$  объявленная норма доходности (ставка брутто), то искомым показателем доходности в виде годовой процентной ставки  $i$  можно определить из уравнения наращивания с учетом инфляции

Для простых процентов

$$1 + n \cdot r = (1 + n \cdot i)J_p; \Rightarrow i = \frac{1/n + r}{J_p} - \frac{1}{n}. \quad (7.21)$$

Для сложных процентов

$$1 + r = (1 + i)(1 + h); \Rightarrow i = \frac{1 + r}{1 + h} - 1. \quad (7.22)$$

Если брутто-ставка определяется по упрощенной формуле,

$$i \approx r - h. \quad (7.23)$$

#### **Задача 39**

Определить реальную депозитную ставку сложных процентов, если годовая инфляция 13%, а объявленная доходность по депозиту 15%.

*Решение*

$$i = \frac{1 + r}{1 + h} - 1 = \frac{1 + 0,15}{1 + 0,13} - 1 = 0,077 \equiv 7,7\%.$$

#### Задача 40

Через 6 месяцев после начала строительства строительной организации потребуется 100 тонн арматуры А-III,  $d=16$  мм, цена которой в начальный момент времени составляет 18 360 руб./т. Какая сумма потребуется для покупки этой арматуры, если прогнозируемый темп роста цен на металл составляет 0,8% в месяц?

*Решение*

Индекс цен:  $J_p = 1,086 = 1,587$

Цена 100 тонной партии арматуры через 6 месяцев после начала строительства:

$$C_a = 1,587 \times 18\,360 \text{ руб./т} \times 100 \text{ т} = 2\,913\,501 \text{ руб.}$$

#### Задача 41

Поставщик железобетонных изделий предоставляет строительной компании коммерческий кредит в виде отсрочки платежа на 3 месяца. Какова должна быть ставка брутто по этой операции для поставщика, компенсирующая инфляцию, если индекс цен на указанный срок прогнозируется на уровне 1,05, а средняя ставка по депозитам в банковском секторе 6% годовых?

*Решение.* В случае расчета по простым процентам, учитывая, что ставку необходимо выразить в годовых процентах,

$$r = \frac{(1 + n \cdot i) \cdot J_p - 1}{n} = \frac{(1 + 0,25 \cdot 0,06) \cdot 1,05 - 1}{0,25} = 0,263 \equiv 26,3\%.$$

#### Задача 42

В проектно-сметной документации сметная стоимость строительства определена в 650 \$/м<sup>2</sup>. До какой величины она может вырасти за срок строительства (2 года), если среднемесячный темп инфляции будет 0,5% ?

*Решение*

$$C_c = 650 \cdot (1,005)^{24} = 733 \text{ \$/m}^2.$$

### Задача 43

На какой среднемесячный темп удорожания строительства следует рассчитывать в будущем, если за предыдущие 5 лет себестоимость строительства жилых домов эконом-класса выросла в 3 раза?

#### *Решение*

Индекс цен за весь период 5 лет (60 месяцев)  $J_p = 3$ .

Среднемесячный индекс цен

$$j_m = \sqrt[60]{3} = 1,0185.$$



## 8. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ФИНАНСОВЫХ РЕНТ

Современные финансовые операции часто предполагают не отдельные или разовые платежи, а некоторую их последовательность во времени. Например, погашение задолженности в рассрочку, периодическое поступление доходов от инвестиций, выплата пенсий и т.д. Такие последовательности, или ряды, платежей назовем потоком платежей. Заметим, что в западной финансовой литературе в аналогичном смысле применяется термин «cash flows» (буквально — потоки наличности).

Отдельный элемент ряда платежей называется членом потока.

### *Классификация потоков*

Потоки платежей могут быть регулярными и нерегулярными. В нерегулярном потоке платежей членами являются как положительные (поступления), так и отрицательные величины (выплаты), а соответствующие платежи могут производиться через разные интервалы времени.

Поток платежей, все члены которого положительны, а временные интервалы между платежами одинаковы, называют финансовой рентой.

Например, рентой являются последовательность получения процентов по облигации, платежи по потребительскому кредиту, выплаты в рассрочку страховых премий, арендная плата и т. д. Во всех приведенных случаях выплаты или получения денег производятся через равные промежутки времени.

Использование в финансовых операциях условий, предполагающих выплаты в виде финансовой ренты, существенно упрощает количественный их анализ, дает возможность применять стандартные формулы и таблицы значений ряда необходимые для расчетов коэффициентов, и быстро выполнять расчеты.

## 8.1. Параметры ренты

### Частные параметры:

- член ренты  $R$  — размер отдельного платежа;
- период ренты  $\tau$  — временной интервал между двумя;
- последовательными платежами;
- срок ренты  $T$  — время от начала первого периода ренты до конца последнего периода;
- процентная ставка —  $i$ ;
- кратность ренты —  $m$  показывает, сколько раз в году начисляются проценты;
- срочность ренты —  $p$  показывает, сколько раз в году выплачиваются члены ренты.

### Обобщающие параметры:

- наращенная сумма ренты  $S$ ;
- современная стоимость ренты  $A$ .

### Классификация рент

По количеству выплат членов ренты на протяжении года ренты делятся на годовые (выплата раз в году,  $p = 1$ ,) и  $p$ -срочные.

По количеству начислений процентов на протяжении года различают: ренты с ежегодным начислением ( $m = 1$ ), с начислением  $m$  раз в году ( $m$ -кратные).

По величине своих членов ренты делятся на постоянные (с одинаковыми платежами) и переменные. Члены переменных рент изменяют свои размеры во времени, следуя какому-либо закону, например арифметической или геометрической прогрессии, либо несистематично (задаются таблицей).

По вероятности выплат ренты делятся на верные и условные. Верные ренты подлежат безусловной уплате, например при погашении кредита. Число членов такой ренты заранее известно. В свою очередь выплата условной ренты ставится в зависимость от наступле-

ния некоторого случайного события. Поэтому число ее членов заранее неизвестно. К такого рода рентам относятся страховые аннуитеты — различные последовательные платежи в имущественном и личном страховании. Типичным примером страхового аннуитета является пожизненная выплата пенсии.

По количеству членов различают ренты с конечным числом членов, т.е. ограниченные по срокам ренты (их срок заранее оговорен), и бесконечные, или вечные, ренты. С вечной рентой встречаются на практике в ряде долгосрочных операций, когда предполагается, что период функционирования анализируемой системы или срок операции весьма продолжителен и не оговаривается конкретными датами. В качестве вечной ренты логично рассматривать и выплаты процентов по облигационным займам с неограниченными сроками.

По соотношению начала срока ренты и какого-либо момента времени, упреждающего начало ренты (например, начало действия контракта или дата его заключения), ренты делятся на немедленные и отложенные, или отсроченные.

По моменту выплат платежей в пределах периода ренты делятся на ренты постнумерандо и пренумерандо.

Если платежи осуществляются в конце периодов, то соответствующие ренты называют обыкновенными, или постнумерандо (рис. 8.1). Если же платежи производятся в начале периодов, то их называют пренумерандо (рис. 8.2).

**Пример.** Контракт предусматривает периодическое погашение задолженности выплатой в конце каждого полугодия одинаковых погасительных платежей на протяжении фиксированного числа лет. Таким образом, предусматривается постоянная, полугодовая, верная, ограниченная рента постнумерандо. Если первая выплата в счет погашения основной суммы долга производится спустя, скажем, два года после подписания контракта (льготный период), то эта рента является отложенной относительно даты заключения договора.

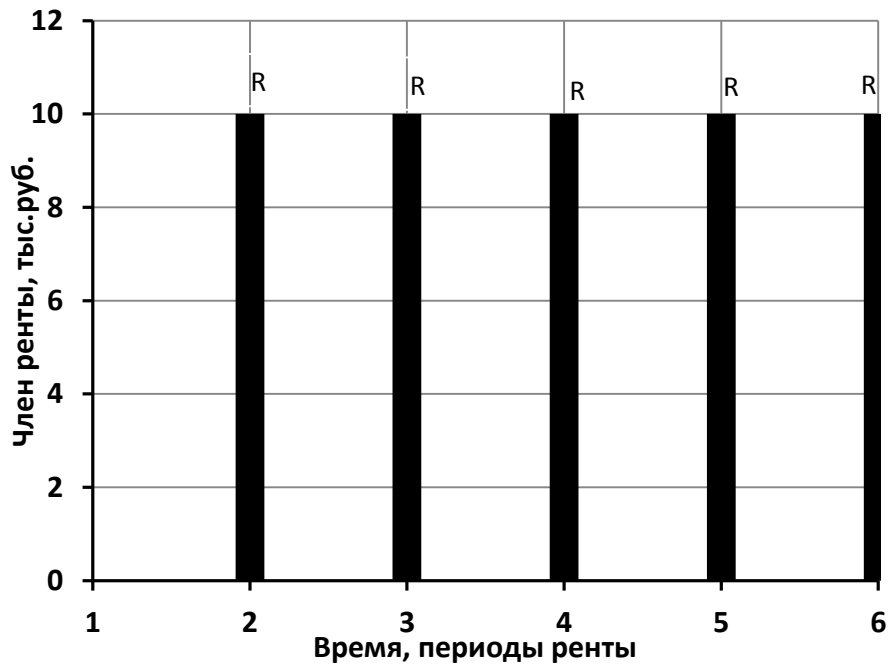


Рис. 8.1. Постоянная рента постнумерандо

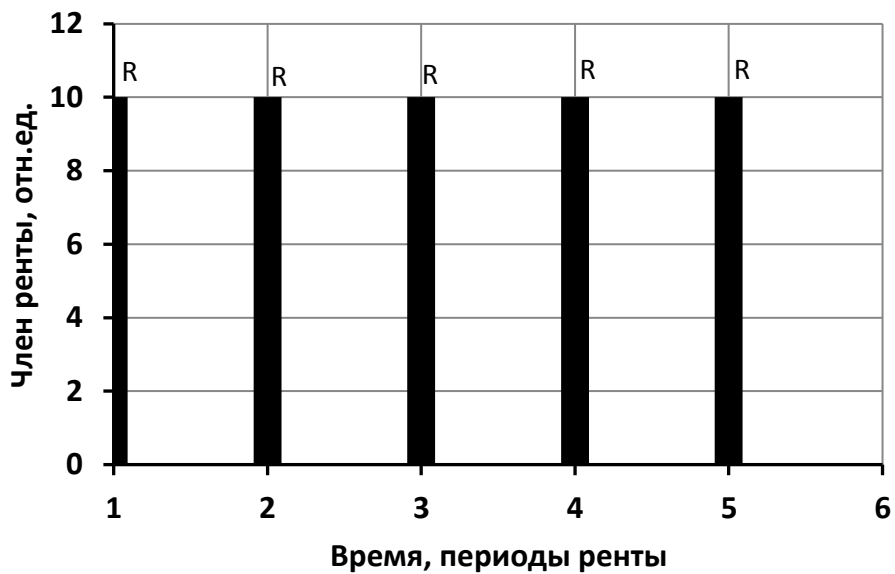


Рис. 8.2. Постоянная рента пренумерандо

***Обобщающие параметры потоков платежей***

В подавляющем числе практических случаев анализ потока платежей предполагает расчет одной из двух обобщающих характеристик: наращенной суммы  $S$  или современной стоимости  $A$ .

*Наращенная сумма* — сумма всех членов потока платежей с начисленными на них к концу срока процентами.

Наращенная сумма может быть суммой задолженности к концу срока, итоговым объемом инвестиций, денежным резервом и т.п.

*Современная стоимость* — сумма всех членов потока платежей, дисконтированных на начало срока ренты или некоторый предшествующий момент времени.

Современная стоимость может быть приведенными к началу осуществления проекта затратами, суммарным капитализированным доходом или, например, чистой приведенной прибылью от реализации проекта.

Обобщающие характеристики рент, особенно их современная стоимость, широко применяются в финансовых расчетах. Так, без них, например, невозможно разработать план последовательного погашения задолженности, измерить финансовую эффективность проекта, осуществить сравнение или безубыточное изменение условий контрактов, решить многие другие практические задачи.

## **8.2. Прямой расчет наращенной суммы и современной стоимости потока платежей**

Рассмотрим общую постановку задачи. Допустим, имеется ряд платежей  $R_t$ , выплачиваемых после некоторого начального момента времени, общий срок выплат  $n$  лет. Необходимо определить наращенную на конец срока сумму потока платежей. Если проценты начисляются раз в году по сложной ставке  $i$ , то, обозначив искомую величину через  $S$ , получим по определению:

$$S = \sum_0^n R_t (1+i)^t. \quad (8.1)$$

Современную стоимость денежного потока  $A$  находим как сумму дисконтированных платежей

$$A = \sum_0^n \frac{R_t}{(1+i)^t}. \quad (8.2)$$

Легко убедиться, что имеют место соотношения:

$$A(1+i)^t = S; \quad \frac{S}{(1+i)^t} = A. \quad (8.3)$$

#### Задача 44

График финансирования строительства предусматривает следующий порядок выдачи ссуды:

1 июля 1 года — 50 млн. руб.,

1 января следующего года — 150 млн. руб.,

1 января 4 года — 180 млн. руб.

Определить сумму задолженности на начало 5-ого года при ставке 20% годовых и современную стоимость этого потока на момент выплаты первой суммы.

#### Решение

По уравнению для наращенной суммы произвольного денежного потока находим

$$S = 50 \cdot 1,2^{3,5} + 150 \cdot 1,2^3 + 180 \cdot 1,2 = 94,65 + 259,20 + 216,00 = 569,85 \text{ млн.руб.}$$

Современная стоимость на момент выплаты первой суммы:

$$A = 50 + 150 \cdot 1,2^{-0,5} + 180 \cdot 1,2^{-2,5} = 301,04 \text{ млн.руб.}$$

Проверим вычисления:

$$A \cdot (1+i)^t = 301,04 \cdot (1+0,2)^{3,5} = 569,85 \text{ млн.руб.}$$

$$\frac{S}{(1+i)^t} = \frac{569,85}{(1+0,2)^{3,5}} = 301,04 \text{ млн.руб.}$$

Проверка подтверждает правильность вычислений.

Графическая иллюстрация рассматриваемого денежного потока и его обобщающих параметров представлена на рис. 8.3.

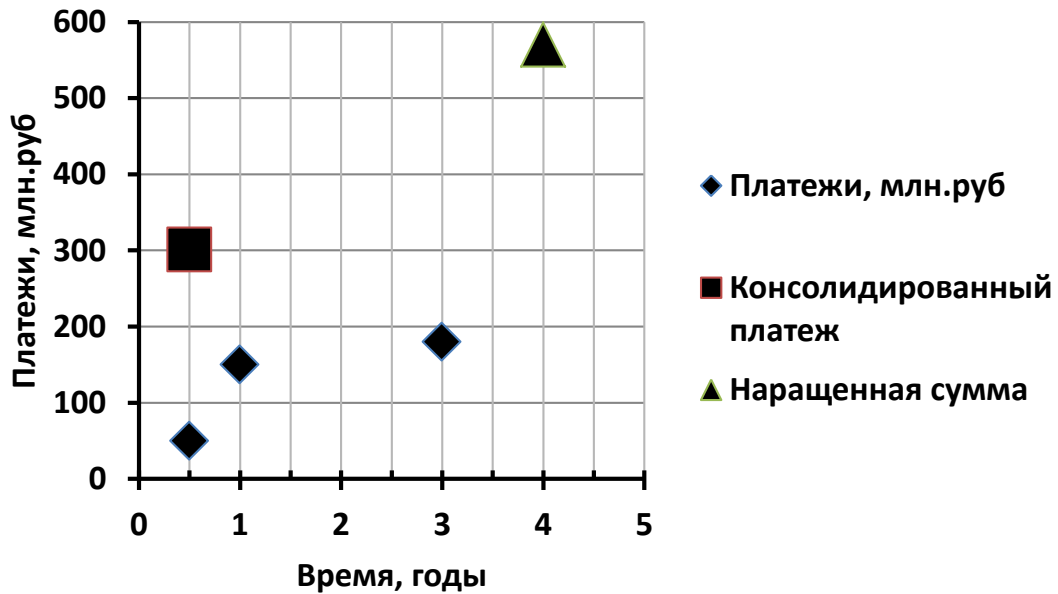


Рис. 8.3. Пример произвольного денежного потока и его обобщающих параметров

### 8.3. *Наращенная сумма постоянной годовой ренты постнумерандо*

Наиболее простой случай — годовая постоянная рента постнумерандо. Пусть в течение  $n$  лет в депозит банка вносится по  $R$  рублей, на которые начисляются сложные проценты по ставке  $i\%$  годовых.

Следовательно, имеется рента, член которой равен  $R$ , срок —  $n$ , а ставка —  $i$ .

Поскольку рента постнумерандо, все члены, кроме последнего, приносят процентный доход. На последний член доход не начисляется, потому что время нахождения его на депозите в постнумерандных рентах равно нулю. Он войдет в наращенную сумму по своему номиналу  $R$ . На предпоследний член доход будет начислен в размере  $R \cdot (1+i)$ , на третий от конца член —  $R \cdot (1+i)^2$  и т.д. Перепишем этот ряд в обратном порядке, начиная с последнего платежа, и просуммируем их:

$$R + R(1+i) + R(1+i)^2 + \dots + R(1+i)^{n-1} = R \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}. \quad (8.4)$$

Последнее равенство записано в силу того, что рассматриваемый ряд представляет собой возрастающую геометрическую прогрессию со знаменателем  $q = (1+i)$  и первым членом  $R$ .

Напомним, что из элементарной математики известна следующая формула подсчета суммы  $S_n$  для  $n$  первых членов геометрической прогрессии с первым членом  $a_1$ , последним членом  $a_n$  и знаменателем  $q$ :

$$S_n = \frac{a_n q - a_1}{q - 1}. \quad (8.5)$$

Подставив сюда соответствующие значения нашего ряда, мы и получили искомый результат.

Таким образом, наращенная сумма ренты постнумерандо:

$$S = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}. \quad (8.6)$$

Множитель, на который умножается член ренты, называется коэффициентом наращивания ренты и обозначается  $S_{n,i}$ :

$$S_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}. \quad (8.7)$$

Индексы  $n, i$  указывают на продолжительность ренты и величину процентной ставки. Этот коэффициент представляет собой наращенную сумму ренты, член которой равен единице.

Отсюда следует, что

$$S = R \cdot s_{n,i}. \quad (8.8)$$

Из выражения для наращенной суммы видно, что коэффициент наращивания зависит только от двух параметров — от срока ренты (от числа ее членов) и от процентной ставки. С увеличением каждого из этих параметров величина этого коэффициента увеличивается. При  $i = 0$ , раскрывая неопределенность типа  $0/0$  по правилу Лопиталья, имеем:

$$S = R \cdot n. \quad (8.9)$$



Это равносильно равенству наращенной суммы обычной арифметической сумме платежей.

При  $n = 1$   $S = R$ , что можно рассматривать как дополнительное подтверждение правильности представленных выкладок.

Множитель наращивания для постоянной ренты пренумерандо можно определить, приняв во внимание, что рента пренумерандо – это рента постнумерандо, сдвинутая на один период назад. Процесс накопления в такой ренте увеличивается на один период по сравнению с рентой постнумерандо, поскольку последний член находится в депозите в течение одного периода ренты. Таким образом, множитель наращивания для такой ренты можно получить, умножив множитель наращивания для ренты постнумерандо на  $(1+i)$ :

$$s_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} (1+i). \quad (8.10)$$

#### **Задача 45**

Для обеспечения финансирования строительства объекта создается накопительный фонд. Средства в фонд поступают в виде постоянной годовой ренты постнумерандо в течение 5 лет. Размер платежа — 60 млн. руб. На поступившие взносы начисляются проценты по ставке 7% годовых. Определить величину фонда в конце срока.

*Решение*

$$S = 60 \cdot s_{n,i} = 60 \frac{(1+i)^5 - 1}{0,07} = 60 \cdot 5,750739 = 345,044 \text{ млн.руб.}$$

То есть сумма процентных денег более 45 млн. руб.

Заметим, что полученные выше формулы могут применяться и для определения наращенных сумм  $p$ -срочных и  $m$ -кратных рент (при  $p = m > 1$ ). В этом случае переменная  $n$  — это число периодов,  $i$  — ставка за период, член ренты равен  $R/p = R/m$ .

### Задача 46

Для обеспечения финансирования строительства объекта создается накопительный фонд. Средства в фонд поступают в виде постоянной месячной ренты постнумерандо в течение 5 лет. Сумма годовых взносов — 60 млн. руб. На поступившие взносы ежемесячно начисляются проценты по ставке 7% годовых. Определить величину фонда в конце срока.

*Решение.* Эта задача отличается от предыдущей только одним условием: годовая рента заменена на месячную с параметрами  $p = m = 12$ .

Применяя указанные выше соображения о модификации параметров уравнения для наращенной постоянной годовой ренты для случая  $p = m > 1$ , имеем:

$$S = \frac{R}{m} \cdot \frac{(1 + i/m)^{m \cdot n} - 1}{i/m} = \frac{60}{12} \cdot \frac{(1 + 0,07/12)^{12 \cdot 5} - 1}{0,07/12} = 5 \cdot \frac{0,417625}{0,005833} = 357,9465 \text{ млн.руб.}$$

Как видим, разница в результате накопления составила в данном случае почти 13 млн. руб.

### 8.4. Современная стоимость постоянной ренты постнумерандо

Напомним, что под современной стоимостью потока платежей понимают сумму дисконтированных членов этого потока на некоторый предшествующий момент времени. Вместо терминов «современная стоимость» и «современная величина» потока платежей в зависимости от контекста употребляют термины «капитализированная стоимость» и «приведенная стоимость». Современная стоимость потока платежей эквивалентна в финансовом смысле всем платежам, которые охватывает поток. В связи с этим данный показатель находит широкое применение в разнообразных финансовых расчетах (планирование погашения долгосрочных займов, реструктурирование долга,

оценка и сравнение эффективности производственных инвестиций и т. д.).

Как и в предыдущем разделе, начнем с самого простого — годовой ренты постнумерандо, член которой равен  $R$ , срок ренты  $n$ ; ежегодное дисконтирование. Рента немедленная. В этих условиях дисконтированная величина первого платежа равна  $R / (1+i)$ , второго —  $R / (1+i)^2$ , последнего —  $R / (1+i)^n$ . Как видим, эти величины образуют геометрическую прогрессию с первым членом  $R / (1+i)$  и знаменателем  $1 / (1+i)$ . Применяв формулу для суммы  $n$  - первых членов геометрической прогрессии, получим соотношение для определения дисконтированной суммы ренты постнумерандо  $A$ :

$$A = R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}. \quad (8.11)$$

Множитель, на который умножается величина  $R$ , называется коэффициентом приведения ренты и обозначается  $a_{n,i}$ :

$$a_{n,i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}. \quad (8.12)$$

Этот коэффициент по смыслу представляет собой современную стоимость ренты с членом, равным единице.

Для ренты пренумерандо, как и в предыдущем случае, будет справедливым соотношение

$$a_{n,i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} (1+i). \quad (8.13)$$

Чем больше ставка ренты, тем меньше ее приведенная стоимость. При увеличении срока ренты ее приведенная стоимость стремится к некоторому пределу. Определим этот предел для единичной ренты при  $n \rightarrow \infty$ .

$$a_{\infty,i} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} [1 - (1+i)^{-n}]}{i} = \frac{1}{i}. \quad (8.14)$$

В соответствии с этим стоимость бесконечного равномерного аннуитета постнумерандо

$$A = \frac{R}{i}. \quad (8.15)$$

Заметим, что этот результат мы уже получали ранее из других соображений.

График зависимости приведенной стоимости единичной ренты от ее срока, построенный при  $i = 0,15$ , показан на рис. 8.4.

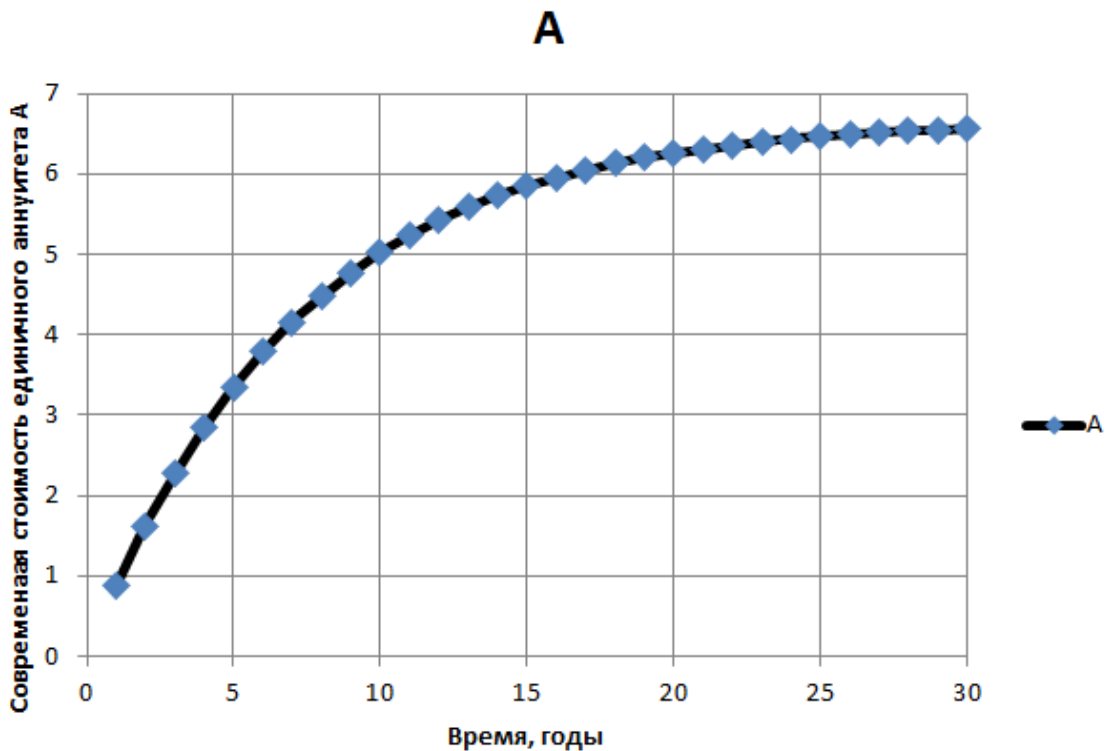


Рис. 8.4. Зависимость современной стоимости аннуитета постнумерандо от его срока

Из графика следует, что при данных параметрах ренты ее современная стоимость фактически перестает увеличиваться, когда срок ренты превышает 25 лет.

Заметим, что по аналогии с рассуждениями для наращенной суммы, полученные выше формулы, могут применяться и для определения дисконтированных сумм  $p$  - срочных и  $m$  - кратных рент (при  $p = m > 1$ ). В этом случае переменная  $n$  — это число периодов,  $i$  — ставка за период, член ренты равен  $R/p = R/m$ .

### Задача 47

В результате аварии на химическом заводе американской корпорации «Юнион Карбайт», расположенном в штате Бхопал в Индии, в 1985 г. был нанесен значительный материальный ущерб окружающей среде и населению. В качестве компенсации корпорация предложила 200 млн. долл., выплачиваемых в течение 35 лет ежемесячными платежами постнумерандо. Какова приведенная стоимость этого предложения, определенная по отношению к моменту первой выплаты, если ставка процента составляет 10% годовых?

*Решение.* Предложенный в качестве компенсации ряд платежей представляет собой ренту ( $p = m = 12$ ) с годовой суммой выплат  $R/p = 200/35 = 5,714$  млн. дол. в год. Соответствующий месячный платеж  $R/p_m = 5,714/12 = 0,476$  млн. руб./мес.

Тогда:

$$A = \frac{R}{p_m} \cdot \frac{1 - (1 + i/12)^{-n}}{i/12} = 0,47619 \cdot \frac{1 - (1 + 0,1/12)^{-35 \cdot 12}}{i/12} = 55,392 \text{ млн.руб.}$$

Следовательно, капитал в 55,39 млн. руб. при начислении 10% годовых был бы достаточен для выполнения обязательства. Поэтому данное предложение было отклонено.

### Задача 48

Сравниваются два варианта строительства некоторого объекта. Первый требует разовых вложений в сумме 6 млрд. руб. и капитального ремонта стоимостью 0,8 млрд. руб. каждые пять лет. Для второго варианта затраты на создание равны 7 млрд. руб., а затраты на ремонт 0,4 млрд. руб. каждые 10 лет. Временной горизонт расчета — 50 лет.

Провести сравнение вариантов с финансовой точки зрения при  $i = 10\%$  и при  $i = 20\%$ .

*Решение.* Эта задача, в которой период ренты больше года. Определим современную стоимость таких рент. Пусть  $r$  – временной интервал между двумя членами ренты (период ренты). Проценты начисляются раз в году по ставке  $i$ . В этом случае современная стоимость первого платежа  $R$  на начало ренты составит  $R / (1+i)^r$ , второго –  $R / (1+i)^{2r}$  и т.д. Для последнего платежа —  $R / (1+i)^n$ . Здесь  $n$  – срок ренты, измеренный в интервалах  $r$ .

Последовательность дисконтированных платежей представляет собой хорошо нам знакомую геометрическую прогрессию с первым членом  $R / (1+i)^r$ , знаменателем  $v_r = 1 / (1+i)^r$  и числом членов  $n / r$ .

Сумма членов такой прогрессии при  $R = 1$

$$a_{r,i} = v^k \cdot \frac{v^{r(n/r)} - 1}{v^r - 1} = \frac{1 - (1+i)^{-1}}{(1+i)^r - 1} = \frac{a_{n,i}}{s_{r,i}}.$$

Тогда капитализированная сумма затрат для каждого варианта при  $i = 10\%$  оценивается следующим образом:

$$A1 = 6 \text{ млрд. руб.} + 0,8 \frac{a_{50,10}}{s_{5,10}} = 7,3 \text{ млрд. руб.} \quad A2 = 7 + 0,4 \frac{a_{50,10}}{s_{10,10}} = 7,25 \text{ млрд. руб.}$$

При ставке 20% получим:  $A1 = 6,39$  млрд. руб.,  $A2 = 7,05$  млрд. руб. Таким образом, при ставке 10% варианты оказываются в финансовом отношении практически равноценными.

При увеличении ставки уменьшается влияние на результат сравнения затрат на ремонт, и первый вариант оказывается значительно дешевле.

### **8.5. Определение параметров постоянных рент постнумерандо**

Постоянная рента описывается набором основных параметров —  $R$ ,  $n$ ,  $i$  и дополнительными параметрами  $p$ ,  $m$ . Однако при разработке контрактов и условий финансовых операций могут возникнуть случаи, когда задается одна из двух обобщающих характеристик

$S$  или  $A$  и два основных параметра. Необходимо рассчитать значение недостающего параметра.

### **Определение члена ренты**

Исходные условия: задается  $S$  или  $A$  и набор всех параметров, кроме  $R$ . Например, за обусловленное число лет необходимо создать фонд в сумме  $S$  путем систематических постоянных взносов.

Если принято, что рента должна быть годовой, постнумерандо, с ежегодным начислением процентов, то из результатов предыдущего рассмотрения получим:

$$R = \frac{S}{s_{n,i}}. \quad (8.16)$$

Если известна современная стоимость ренты, то:

$$R = \frac{A}{a_{n,i}}. \quad (8.17)$$

### **Задача 49**

Определим размеры периодических взносов при решении двух следующих задач:

- а) создать целевой фонд (например, для погашения задолженности или обеспечения инвестиций) в сумме 100 млн. руб.;
- б) погасить в рассрочку текущую задолженность в сумме 100 млн. руб.

Срок в обоих случаях пять лет, процентная ставка равна 20%, платежи ежегодные постнумерандо.

#### *Решение*

- а)  $S = 100, R = S/s_{5,20} = 100/7,4416 = 13,438$  млн. руб.;
- б)  $A = 100, R = A/a_{5,20} = 100/2,9906 = 33,438$  млн. руб.

### **Задача 50**

Работник заключает со строительной фирмой контракт, согласно которому в случае его постоянной работы в фирме до выхода на пенсию (в 60 лет) фирма обязуется в конце каждого года перечислять

на счет работника в банке одинаковые суммы, которые обеспечат работнику после выхода на пенсию в начале каждого месяца дополнительные выплаты в размере 30000 руб. в течение 10 лет. Какую сумму ежегодно должна перечислять фирма, если работнику 40 лет и предполагается, что банк гарантирует годовую процентную ставку 10%?

*Решение.* Выплаты работнику после выхода на пенсию представляют собой аннуитет пренумерандо, срок которого 10 лет или 120 мес., а месячная ставка  $i = 0,1 / 12 = 0,0083$  (так как предполагаются ежемесячные выплаты) Найдем приведенную стоимость этого аннуитета, учитывая, что его стоимость отличается от приведенной стоимости ренты постнумерандо с такими же параметрами на множитель  $(1+i)$ :

$$A = R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} (1+i) = 30000 \frac{1 - (1 + 0,00833)^{-120}}{0,00833} (1 + 0,00833) = 2289090 \text{ руб.}$$

Таким образом, если иметь на счете в момент выхода на пенсию 2 289 090 руб., можно ежемесячно снимать с него 30 000 руб. и через 10 лет исчерпать счет полностью.

Теперь необходимо выяснить, какую сумму следует в конце года перечислять на счет работника, чтобы за 20 лет ( $60 - 40 = 20$ ) накопить 2289090 руб. Эта рента является годовой постоянной рентой постнумерандо со сроком 20 лет и со ставкой 10% (0,1). Рассчитаем коэффициент наращивания постоянной ренты постнумерандо  $s_{n,i}$ : с этими параметрами:

$$s_{20,10} = \frac{(1 + 0,1)^{20} - 1}{0,1} = 57,275.$$

После чего находим размер годового платежа:

$$R = \frac{S}{s_{n,i}} = \frac{289090}{57,275} = 39966,66 \text{ руб.}$$



Это примерно соответствует ежемесячным отчислениям 3330,5 руб.

### ***Расчет срока ренты***

Иногда при разработке контракта возникает необходимость в определении срока ренты и соответственно числа членов ренты. Решая полученные выше выражения, определяющие  $S$  или  $A$ , относительно  $n$  получим:

$$n = \frac{\ln\left(\frac{S}{R}i + 1\right)}{\ln(1+i)}; \quad n = \frac{\ln\left(1 - \frac{A}{R}i\right)^{-1}}{\ln(1+i)}. \quad (8.18)$$

Эти формулы пригодны, когда заданы только коэффициенты приведения или наращивания ренты, поскольку

$$a_{n,i} = A/R, \quad s_{n,i} = S/R. \quad (8.19)$$

Заметим, что если  $A$  — текущее значение долга, то в случае погашения постоянной рентой он может быть погашен за конечное число лет только, если выполняется соотношение  $A \cdot I > R$ . Если  $A \cdot I = R$ , то  $N = \infty$ , рента оказывается вечной, и долг не может быть погашен. В случае  $A \cdot I < R$  долг систематически увеличивается.

### **Задача 51**

Какой срок необходим для накопления 6 млн. руб., если ежемесячный взнос составляет 12 000 руб., а на накопления начисляются 7% годовых?

*Решение*

$$S/R = 60000000 / 12000 = 500;$$

$$I = 0,07 / 12 = 0,005833;$$

$$S/R \cdot i + 1 = 500 \cdot 0,005833 + 1 = 3,916667;$$

$$\ln 1 \cdot (S/R \cdot i + 1) = 1,365241;$$

$$1+i = 1 + 0,07 / 12 = 1,005833;$$

$$\ln 2 \cdot (1+i) = 0,005816;$$

$$N = \ln 1 / \ln 2 = 1,365241 / 0,005816 = 234,7 \text{ мес.} \equiv 19,56 \text{ лет.}$$

### ***Определение величины процентной ставки***

Нетрудно убедиться, что уравнения для  $A$  и  $S$  не имеют аналитического решения относительно процентной ставки. Поэтому единственной возможностью определить процентную ставку или доходность финансовой операции, в которой применена рента, является численное решение этих уравнений.

Для численного решения трансцендентных уравнений в настоящее время предложено достаточно много методов.

Простейший из них — метод подбора с последующей интерполяцией.

### **Задача 52**

Предполагается путем ежегодных взносов постнумерандо по 100 млн. руб./год в течение 7 лет создать фонд в размере 1 млрд. руб. При какой процентной ставке это станет возможным?

#### *Решение*

Оценим грубо коэффициент наращивания:  $S_{7,1} = 1000 / 100 = 10$ .

Предположим, что искомая процентная ставка находится в интервале 11 — 12%.

Для этих значений определяем коэффициенты наращивания

$$s_{7,11} = 9,78327, s_{7,12} = 10,80901.$$

Далее, проводим интерполяцию значений процентной ставки, вводя поправку, например, к меньшему пробному значению:

$$i = 0,11 + \frac{10 - 9,78327}{10,08901 - 9,78327} (0,12 - 0,11) = 0,11709 \equiv 11,709\%$$

## 9. ДОЛГОСРОЧНАЯ ЗАДОЛЖЕННОСТЬ

### 9.1. Основные понятия

Долгосрочной задолженностью признаются любые обязательства строительного предприятия, которые требуется погасить в течение срока, превышающего один год.

Существуют четыре цели количественного анализа долгосрочной задолженности:

- разработка плана погашения займа;
- оценка стоимости долга на любой момент времени;
- анализ эффективности финансовой операции для кредитора;
- анализ реальной стоимости займа для должника.

Разработка плана погашения займа заключается в составлении графика периодических платежей должника. Такие расходы должника обычно называют расходами по обслуживанию долга, или, более кратко, срочными уплатами, расходами по займу. Расходы по обслуживанию долга включают как текущие процентные платежи, так и средства, предназначенные для погашения основного долга.

Методы определения размера срочных уплат существенно зависят от условий погашения долга, которые предусматривают: срок займа, продолжительность льготного периода, уровень и вид процентной ставки, методы уплаты процентов и способы погашения основной суммы долга.

В долгосрочных займах проценты обычно выплачиваются на протяжении всего срока займа. Значительно реже они начисляются и присоединяются к основной сумме долга. Основная сумма долга иногда погашается одним платежом, чаще она выплачивается частями, в рассрочку.

В льготном периоде, который часто предусматривается условиями займа, основной долг не погашается, но выплачиваются проценты. Не исключается также возможность присоединения процентов к сумме основного долга.

Каждый из рассмотренных ниже методов планирования погашения долга в той или иной степени, но обязательно, использует результаты, полученные выше при анализе финансовых рент.

При определении срочных уплат используем следующие основные обозначения:

$D_t$  — сумма задолженности на момент времени  $t$ ;

$Y$  — срочная уплата;

$I$  — проценты по займу;

$R$  — расходы по погашению основного долга;

$g$  — ставка процента по займу;

$n$  — общий срок займа;

$L$  — продолжительность льготного периода;

$d$  — часть срочной уплаты, направляемая на погашение основного долга.

По определению срочная уплата находится как

$$Y = I + R. \quad (9.1)$$

Если в льготном периоде периодически выплачиваются проценты, то в этом периоде

$$Y = I. \quad (9.2)$$

Мы рассмотрим наиболее часто применяемый метод погашения долгосрочных займов — метод погашения долга равными срочными уплатами.

## ***9.2. Погашение долга равными срочными уплатами***

В соответствии с этим методом расходы должника по обслуживанию долга постоянны на протяжении всего срока его погашения. Из общей суммы расходов должника часть выделяется на уплату процентов, остаток идет на погашение основного долга. Величина долга здесь последовательно сокращается. В связи с этим уменьшаются процентные платежи, и увеличиваются платежи по погашению основного долга.

По определению

$$Y = D_{t-1}g + R_t. \quad (9.3)$$

**Вариант 1. Задан срок погашения долга.** Первый этап разработки плана погашения — определение размера срочной уплаты. Далее эта величина разбивается на процентные платежи и сумму, идущую на погашение долга. После этого легко найти остаток задолженности.

Периодическая выплата постоянной суммы  $R$  равнозначна ренте с заданными параметрами. Приравняв сумму долга к современной величине этой ренты, находим

$$Y = \frac{D}{a_{n,g}}, \quad (9.4)$$

где  $a_{n,g}$  — коэффициент приведения годовой ренты со ставкой процента  $g$  и сроком  $n$ .

Все величины, необходимые для разработки плана, можно найти на основе  $Y$  и данных контракта. Найдем сумму первого погасительного платежа, вычтя из величины взноса величину процентных денег.

По определению

$$d_1 = Y - D_0 g. \quad (9.5)$$

Суммы, идущие на погашение долга, увеличиваются во времени:

$$d_t = d_{t-1} + d_{t-1} g = d_{t-1} (1 + g). \quad (9.6)$$

### Задача 53

Банк выдал долгосрочный кредит на 5 лет в сумме 90 млн. руб. под ставку сложных процентов размером в 6% годовых. По условиям контракта погашение долга должно производиться ежегодно равными срочным уплатами. Начисление процентов — в конце года. Разработать план погашения кредита.

*Решение*

Находим

$$a_{5,6} = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} = \frac{1 - (1 + 0,06)^{-5}}{0,06} = 4,21236379.$$

После чего

$$Y = \frac{90000 \text{ тыс. руб.}}{4,21236379} = 2136,5676 \text{ тыс. руб.}$$

$$d_1 = 21365,676 - 90000 \times 0,06 = 16923,616 \text{ тыс. руб.}$$

$$d_2 = 90000 - 16923,616 = 74034,323 \text{ тыс. руб.}$$

Подробный план погашения представлен в табл. 9.1 (руб.).

Таблица 9.1

**План погашения кредита**

Годы	i	$a_{i,n}$	$Y$	$D_t$	$d_t$	$I$	$et + I$
1	0,06	4,212364	213,65676	90, 000	15965, 676	5400,000	21365,676
2	0,06		213,65676	74,034	16923,616	4442, 059	21365,676
3	0,06		213,65676	57,110	17939,033	3426, 642	21365,676
4	0,06		213,65676	39,171	19015, 375	2350,300	21365,676
5	0,06		213,65676	20, 156	20156,298	1209,377	21365,676
Итого			1068,2838		90 000,000	16828,380	106828,380

Процентные платежи уменьшаются во времени, а суммы погашения основного долга увеличиваются. В связи с этим рассматриваемый метод погашения называют прогрессивным.

Платежи по погашению долга образуют ряд, просуммировав необходимое число членов которого, легко определить сумму  $S_t$  погашенной задолженности на конец любого периода  $t$  (после очередной выплаты).

$$S_t = d_1 + d_1(1 + g) + d_1(1 + g)^2 + \dots + d_1(1 + g)^{t-1} = \sum_{k=0}^{t-1} d_1(1 + g)^k = d_1 s_{t,g}.$$

### Задача 54

Найти сумму погашенного долга на конец третьего года для данных предыдущего примера при условии, что план погашения не разработан.

*Решение.* Находим:

$$s_{3,6} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{(1+0,06)^3 - 1}{0,06} = 3,1836.$$

Сумма первого платежа в счет погашения основного долга определена в первом примере и равна

$$d_1 = 15\,965\,676,04 \text{ руб.}$$

Отсюда:

$$S_3 = 15\,965\,676,04 \times 3,1836 = 50\,828\,326,24 \text{ руб.}$$

Аналогичным образом разрабатываются планы погашения и для случаев, когда выплата процентов и погашение основного долга производятся не один, а несколько раз в год.

**Вариант 2. Заданы расходы по обслуживанию долга.** Такая постановка задачи может возникнуть при разработке условий контракта. Ее решение, очевидно, заключается в определении срока погашения долга и корректировании первичных условий для достижения полной сбалансированности платежей.

Срок погашения находится как срок постоянной ренты, выплаты по которой производятся раз в год постнумерандо. Применяя формулу для определения срока, где символ  $A$  заменен на  $D_0$ , символ  $R$  заменен на  $Y$ , а  $i$  на  $g$ , имеем:

$$n = \frac{\ln\left(1 - \frac{D_0}{Y} g\right)^{-1}}{\ln(1+g)}. \quad (9.7)$$

Очевидно, что решение существует тогда, когда  $D_0g / Y < 1$ . Расчетное значение  $n$  в общем случае оказывается дробным. Поэтому его округляют до целого числа. Однако при этом план не будет сбалансированным. Напомним, что далее имеются две возможности: найти новое значение  $Y$  или компенсировать остаток долга.

### Задача 55

Долг равен 10 000 тыс. руб. и выдан под 10% годовых. Для погашения долга предполагается выделять сумму порядка 2 000 тыс. руб. в год. Разработать план погашения кредита.

*Решение.* Оценим величину срока, необходимого для погашения задолженности:

$$n = \frac{\ln\left(1 - \frac{D_0}{Y}g\right)^{-1}}{\ln(1+g)} = \frac{\ln\left(1 - \frac{10000}{2000}0,1\right)^{-1}}{\ln(1+0,1)} = \frac{\ln 2}{\ln 1,1} = \frac{0,693147}{0,0953} = 7,27254$$

Округлим расчетный срок до семи лет. Для того чтобы полностью рассчитаться за долг, необходимо несколько повысить срочные уплаты, а именно:

$$Y = \frac{D_0}{a_{n,g}} = \frac{10000}{a_{7,10}} = \frac{10000}{4,868418} = 2054,055 \text{ млн.руб.}$$

Альтернативой является адекватная компенсация недостающего покрытия долга при выплате ренты с членом 200 тыс. руб. и сроком семь лет.

### 9.3. Схемы ипотеки

Ссуды под залог недвижимости, или ипотеки, получили широкое распространение в странах с развитой рыночной экономикой как один из важных источников долгосрочного финансирования. В такой сделке владелец имущества получает ссуду у залогодержателя и в ка-



честве обеспечения возврата долга передает последнему право на преимущественное удовлетворение своего требования из стоимости заложенного имущества в случае отказа от погашения или неполного погашения задолженности. Сумма ссуды обычно несколько меньше оценочной стоимости закладываемого имущества. В США, например, запрещено, за некоторыми исключениями, выдавать ссуды, превышающие 80% оценочной стоимости имущества. Наиболее распространенными объектами залога являются жилые дома (75% общей суммы заложных в США), фермы, земля, другие виды недвижимости.

Ипотечные ссуды выдаются коммерческими банками и специальными ипотечными банками (например, земельными), различными ссудно-сберегательными ассоциациями.

Характерной особенностью ипотечных ссуд является длительный срок погашения — в США до 30 и даже более лет.

Существует несколько видов ипотечных ссуд, различающихся в основном методами погашения задолженности. Большинство видов являются вариантами стандартной, или типовой, ипотечной ссуды. Суть ее сводится к следующему. Заемщик получает от залогодержателя (кредитора) некоторую сумму под залог недвижимости (например, при покупке или строительстве дома). Далее он погашает долг вместе с процентами равными, обычно ежемесячными, взносами.

Модификации стандартной схемы ипотеки нацелены на повышение ее гибкости в учете потребностей, как должника, так и кредитора. Так, некоторые из них имеют целью снизить расходы должника на начальных этапах погашения долга, перенося основную их тяжесть на более поздние этапы. Такие ипотеки привлекают тех клиентов, которые ожидают роста своих доходов в будущем, например начинающих предпринимателей и фермеров. Привлекательна ипотека и для молодых семей при строительстве или покупке жилья. В других схемах тем или иным путем учитывается процентный риск. Схема стандартной ипотеки приведена на рис. 9.1.

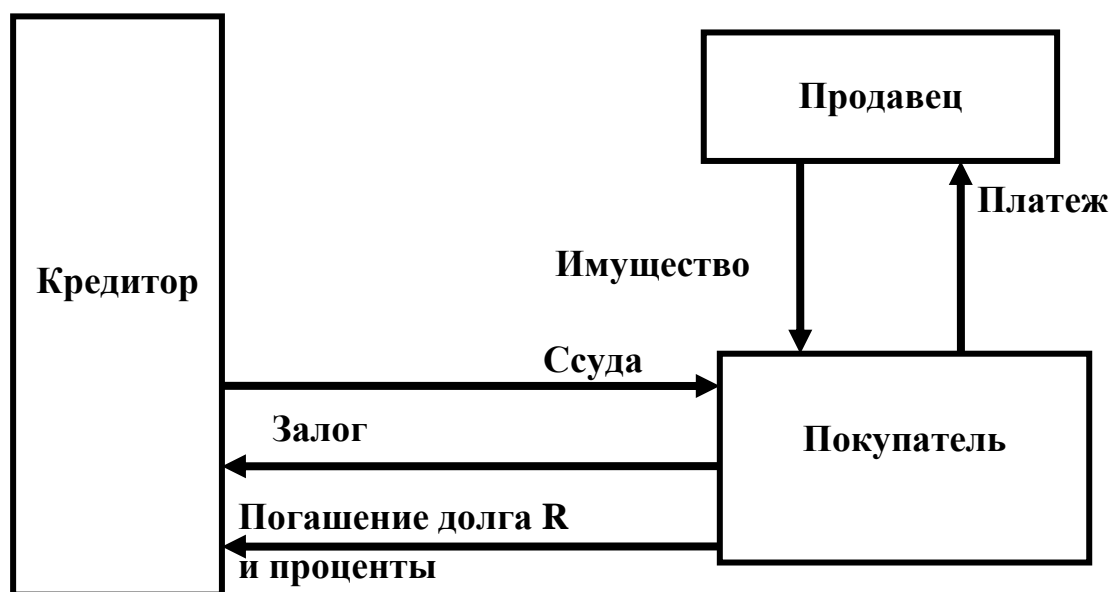


Рис. 9.1. Схема стандартной ипотеки

Кратко охарактеризуем некоторые модификации стандартной схемы ипотек.

**Ссуды с ростом платежей.** Данный вид ссуды предусматривает постоянный рост расходов по обслуживанию долга в первые пятьдесят лет. В оставшееся время погашение производится постоянными взносами. Такая схема погашения может привести к тому, что в первые годы расходы должника по обслуживанию долга (срочные уплаты) окажутся меньше суммы процентов. В связи с этим величина долга некоторое время увеличивается.

**Ссуды с периодическим увеличением взносов.** Схема такой ипотеки предполагает увеличение суммы взносов по согласованному графику каждые три-пять лет.

**Ссуда с льготным периодом.** В такой ипотеке предполагается наличие льготного периода, в течение которого выплачиваются только проценты по долгу. Такая схема в наибольшей мере сдвигает во времени финансовую нагрузку должника.

В последние два десятилетия в практику вошли и более сложные схемы погашения долга по ипотеке, преследующие, в конечном

счете, те же цели — быть более гибкими и удобными для клиентов. Рассмотрим одну из них.

**Ссуда с залоговым счетом.** Суть ее в следующем. Клиент в начале операции вносит на залоговый счет некоторую сумму денег. Кроме того, он периодически выплачивает кредитору погасительные взносы. Обычно на начальных этапах они меньше, чем необходимые взносы по стандартной схеме. Недостающие средства списываются с залогового счета.

Ипотечные ссуды выдаются на длительные сроки. Даже в стабильной экономике это связано с определенным риском, риском изменения процентной ставки на рынке кредитов. Некоторую страховку от такого риска обеспечивают условия ссуд, относящиеся к уровню процентной ставки.

**Ипотека с периодическим изменением процентной ставки.** Схема этой ссуды предполагает, что стороны каждые три-пять лет пересматривают уровень процентной ставки. Таким образом, происходит периодическое среднесрочное кредитование при долгосрочном погашении задолженности. Тем самым создается возможность для некоторой, конечно, неполной адаптации к изменяющимся условиям рынка.

**Ипотека с переменной процентной ставкой.** Уровень ставки здесь «привязывается» к какому-либо распространенному финансовому показателю или индексу. Пересмотр ставки обычно осуществляется по полугодиям. Чтобы изменения ставок не были очень резкими, предусматриваются верхняя и нижняя границы разовых корректиров (например, не более 2%).

**Ипотека с обратным аннуитетом.** Особый вид ипотеки предназначен для заклада домов пожилыми владельцами. Цель такого залога — получение систематического дохода владельцем жилища. Операция напоминает продажу имущества в рассрочку.

Основной задачей при анализе ипотек является разработка планов погашения долга. Важно также уметь определить сумму остатка

задолженности на любой момент процесса погашения. Ниже обсуждаются методы решения этих проблем для некоторых из перечисленных выше ипотечных схем.

#### **9.4. Расчеты по стандартным ипотечным ссудам**

Наиболее распространенной является ипотечная ссуда, условия которой предполагают равные взносы должника. Взносы ежемесячные — постнумерандо или пренумерандо. В договоре обычно устанавливается ежемесячная ставка процента, редко — годовая номинальная.

В осуществлении ипотеки при покупке (строительстве) объекта залога участвуют три агента: продавец, покупатель (должник), заимодавец (кредитор). Взаимосвязи между ними показаны на рис. 9.1.

Продавец получает от покупателя за некоторое имущество полную его стоимость (120). Для того чтобы расплатиться, покупатель получает ссуду под залог этого имущества (100) и добавляет собственные средства (20). Задача заключается в определении размера ежемесячных погасительных платежей  $R$  и остатка задолженности на момент очередного ее погашения вплоть до полного погашения долга.

Поскольку погасительные платежи (взносы) представляют собой постоянную ренту, при решении поставленной задачи применим тот же принцип, что и при разработке плана погашения долгосрочного долга равными срочными уплатами. Для этого приравняем современную величину срочных уплат сумме ссуды. Для месячных взносов постнумерандо находим:

$$D = Ra_{N,i}, \quad (9.8)$$

где  $D$  — сумма ссуды;

$N$  — общее число платежей,  $N = 12n$  ( $n$  — срок погашения в годах);

$i$  — месячная ставка процента;

$R$  — месячная сумма взносов;

$a_{n,i}$  — коэффициент приведения постоянной ренты.

Искомая величина взноса составит:

$$R = \frac{D}{a_{N,i}}$$

Величина  $c = 1/a_{n,i}$  называется коэффициентом рассрочки.

### Задача 56

Под залог недвижимости выдана на десять лет ссуда в размере 100 млн. руб. Погашение ежемесячное, постнумерандо. На долг начисляются проценты по номинальной годовой ставке 12%.

*Решение.* Из условия задачи следует, что  $N = 120$ ,  $i = 0,01$ .

Находим  $a_{120;0,01} = 69,70052$ . Для этих условий ежемесячные расходы должника равны:

$$R = \frac{100000}{69,70052} = 1434,709 \text{ тыс. руб.}$$

Проценты за первый месяц равны  $II = 100\,000 \times 0,01 = 1000$  тыс. руб.

На погашение долга остается  $1434,71 - 1000 = 434,71$  тыс. руб.

План погашения долга представлен в табл. 9.2.

Таблица 9.2

План погашения ипотеки

Месяц	Остаток долга на начало месяца	Взнос	Проценты	Погашение долга
1	100000,00	1434,71	1000,00	434,71
2	99565,29	1434,71	995,65	439,06
3	99126,23	1434,71	991,26	443,45
...	...	...	...	...
37	81274,07	1434,71	812,74	621,97
38	80652,10	1434,71	806,52	628,19
39	80017,63	1434,71	800,24	634,47
...	...	...	...	...
118	4219,35	1434,71	42,20	1392,51
119	2826,94	1434,71	28,27	1406,44
120	1420,50	1434,71	14,21	1420,50

Как показано в табл. 9.1, в первом месяце расходы на выплату процентов и погашение основного долга соотносятся как 1000 : 434,71; в последнем месяце — уже как 14,21 : 1420,5.

При выдаче ссуды под залог для обеих сторон важно знать сумму погашенного долга и его остаток на любой промежуточный момент (необходимость в этом возникает, например, при прекращении договора или его пересмотре). С этой проблемой мы уже встречались выше при обсуждении метода погашения долга равными срочными платежами. Применительно к условиям стандартной ипотеки находим следующие соотношения:

$$d_t = d_{t-1}(1+i) = d_1(1+i)^{t-1}, \quad (9.9)$$

где  $d_t$  — сумма погашения долга;  $t$  — порядковый номер месяца;  $i$  — месячная ставка процента.

Остаток долга на начало месяца:

$$D_{t-1} = D_t - d_t, \quad t = 1, 2, \dots, 12 \cdot n. \quad (9.10)$$

Последовательные суммы погашения долга представляют собой геометрическую прогрессию с первым членом  $d_1$  и знаменателем  $(1+i)$ , причем:  $d_t = R - D \cdot i$ .

Сумму членов этой прогрессии от начала погашения до  $t$  включительно найдем следующим образом:

$$S_t = d_1 \cdot s_{t,i}, \quad (9.11)$$

где  $s_{t,i}$  — коэффициент наращивания постоянной ренты постнумерандо. Остаток долга на начало месяца находим как разность:

$$D_{t+1} = D_t - S_t. \quad (9.12)$$

### Задача 57

По условиям предыдущей задачи найти остаток долга на начало 118-го месяца.

*Решение.*  $D_{118} = D_1 - S_{117}$ ;

$$S_{117} = d_1 \cdot s_{117,1} = 434,71 \cdot 220,3329 = 95780,65.$$

Отсюда:

$$D_{118} = 100000 - 95780,65 = 4219,35 \text{ тыс. руб.}$$

## 10. ЭФФЕКТИВНЫЕ СТАВКИ ПРОЦЕНТОВ

### *10.1. Понятие эффективной ставки*

Доходы от финансово-кредитных операций и различных коммерческих сделок имеют различную форму: проценты от выдачи ссуд, комиссионные, дисконт при учете векселей, доходы от облигаций и других ценных бумаг и т.д. Само понятие «доход» определяется конкретным содержанием операции. Причем в одной операции часто предусматривается два, а то и три источника дохода. Например, ссуда приносит кредитору проценты и комиссионные, владелец облигации помимо процентов (поступлений по купонам) получает разницу между выкупной ценой облигации и ценой ее приобретения. В связи со сказанным возникает проблема измерения доходности операции с учетом всех источников поступлений. Обобщенная характеристика доходности должна быть применима к любым видам операций. Степень финансовой эффективности (доходности) этих операций обычно измеряется в виде годовой ставки процентов — чаще сложных, реже простых. Искомые показатели получают исходя из общего принципа — все вложения и доходы с учетом конкретного их вида условно приравниваются эквивалентной ссудной операции.

Решение проблемы измерения и сравнения степени доходности финансово-кредитных операций заключается в разработке методик расчета условной годовой ставки для каждого вида операций с учетом особенностей соответствующих контрактов и условий их выполнения. Такие операции различаются между собой во многих отношениях. Эти различия, на первый взгляд, могут и не представляться существенными, однако практически все условия операции в большей или меньшей мере влияют на конечные результаты — финансовую эффективность.

Расчетная процентная ставка, о которой идет речь, получила различные названия. В простых депозитных и ссудных операциях она называется эффективной, в расчетах по оценке облигаций ее часто

называют полной доходностью, или доходностью к погашению. В анализе производственных инвестиций для аналогичного по содержанию показателя применяются термины «внутренняя норма доходности», внутренняя ставка доходности, внутренняя норма рентабельности или «внутренняя норма процента».

В дальнейшем мы будем называть этот показатель эффективной ставкой процента  $i_3$ .

Итак, под эффективной ставкой процента понимают ту расчетную ставку процентов, при которой капитализация всех видов доходов по операции равна сумме инвестиций, и, следовательно, капиталовложения окупаются. Иначе говоря, начисление процентов на вложения по ставке, равной  $i_3$ , обеспечит выплату всех предусмотренных платежей.

Для ссудной операции это означает равенство действительной суммы кредита (т.е. кредит за вычетом комиссионных) сумме дисконтированных поступлений (процентов и погашения долга). Чем выше  $i_3$ , тем больше эффективность операции. При неблагоприятных условиях  $i_3$  может быть нулевой или даже отрицательной величиной. Получаемый показатель  $i_3$  является не только измерителем доходности операции для кредитора, он также характеризует цену кредита для должника. Следует отметить, что при получении кредита должник может нести какие-либо дополнительные разовые расходы, которые увеличат цену кредита, но оставят без изменения доходность кредитной операции для владельца денег. Эффективная ставка, рассчитанная с учетом всех дополнительных расходов должника, будет для него реальной ценой кредита.

### ***10.2. Операции с учетом комиссионных***

Рассмотрим простейший случай. Пусть ссуда в размере  $D$  выдана на срок  $n$ . При ее выдаче удерживаются комиссионные за операцию ( $G$ ). Фактически выданная ссуда равна  $D - G$ . Пусть для начала сделка предусматривает начисление простых процентов по ставке  $i$ .



При определении доходности этой операции в виде годовой ставки сложных процентов  $i$  исходим из того, что наращивание величины  $D - G$  по этой ставке должно дать тот же результат, что и наращивание  $D$  по ставке  $i$ . Разумеется, уменьшение фактической суммы кредита связано не только с удержанием комиссионных. Однако, для краткости, любой отток денег, необходимый для получения доступа к финансовым ресурсам и не являющийся процентными платежами, будем называть комиссионными. Найдем эффективную ставку в виде ставки сложных процентов.

По определению балансовое уравнение запишем в виде:

$$(D - G) \cdot (1 + i_s)^n = D \cdot (1 + ni). \quad (10.1)$$

Пусть  $G/D = g$  относительная величина комиссионных в сумме кредита. Тогда:

$$i_s = \sqrt[n]{\frac{1 + ni}{1 - g}} - 1. \quad (10.2)$$

Полученный показатель можно интерпретировать как скорректированную цену кредита. Ставка  $i_s$  не фигурирует в условиях операции. Она полностью определяется ставкой процентов и относительной величиной комиссионных при заданном сроке сделки.

Если необходимо найти эффективную ставку в виде ставки простых процентов при номинальной ставке этого же типа, имеем

$$(D - G) \cdot (1 + ni_s) = D \cdot (1 + ni). \quad (10.3)$$

Решая это уравнение относительно  $i_s$ , получим:

$$i_s = \frac{1 + ni}{(1 - g)n} - 1/n. \quad (10.4)$$

Если ссуда выдается под сложные проценты, и эффективную ставку мы ищем тоже в виде сложных процентов, то:

$$(D - G) \cdot (1 + i_s)^n = D \cdot (1 + i)^n. \quad (10.5)$$

Следовательно,

$$i_s = \frac{1+i}{\sqrt[n]{(1-g)}} - 1. \quad (10.6)$$

Наконец, если мы ищем эффективную ставку в виде простых процентов, а номинальная ставка – ставка сложных процентов, имеем:

$$(D-G) \cdot (1+ni_s) = D \cdot (1+i)^n. \quad (10.7)$$

Отсюда:

$$i_s = \frac{(1+i)^n}{(1-g)n} - \frac{1}{n}.$$

### Задача 58

При выдаче ссуды на 180 дней под 8% годовых по ставке простых процентов кредитором удержаны комиссионные в размере 0,5% от суммы кредита. Какова цена сделки для заемщика, выраженная в виде годовой ставки сложных процентов?

*Решение.* По формуле для первого случая находим:

$$i_s = \sqrt[180/365]{\frac{1 + \frac{180}{365} \cdot 0,08}{1 - \frac{0,5}{100}}} - 1 = 0,0927 \equiv 9,27\%.$$

В действительности состав комиссионных платежей выглядит значительно сложнее, чем в приведенном элементарном примере. Например, при выдаче ипотечных кредитов некоторые банки берут комиссию за рассмотрение заявки клиента на предоставление ему кредита (в среднем 1000 - 2000 руб.). Распространенным видам комиссионных относятся выплаты за открытие ссудного счета и периодические выплаты за его обслуживание. В ряде случаев банки настаивают на подборе квартиры при помощи риэлтерского агентства, сотрудничающего с банком-кредитором. За услуги агента приходится заплатить комиссионные в размере 0,5 - 1,5% от стоимости квартиры.

В случае приобретения квартиры на вторичном рынке, заемщику необходимо представить отчет независимого оценщика, кандидатура которого заранее согласована с банком. Экспертное заключение обойдется клиенту в \$70 - \$120. Лишь тогда банк предоставит уведомление о выдаче кредита. Выдавая ипотечный кредит, банк требует от заемщика приобрести страховой полис.

Программы ипотечного страхования предлагают большинство крупных российских страховщиков — например, "Росгосстрах", РОСНО, "Ингосстрах", "Спасские ворота", "Военно-страховая компания" (ВСК) и др. Как правило, заемщику нужно заключить три договора страхования: имущества, жизни и здоровья, а также страхования риска утраты права собственности (так называемое титульное страхование). Реже банки требуют от клиента застраховать гражданскую ответственность перед третьими лицами — например, соседями.

Страховщики разработали специальный продукт для заемщика ипотечного кредита — полис комплексного страхования. Покупка такого полиса позволяет сэкономить примерно 10% по сравнению со стоимостью трех отдельных договоров.

В среднем же стоимость комплексного полиса составляет 1 — 1,5% от размера страховой суммы. Страховая сумма определяется обычно ежегодно как сумма ссудной задолженности по кредитному договору плюс 10%, а затем, в течение действия договора и по мере погашения кредита, уменьшается. Возможен различный график оплаты: — ежемесячно, ежеквартально или раз в полгода.

В производственных кредитах к комиссионным расходам можно отнести стоимость разработки бизнес-планов, требуемых кредиторами в качестве обоснования для предоставления кредитов, стоимость гарантий и поручительств, стоимость различных экспертиз, связываемых с возможностью получения доступа к финансовым ресурсам, и т.п. Кроме того, производственные кредиты часто не выдаются разовым платежом, а предоставляются в виде денежного потока по определенному графику.

Общая схема расчета эффективной процентной ставки в этих случаях предполагает решение относительно величины  $i_9$  трансцендентного уравнения:

$$\sum_{t=1}^n \frac{D_t - R_t}{(1 + i_9)^t} = 0, \quad (10.8)$$

где  $D_t$ ,  $R_t$  — поступления и выплаты по кредитной операции соответственно,  $n$  — срок операции.

### ***10.3. Вычисление эффективной процентной ставки***

Эффективная процентная ставка (ЭПС) по кредиту – это сложная расчетная ставка, которая учитывает все расходы заемщика, связанные с оформлением, получением и обслуживанием кредита.

Эта ставка призвана отражать реальную стоимость кредита с точки зрения заемщика, то есть учитывать все его побочные выплаты, непосредственно связанные с кредитом (помимо платежей по самому кредиту). Такие выплаты мы будем называть здесь комиссионными расходами, независимо от их назначения.

Состав комиссионных платежей может быть достаточно сложным.

На сегодняшний день, согласно законодательству, в расчет эффективной процентной ставки в обязательном порядке включаются следующие платежи по обслуживанию ссуд, размеры и сроки уплаты которых известны на момент заключения кредитного договора:

- по погашению основного долга по ссуде;
- по уплате процентов по ссуде;
- сборы (комиссии) за рассмотрение заявки по ссуде (оформление ссуды);
- комиссии за выдачу и сопровождение ссуды;
- комиссии за открытие, ведение ссудного счета;
- комиссии за расчетное и операционное обслуживание;
- услуги по государственной регистрации и (или) оценке передаваемого в залог имущества;

- услуги по страхованию жизни заемщика, ответственности заемщика, предмета залога и др.

В расчет эффективной процентной ставки могут не включаться предусмотренные договором на предоставление ссуды платежи заемщика по обслуживанию ссуды, величина и (или) сроки уплаты которых зависят от решения заемщика и (или) варианта его поведения, в том числе:

- комиссия за частичное либо полное досрочное погашение ссуды;
- комиссия за снятие (погашение) ссуды наличными деньгами (за кассовое обслуживание);
- неустойка в виде штрафа или пени (например, за превышение лимита овердрафта);
- плата за предоставление информации о состоянии задолженности.

По банковским картам в расчет эффективной процентной ставки не включаются также:

- комиссии за осуществление операций в валюте, отличной от валюты счета (валюты предоставленной ссуды);
- комиссии за приостановку операций по банковской карте;
- комиссии за зачисление другими кредитными организациями денежных средств на банковскую карту.

В этом составе платежей отражены только те платежи, которые уплачиваются стоимость только банковских услуг. Однако в хозяйственной практике этот состав платежей может дополняться и другими расходами, примеры которых приводились выше.

Значительная сложность необходимых расчетов породила многочисленные методы приближенной оценки эффективной ставки процентов. Одна из распространенных схем заключается в оценке следующих основных составляющих:

- процентные расходы;
- оплата одноразовой или ежемесячной комиссии;
- расходы на оплату расчетно-кассового обслуживания при получении кредита.

Очевидно, что в такой схеме не учитываются сопутствующие расходы, связанные с получением кредита: страховые платежи, оплата услуг нотариуса, оценщика и т.п.

При этом применяется следующая формула расчета эффективной ставки:

**Эффективная ставка кредита** = (сумма кредитных расходов / срок кредита, лет) / средневзвешенная сумма кредита, где:

**сумма кредитных расходов** = сумма процентных расходов + сумма комиссионных и других расходов;

**средневзвешенная сумма кредита** = сумма кредита  $\times$  (срок кредита, мес. + 1) / (2  $\times$  срок кредита, мес.).

Центробанк, обязав коммерческие банки раскрывать эффективную процентную ставку по кредитам и даже предоставив формулу для ее расчета, не указал, какие конкретно платежи должны в этот расчет включаться. В результате разные банки придерживаются разных точек зрения на этот вопрос: многие, например, не включают в расчет страховые выплаты.

Тем не менее, наиболее правильным и справедливым выглядит подход, согласно которому в расчет эффективной процентной ставки включаются все платежи, которые являются обязательными для получения данного кредита. В частности, все обязательные страховые выплаты.

### ***Общий метод вычисления эффективной процентной ставки***

Итак, эффективная процентная ставка (ЭПС) — это сложная процентная ставка по кредиту, рассчитанная в предположении, что все платежи, необходимые для получения данного кредита, идут на его погашение.

То есть, если в результате получения кредита размером  $S_0$  заемщик вынужден совершать платежи  $R_0, R_1, R_2, \dots, R_n$  в моменты времени  $t_0 = 0, t_1, t_2, \dots, t_n$  соответственно (сюда входят как платежи по са-

тому кредиту, так и побочные комиссии, страховые выплаты и т.п.), то эффективная процентная ставка  $i_9$  находится из соотношения

$$S_0 = R_0 + \sum_{k=1}^n \frac{R_k}{(1 + i_9)^{t_k}} = 0. \quad (10.9)$$

Эффективная процентная ставка служит, в первую очередь, для сравнения между собой различных банковских предложений, и при ее вычислении точные даты совершения платежей обычно неизвестны. Поэтому, если платежи совершаются через формально одинаковые промежутки времени продолжительностью  $\tau$  (ежемесячно, ежеквартально и т.д.), то формула приобретает следующий вид:

$$S_0 = R_0 + \sum_{k=1}^n \frac{R_k}{(1 + i_9)^{k\tau}} = 0. \quad (10.10)$$

Или, что то же,

$$S_0 - R_0 - \sum_{k=1}^n \frac{R_k}{(1 + i_9)^{k\tau}} = 0. \quad (10.11)$$

К сожалению, найти точное значение эффективной процентной ставки невозможно, поэтому приходится его подбирать (лучше всего — при помощи специального численного метода).

Существует великое множество численных методов, многие из которых вполне можно было бы применить для решения наших задач. Один из них, например, — Метод Ньютона. Однако мы не будем углубляться в вычислительные тонкости. В арсенале современного инженера-экономиста есть мощные средства решения подобных задач, которые уместно использовать и в данном случае. В частности, в табличном процессоре Excel имеется встроенная функция «ВСД», которая возвращает внутреннюю ставку доходности для потока денежных средств, представленного численными значениями ряда платежей. Эти денежные платежи не обязательно должны быть равными по величине, как в случае аннуитета. Однако они должны выполняться через равные промежутки времени, например, ежемесячно или ежегодно. Кроме того, для существования решения задачи в составе ряда

должны быть как минимум один положительный и один отрицательный платежи.

Таким образом, внутренняя ставка доходности — это процентная ставка, определяемая для ряда платежей, состоящего из выплат (отрицательные величины) и поступлений (положительные величины), которые осуществляются в последовательные и одинаковые по продолжительности периоды.

Синтаксис функции «ВСД» таков:

ВСД (значения; предположение).

Значения — это массив или ссылка на ячейки, содержащие числа, для которых требуется подсчитать внутреннюю ставку доходности. Значения аргумента «предположение» можно не задавать.

- Значения должны содержать, по крайней мере, одно положительное и одно отрицательное значение.

- ВСД использует порядок значений для интерпретации порядка денежных выплат или поступлений. Убедитесь, что значения выплат и поступлений введены в правильном порядке.

- Если аргумент, который является массивом или ссылкой, содержит текст, логические значения или пустые ячейки, то такие значения игнорируются.

Предположение — это величина, о которой предполагается, что она близка к результату ВСД.

Microsoft Excel использует метод итераций для вычисления ВСД. Начиная с некоторого предполагаемого значения, функция ВСД выполняет циклические вычисления, пока не получит результат с точностью 0,00001 процента. Если функция ВСД не может получить результат после 20 попыток, то выдается значение ошибки #ЧИСЛО!

В большинстве случаев нет необходимости задавать предполагаемое значение для вычислений с помощью функции ВСД. Если предположение опущено, то оно полагается равным 0,1 (10 процентов).



Если ВСД возвращает значение ошибки #ЧИСЛО! или если результат далек от ожидаемого, можно попытаться выполнить вычисления еще раз с другим значением аргумента «предположение».

ВСД тесно связана с функцией ЧПС (чистая приведенная стоимость). Ставка доходности, вычисляемая ВСД, связана с нулевой чистой текущей стоимостью.

Нам остается только правильно определить ряд платежей и применить эту функцию.

Чтобы определить ряд платежей, необходимо разработать график погашения кредита равными срочными платежами, учесть сопутствующие платежи, прибавив их в необходимых случаях к равным срочным платежам.

В результате мы получим ряд платежей, которые придется выплатить заемщику в связи с получением доступа к финансовым ресурсам на условиях данного кредитного соглашения. Для него это оттоки финансовых ресурсов. Поэтому мы будем учитывать их со знаком минус. В качестве притоков финансовых средств будем рассматривать поток кредитных ресурсов на счет заемщика. В данном примере этот приток будет состоять только из одного платежа, равного сумме кредита, которую заемщик получает после оплаты предварительных комиссионных платежей.

Далее необходимо построить ряд «чистых» платежей, которые вычисляются как разность притоков и оттоков в каждый момент времени. В предлагаемом примере этот ряд будет совпадать с рядом оттоков заемщика во всех случаях, кроме одного, который относится к моменту получения кредита на счет заемщика. В этот момент «чистый» платеж будет равен сумме полученного притока и соответствующего оттока (оттоки со знаком «минус»).

После построения ряда «чистых» платежей необходимо поместить в первую свободную клетку за последним членом ряда функ-

цию «ВСД» и нажать клавишу «Enter». Следует учитывать, что полученное в результате работы функции значение ставки процента будет соответствовать тому временному интервалу, который задан в ряде платежей. Например, если построен ряд ежемесячных платежей, то будет получена месячная ставка в долевого исчислении. Для определения годовой ставки полученное значение необходимо умножить на 12, а для выражения ее в процентах годовых – еще и на 100%.

Варианты заданий для выполнения контрольной работы на вычисление эффективной процентной ставки и пример ее выполнения приведен в Приложении к данному учебному пособию.

## 11. ОПЕРАЦИОННЫЙ РЫЧАГ

### 11.1. Классификация затрат предприятия

Суммарные затраты предприятия — как производственные, так и внепроизводственные, независимо от того, относятся ли они на себестоимость или на финансовые результаты — можно разделить на три основные категории — переменные, постоянные, смешанные. Это деление графически проиллюстрировано на рис. 11.1.



Рис. 11.1. Классификация затрат

***Переменные (или пропорциональные) затраты возрастают либо уменьшаются прямо пропорционально объему производства.***

**Пример.** Затраты на строительные материалы пропорциональны объемам строительного производства, затраты на электроэнергию при прогреве бетона пропорциональны объемам бетонирования, транспортные издержки — объемам перевозок и тому подобное.

Так обстоит дело в теории. На практике же пропорциональная зависимость «выручка от реализации — переменные затраты» обладает меньшей жесткостью. Например, при увеличении закупок сырья поставщики его нередко предоставляют предприятию скидку с цены, и тогда затраты на сырье растут несколько медленнее объема производства.

***Постоянные (непропорциональные или фиксированные) затраты не следуют за динамикой объема производства.***

**Пример.** Амортизационные отчисления, проценты за кредит, арендная плата, оклады управленческих работников, административные расходы и т. п.

Постоянные затраты не зависят от выручки от реализации лишь до тех пор, пока интересы дальнейшего ее наращивания не потребуют увеличения производственных мощностей, численности работников, а также роста аппарата управления. В отличие от переменных, большую часть постоянных затрат при сужении деятельности предприятия и снижении выручки от реализации нелегко уменьшить. Действительно, и в периоды «охлаждения» предприятие вынуждено выплачивать проценты по ранее полученным кредитам (досрочное возмещение задолженности проблематично при падении выручки от реализации), платить заработную плату (ибо масштабное увольнение избыточного количества постоянных работников — дело весьма болезненное), необходимо платить арендную плату и т.п.

Многие виды расходов для одних предприятий могут рассматриваться как переменные, а для других — как постоянные затраты. Достаточно привести к примеру затраты на оплату труда: при сдельной оплате — это переменные затраты, при твердом окладе работников — постоянные. Список переменных и постоянных затрат для каждого предприятия свой, но критерий классификации универсален: зависимость либо независимость от величины объема производства.

**Смешанные затраты** состоят из постоянной и переменной частей. Примеры таких затрат: затраты на электроэнергию (двухставочный тариф), почтовые и телеграфные расходы, затраты на текущий ремонт оборудования и т. п.

При конкретных же расчетах, если вам необходима точность, придется выделять постоянную и переменную «доли» в смешанных затратах и причислять эти «доли» к постоянным и переменным затратам соответственно. Мы будем предполагать, что возможность отнесения затрат к одной из первых двух групп всегда существует, и величиной смешанных затрат можно пренебречь.

## 11.2. Дифференциация затрат

Чтобы не затемнять суть дела, абстрагируемся сейчас от налога на добавленную стоимость (будем брать сразу чистую выручку от реализации) и налога на прибыль.

Разделение затрат на переменные и постоянные аналитическим способом — весьма трудоемкий процесс, требующий достаточно высокой экономической квалификации. Поэтому было предложено несколько упрощенных методов, которые позволяют получать результаты с приемлемой для практики точностью. Рассмотрим их на примерах.

**Пример.** Предприятие выпускает строительные металлоконструкции. Анализируя данные по издержкам производства, она столкнулась с проблемой их дифференциации. Особенно трудно оказалось выделить сумму постоянных расходов на электроэнергию, данные о которых представлены в табл. 11.1.

Таблица 11.1

### Объемы производства и расходы на электроэнергию

Месяц	Объем производства, тыс. шт.	Расходы на электроэнергию, тыс. руб.
январь	10,0	3750
февраль	8,0	3500
март	10,0	3700
апрель	11,0	3750
май	12,0	3800
июнь	9,0	3430
июль	7,0	3350
август	7,5	3350
сентябрь	8,0	3420
октябрь	10,0	3700
ноябрь	12,0	3800
декабрь	13,0	3860
Итого в среднем за месяц	9,8	3617,5

## 1. Дифференциация издержек методом максимальной и минимальной точки

1.1. Из всей совокупности данных выбираются два периода с наибольшим и наименьшим объемом производства (см. табл. 11.1). В нашем примере это декабрь и июль. В декабре сумма переменных издержек будет максимальной, а постоянных — минимальной. В июле — естественно, наоборот (см. табл. 11.2).

Таблица 11.2

Максимальный и минимальный объемы производства

Показатель	Объем производства		Разность между максимальными и минимальными величинами
	максимальный	минимальный	
1. Уровень производства, тыс. шт.	$V_{\max} = 13,0$	$V_{\min} = 7,0$	$\Delta n = 6,0$
%	100	53,85	46,15
2. Расходы на электроэнергию, тыс. руб.	$Z_{\max} = 3860$	$Z_{\min} = 3350$	$\Delta z = 510$

1.2. Определяется так называемая ставка переменных издержек  $k_{\text{ср}}$  — это средние переменные расходы в себестоимости единицы продукции. Поскольку при росте объемов производства прирост издержек происходит только за счет переменных расходов (внутри релевантного диапазона)

$$k_{\text{ср}} = \Delta z / \Delta n = 510 / 6 = 85 \text{ руб. / шт.} \quad (11.1)$$

1.3. Определяется общая сумма постоянных издержек  $Z_{\text{п}}$

$$Z_{\text{п}} = Z_{\max} - k_{\text{ср}} \times V_{\max} = 3860 - 85 \times 13 \text{ тыс. шт.} = 2755 \text{ тыс. руб.} \quad (11.2)$$

## 2. Дифференциация затрат статистическим методом

Линия общих издержек определяется уравнением первой степени типа  $y = k \times x + b$ . Здесь величина  $b$  соответствует уровню постоянных затрат. Построенная по данным примера прямая представлена на рис. 11.2. Полученная аппроксимация позволяет определить величину постоянных затрат 2707,4 тыс. руб.

Как видим, оба метода дали примерно одинаковый результат.

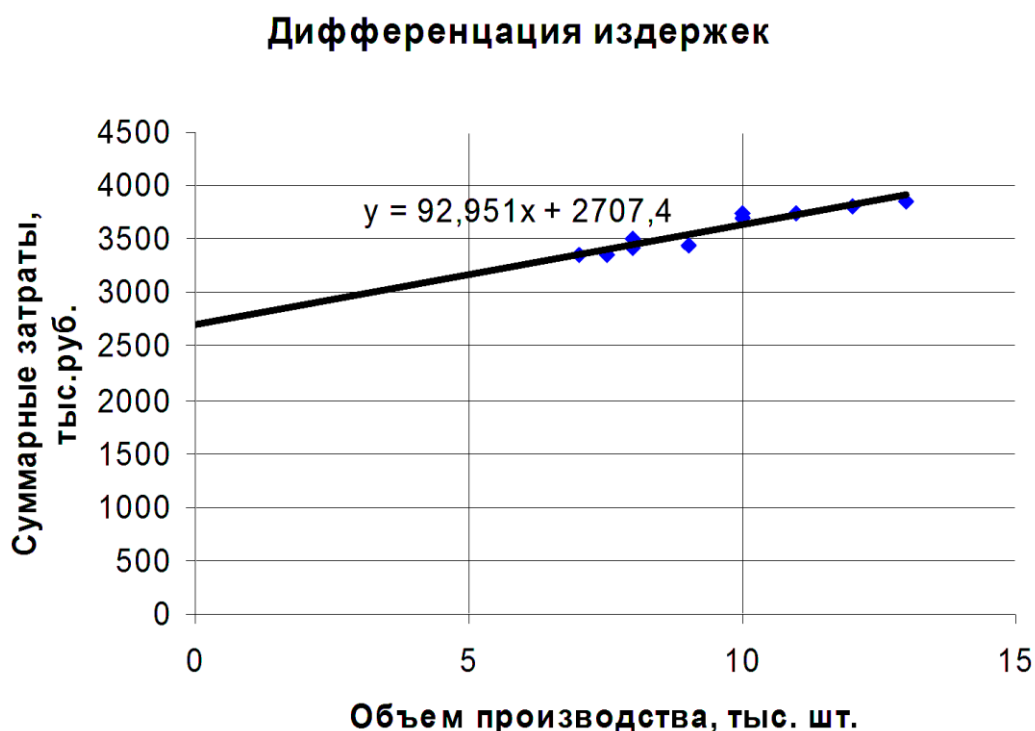


Рис. 11.2. Дифференциация затрат статистическим методом

## 3. Дифференциация затрат постатейным методом

При усредненных расчетах в строительстве условно-постоянная часть расходов может приниматься в размере 1% от затрат на материалы, 15% от затрат на машины и механизмы и 50% от накладных расходов.

### 11.3. Порог рентабельности и запас финансовой прочности

Определение порога рентабельности начинается с записи балансового уравнения. Суммарные затраты  $Z$  разбиваются на переменные  $Z_{\sim}$  и постоянные  $Z_{=}$  затраты

$$Z = Z_{\sim} + Z_{=} \quad (11.3)$$

Переменные затраты линейно зависят от объема производства  $V$ :

$$Z_{\sim} = V \times Z_{yd}, \quad (11.4)$$

где  $V$  — объем производства в натуральных единицах,  $Z_{yd}$  — удельные затраты на единицу продукции.

Предполагается равенство выручки  $B$ , которая определяется произведением цены единицы продукции  $C_{ed}$  на объем производства  $V$ :

$$C_{ed} \times V = V \times Z_{yd} + Z_{=} \quad (11.5)$$

Отсюда определяется критический объем производства  $V_{кр}$  как объем производства, при котором еще не генерируется прибыль, но уже нет убытков:

$$V_{кр} = Z_{=} / (C_{ed} - Z_{yd}). \quad (11.6)$$

Произведение  $\Pi_p = C_{ed} \times V_{кр}$  называется порогом рентабельности (рис.19).

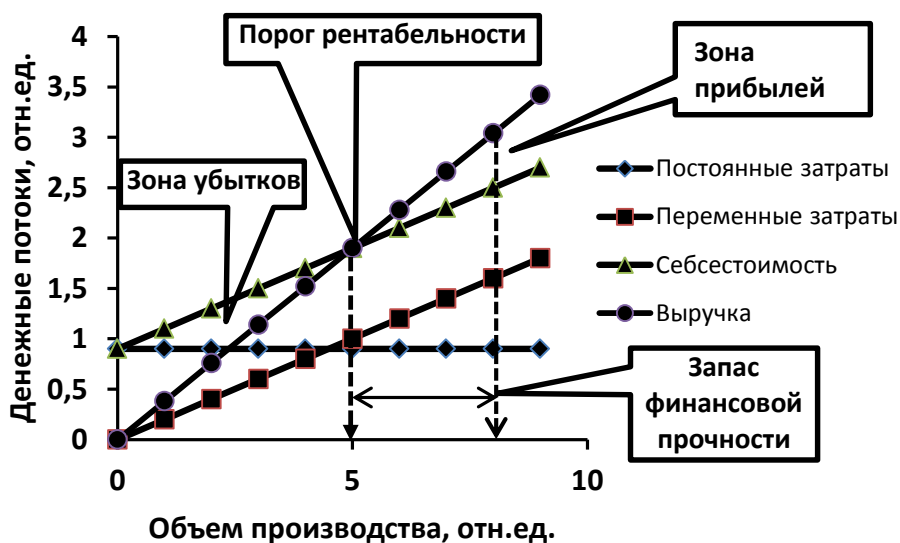


Рис. 11.3 К определению точки безубыточности и порога рентабельности



**Запас финансовой прочности (ЗФП)** определяется как разность выручки  $C_{ед} \times V$  и порога рентабельности  $C_{ед} \times V_{кр}$ :

$$ЗФП = C_{ед} \times V - C_{ед} \times V_{кр} = C_{ед} \times (V - V_{кр}) . \quad (11.7)$$

Или в относительных единицах:

$$ЗФП_{отн} = C_{ед} \times (V - V_{кр}) / (C_{ед} \times V_{кр}) = (V - V_{кр}) / V_{кр} . \quad (11.8)$$

**Пример.** Пусть выручка от реализации в первом году составляет 11000 тыс. руб. при переменных затратах 9300 тыс. руб. и постоянных затратах 1500 тыс. руб. (в сумме 10 800 тыс. руб.).

Прибыль равна  $11000 - 10800 = 200$  тыс. руб.

Предположим далее, что выручка от реализации возрастает до 12000 тыс. руб. (+ 9,1%). Увеличиваются на те же 9,1% и переменные затраты. Теперь они составляют:

$$9300 + 9300 \times 0,091 = 9300 + 846,3 = 10\,146,3 \text{ тыс. руб.}$$

Постоянные затраты не изменяются: 1500 тыс. руб.

Суммарные затраты равны  $10146 + 1500 = 11646,3$  тыс. руб.

Теперь прибыль

$$12000 - 11646,3 = 353,7 \text{ тыс. руб.}$$

Вычислим, на сколько процентов прибыль отчетного года больше прибыли прошлого года:

$$(353 - 200) / 200 \times 100\% = 76,5\% .$$

То есть выручка от реализации увеличилась всего на 9,1%, а прибыль — на 77%! Уменьшение же выручки будет, естественно, сопровождаться значительно более быстрым падением прибыли.

Эффект производственного рычага состоит в том, что любое изменение выручки от реализации влечет за собой еще более сильное изменение прибыли. Такое явление связано с делением затрат предприятия на постоянную и переменную части.

Постоянная часть затрат условно не зависит от объема производства предприятия, поэтому при увеличении последнего данные за-

траты распределяются на все большее количество изделий и все меньше влияют на величину прибыли.

Переменная часть затрат увеличивается прямо пропорционально увеличению объема производства, а, следовательно, и выручки.

Таким образом, при увеличении объема производства (и выручки) переменные затраты растут, а постоянные не изменяются, в результате чего прибыль предприятия от производства каждой дополнительной единицы товара увеличивается. Сила воздействия операционного рычага (*СВОР*) измеряется отношением разности выручки и переменных затрат к разности выручки, переменных и постоянных затрат:

$$СВОР = (B - Z_{\text{в}}) / (B - Z_{\text{в}} - Z_{\text{п}}) . \quad (11.9)$$

**Пример.** Рассмотрим предприятие *С*. Пусть выручка от реализации продукции фирмы *С* равна 1200 единиц, постоянные издержки 500, переменные издержки 500, прибыль 200. Определим силу воздействия операционного рычага (*СВОР*).

$$СВОР = (1200 - 500) / (1200 - 500 - 500) = 3,5.$$

Полученный результат говорит о том, что увеличение выручки на 1 пункт приведет к пропорциональному увеличению прибыли на 3,5 пункта и, наоборот.

Таким образом, большое значение *СВОР* несет для предприятия как положительные, так и отрицательные моменты – в случае срыва производственной программы предприятие понесет большие убытки, чем при небольшом значении *СВОР*.

Сила воздействия операционного рычага максимальна вблизи порога рентабельности и снижается по мере роста выручки от реализации.

## 12. ФИНАНСОВЫЙ РЫЧАГ

### *12.1. Вводные замечания*

Деятельность любого строительного предприятия не обходится без финансового риска. Риск, определяемый структурой источников капитала, называется финансовым риском. Одна из важных характеристик финансового риска – это соотношение между собственным и заемным капиталом. Привлечение дополнительных заемных средств выгодно предприятию с точки зрения получения дополнительной прибыли при условии превышении рентабельности совокупного капитала рентабельности заемного.

Для большего совокупного капитала шире инвестиционные возможности. Но при этом проценты за использование заемного капитала необходимо платить в полном объеме и в срок, в отличие от дивидендов.

При уменьшении объема продаж, перебоях с поставками комплектующих или сырья, кадровых проблемах и т.д. риск банкротства выше у предприятия с большими расходами по обслуживанию займов. Как следствие увеличения финансового риска, увеличивается цена на дополнительно привлекаемый капитал.

Для анализа финансовых и производственных рисков широко используются понятия производственного и финансового рычагов. Эти понятия определяются с помощью так называемых базовых показателей финансового менеджмента.

Рычаг (Leverage) — американский термин, в применении к экономике означающий фактор, при небольшом изменении которого связанные с ним показатели меняются значительно сильнее. Например, использование относительно небольшого заемного капитала в некоторых случаях позволяет получать заметно больше прибыли с единицы собственного капитала, чем при использовании только собственного капитала. В этом случае говорят об эффекте финансового рычага.

Показатель «коэффициент финансового левериджа» правильнее рассчитывать не по данным бухгалтерской отчетности, а по рыночной оценке активов. Чаще всего у успешно действующего строительного предприятия рыночная стоимость собственного капитала превышает балансовую стоимость, а значит, меньше значение показателя «коэффициент финансового левериджа» и ниже уровень финансового риска.

### ***12.2. Базовые показатели финансового менеджмента***

В качестве базовых показателей при рассмотрении этих вопросов рассматриваются четыре основных показателя:

- добавленная стоимость (*ДС*);
- брутто-результат эксплуатации инвестиций (*БРЭИ*);
- нетто-результат эксплуатации инвестиций (*НРЭИ*) — прибыль до уплаты процентов за кредит и налога на прибыль;
- экономическая рентабельность (*ЭР*) активов (экономическая рентабельность всего капитала предприятия).

Если из стоимости продукции, произведенной, а не только реализованной предприятием за тот или иной период, включая увеличение запасов готовой продукции и незавершенное производство (*Спр*), вычесть стоимость потребленных материальных средств производства (сырья, энергии и пр.) и услуг других организаций (*См*), то получится стоимость, которую действительно добавили к стоимости сырья, энергии, услуг. Величина добавленной стоимости (*ДС*) свидетельствует о масштабах деятельности предприятия и о его вкладе в создание национального богатства.

$$ДС = Спр - См . \quad (12.1)$$

Вычтем из *ДС* налог на добавленную стоимость (*НДС*), затем вычтем из оставшейся суммы расходы по оплате труда (*ОТ*) и все связанные с ней обязательные платежи предприятия (по социальному страхованию, пенсионному обеспечению и проч.), а также все налоги

и налоговые платежи предприятия, кроме налога на прибыль — получим *БРЭИ*:

$$БРЭИ = ДС - НДС - ОТ, \quad (12.2)$$

(прибыль до вычета амортизационных отчислений, финансовых издержек по заемным средствам и налога на прибыль).

*БРЭИ* используется в финансовом менеджменте как один из основных промежуточных результатов финансово-хозяйственной деятельности предприятия. Величина *БРЭИ* является первейшим показателем достаточности средств на покрытие всех этих расходов. Более того, по удельному весу *БРЭИ* в добавленной стоимости можно судить об эффективности управления предприятием и составить общее представление о потенциальной рентабельности и гибкости предприятия.

Из предыдущего показателя вычтем все затраты на восстановление основных средств *A* — это и будет нетто-результат эксплуатации инвестиций (*НРЭИ*):

$$НРЭИ = БРЭИ - A = ДС - НДС - A. \quad (12.3)$$

На практике для быстроты расчетов можно принимать за *НРЭИ* балансовую прибыль (*БП*), восстановленную до нетто-результата эксплуатации инвестиций прибавлением процентов за кредиты, относимых на себестоимость продукции (*Iз*)

$$НРЭИ = БП + Iз, \quad (12.4)$$

(прибыль до уплаты процентов за кредит и налога на прибыль).

Таким способом можно избежать двойного счета процентов, ибо часть их, относимая, по действующему законодательству, на чистую прибыль, остающуюся в распоряжении предприятия, содержится в самой балансовой прибыли.

С учетом приведенных выше соображений экономическую рентабельность активов (*ЭР*) определяют следующим образом:

$$ЭР = НРЭИ / АКТИВ \times 100\%. \quad (12.5)$$

Этот показатель эквивалентен экономической рентабельности всего капитала предприятия, т. е. суммы его собственных и заемных средств. Последнее верно, поскольку актив и пассив равны, а последний представляет собой совокупность собственных средств и заимствований. Поэтому:

$$\text{ЭР} = \text{НРЭИ} / \text{АКТИВ} \times 100\% = \text{НРЭИ} / \text{ПАССИВ} \times 100\%, \quad (12.6)$$

$$\text{ЭР} = \text{НРЭИ} / (\text{СС} + \text{ЗС}) \times 100\%. \quad (12.7)$$

Преобразуем формулу экономической рентабельности, умножив ее на  $\text{ОБОРОТ} / \text{ОБОРОТ} = 1$ . От такой операции величина рентабельности не изменится, зато проявятся два важнейших элемента рентабельности: коммерческая маржа (КМ) и коэффициент трансформации (КТ).

$$\text{ЭР} = \text{НРЭИ} / \text{АКТИВ} \times \text{ОБОРОТ} / \text{ОБОРОТ}.$$

$$\text{ЭР} = \text{НРЭИ} / \text{ОБОРОТ} \times \text{ОБОРОТ} / \text{АКТИВ} = \text{КМ} \times \text{КТ}.$$

$$\text{КМ} = \text{НРЭИ} / \text{ОБОРОТ}; \quad \text{КТ} = \text{ОБОРОТ} / \text{АКТИВ}.$$

Формула Дюпона:

$$\text{ЭР} = \text{КМ} \times \text{КТ}$$

(12.8)

Эта формула позволяет определить, какие факторы в наибольшей степени повлияли на чистую рентабельность активов.

Коммерческая маржа показывает, какой результат эксплуатации дает каждый рубль оборота (обычно *КМ* выражают в процентах). По существу, это экономическая рентабельность оборота, или рентабельность продаж, рентабельность реализованной продукции. У предприятий с высоким уровнем прибыли *КМ* превышает 20% и даже 30%, у других едва достигает 3-5%.

*КТ* показывает, сколько рублей оборота снимается с каждого рубля актива, т. е. в какой оборот трансформируется каждый рубль актива. *КТ* можно также воспринимать как оборачиваемость активов. В такой трактовке *КТ* показывает, сколько раз за данный период оборачивается каждый рубль активов.

### **Концепция финансового рычага**

Финансовый рычаг характеризует эффективность использования собственного капитала предприятия в зависимости от соотношения собственных и заемных средств, несмотря на платность последних.

Для иллюстрации этого положения составим аналитический баланс предприятия. Составляется он так:

1. Берется средняя величина источников собственных средств (IV раздел пассива плюс резервы, минус убытки, минус расчеты с учредителями, проходящие по активу).
2. Из Приложения к балансу берется вся сумма заемных средств, которой располагало предприятие в данном периоде (без кредиторской задолженности).
3. Актив не просчитываем, а просто принимаем его равным пассиву.
4. Аналитический баланс готов.

Главный принцип его составления — уловить абсолютно все заимствования предприятия за период анализа, а не только те, что отражаются в отчетном балансе. Впрочем, при экспресс-анализе достаточно бывает взять средние суммы собственных и заемных средств «от баланса до баланса».

**Пример.** Рассмотрим два предприятия А и Б. Актив предприятия А - 1000 у.е. Актив предприятия Б - 1000 у.е. Пассив предприятия А - 1000 у.е. Пассив предприятия Б - 500 у.е. собственных средств и 500 у.е. заемных средств. Валюта аналитического баланса обоих предприятий одинакова и равна 1000 у.е. Уровень прибыльности на вложенный капитал данных предприятий одинаков и составляет 20%.

Средняя расчетная ставка процентов (СРСП) по кредиту равна 15%.

Предприятия отличаются только структурой капитала. Структура их аналитических балансов представлена в табл. 12.1.

Таблица 12.1

Структура аналитического баланса предприятий А и Б

Предприятие А				Предприятие Б			
Актив		Пассив		Актив		Пассив	
Аналитический актив	1000	Собственные средства	1000	Аналитический актив	1000	Собственные средства	500
		Заемные средства	0			Заемные средства	500
Валюта баланса	1000	Валюта баланса	1000	Валюта баланса	1000	Валюта баланса	1000

Особенность деятельности предприятия А в том, что оно получает прибыль 200 у.е. только благодаря использованию собственного капитала. Таким образом, его рентабельность равна 20%.

Предприятие Б получает ту же самую прибыль, но его собственный капитал равен 500 у.е. Прибыль, получаемая предприятием также равна 200 у.е., но из этой прибыли сначала должны быть выплачены проценты за кредит в сумме  $500 \times 0,15 = 75$  у.е. Получаем значение чистой прибыли предприятия 125 у.е.

Рентабельность собственного капитала предприятия Б составит:

$$125 / 500 \times 100\% = 25\%.$$

**Вывод:** предприятие Б более эффективно использует собственный капитал за счет привлечения заемного капитала (выигрыш в рентабельности 5%).

Эффект возникновения дополнительной прибыли при использовании заемного капитала называется эффектом финансового рычага (ЭФР).

**Эффект финансового рычага** показывает, на сколько процентов увеличивается рентабельность собственного капитала за счет привлечения заемных средств. Рекомендуемое значение ЭФР равняется 0,33 – 0,5.



Приведенный выше пример не учитывает уплату налога на прибыль. Если такой налог уплачивается, то эффект финансового рычага (*ЭФР*) снижается.

Введем в рассмотренный пример налог на прибыль в размере 24% и определим рентабельность собственного капитала для предприятий А и Б (табл. 12.2).

Таблица 12.2

Влияние налога на прибыль на величину рентабельности

	А	Б
Прибыль до налогообложения, у.е.	200	200
Проценты за кредит, у.е.	-	$500 \times 0,15 = 75$
Налогооблагаемая прибыль, у.е.	200	$200 - 75 = 125$
Налог на прибыль, у.е.	$200 \times 0,24 = 48$	$125 \times 0,24 = 30$
Чистая прибыль, у.е.	$200 - 48 = 152$	$125 - 4 - 30 = 95$
Рентабельность собственного капитала	$152/1000 \times 100 = 15,2\%$	$95/500 \times 100 = 19\%$

У предприятия Б чистая рентабельность собственного капитала на 3,8 процентных пункта выше, чем у предприятия А. Налогообложение «срезало» эффект рычага на 1,2 процентных пункта. В данном примере прирост эффективности использования собственного капитала за счет привлечения кредитов составил 3,8 процентных пункта.

Запишем формулу эффекта финансового рычага короче:

$$\text{ЭФР} = (1 - C_n) \times Д \times ЗС / СС. \quad (12.9)$$

Здесь:

$C_n$  – ставка налога на прибыль,

$Д$  - дифференциал финансового рычага,

$ЗС / СС$  – плечо финансового рычага.

Дифференциал финансового рычага определяется как разность экономической рентабельности активов предприятия (ЭР) и средней расчетной ставки процентов по кредиту (СРСП):

$$Д = ЭР - СРСП.$$

Плечо рычага — это отношение заемных и собственных средств. Плечо рычага характеризует силу воздействия финансового рычага. Таким образом, эффект финансового рычага складывается из влияния двух составляющих: дифференциала и плеча рычага.

Дифференциал и плечо рычага тесно взаимосвязаны между собой. Если наращивать плечо рычага, увеличивая объем заимствований, то дифференциал начинает уменьшаться за счет роста средней расчетной ставки процента.

Отсюда видно, что финансовый рычаг неоднозначно влияет на финансово-экономическое состояние предприятия. Его действие разнонаправлено — рост рентабельности собственного капитала и его темпов могут приводить к потере платежеспособности.

**Пример.** Предположим, что предприятие Б увеличило плечо рычага до трех. Это привело к тому, что его заемные средства составили 1500 у.е. Банк увеличил процентную ставку, предположим, до 18%. В этом случае эффект финансового рычага будет равен:

$$\text{ЭФР} = (1 - 0,24) \times (0,2 - 0,18) \times 1500/500 \times 100\% = 4,56\%$$

Видим, что эффект финансового рычага еще подрос, но уже ценой увеличения ссудной задолженности в 3 раза.

Теперь посмотрим, что будет с предприятием Б с ЭФР = 4,56% и дифференциалом 2% (20% - 18%), если ставка по кредиту увеличится до 19%. Для сохранения эффекта финансового рычага на уровне 4,56% фирме придется доводить плечо рычага до 6:

$$\text{ЭФР} = 0,76 \times (20\% - 19\%) \times ЗС / СС = 4,56\%.$$

$$\text{Действительно, } ЗС / СС = 4,56 / 0,76 = 6!$$

Для компенсации удорожания кредита всего на один процент, предприятие для сохранения прежнего эффекта финансового рычага

вынуждено будет удвоить сумму кредита - при этом снизится его финансовая устойчивость и возрастут финансовые риски.

Может случиться так, что дифференциал станет меньше нуля. Тогда эффект рычага будет действовать во вред предприятию. Если, например, при девятикратном соотношении заемных и собственных средств приходится выплачивать среднюю ставку по кредиту 21%, то эффект рычага равен:

$$\text{ЭФР} = 0,76 \times (20\% - 21\%) \times 9 = - 6,84\%.$$

Таким образом, рентабельность собственного капитала в этом случае уменьшается на 6,84 процентных пункта.

**Вывод:** разумный менеджер не станет увеличивать любой ценой плечо рычага, а будет регулировать плечо рычага в зависимости от дифференциала, то есть привлечение кредитов предприятием положительно сказывается на рентабельности собственного капитала, но до определенного предела.

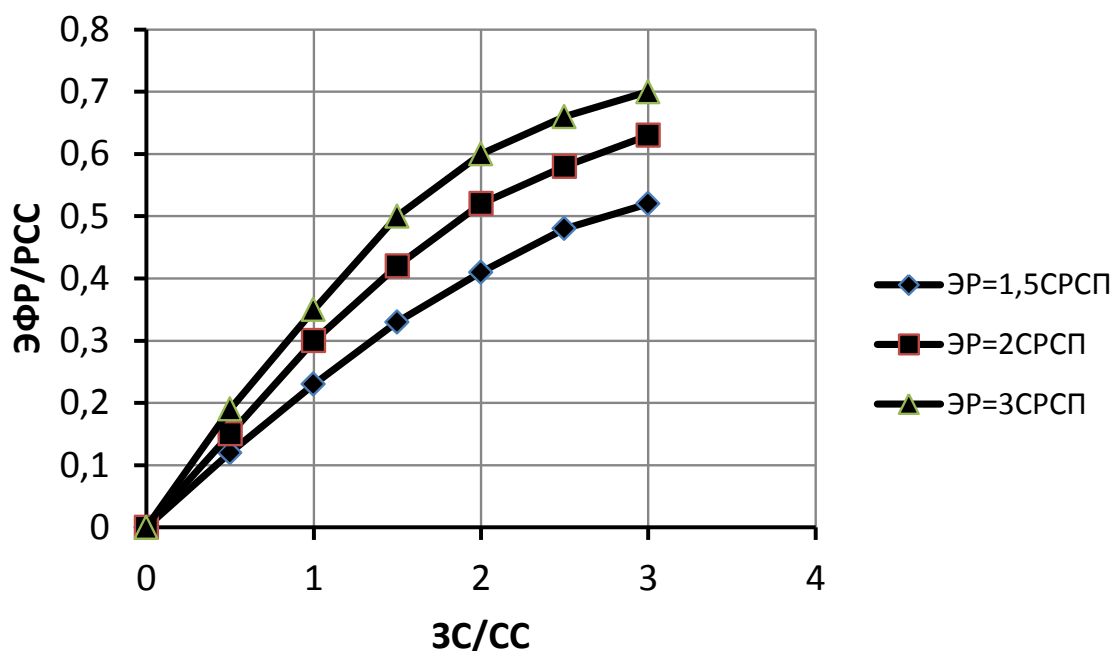


Рис. 11.4. Рентабельность собственных средств (РСС) и эффект финансового рычага (кривые дифференциалов)

При увеличении ссудной задолженности важно выбрать «золотую середину», при которой финансовая устойчивость предприятия не нарушается.

Многие экономисты считают, что эта «золотая середина» лежит в диапазоне 30 - 50%, т.е. оптимальное значение эффекта финансово-го рычага должно быть от одной трети до половины уровня экономической рентабельности. Это мнение может быть проиллюстрировано с помощью графиков, представленных на рис. 11.4, и основанных на интернациональной экономической статистике.

### **12.3. Обоснование суммы кредита**

Попробуем применить изложенные соображения на практике.

#### **Задача 59**

Строительное предприятие планирует модернизацию вспомогательного производства. Для этого оно предполагает привлечь заемные средства. Рассчитанная финансистами предприятия потребность в новом кредите составляет 2,8 млн. руб.

Аналитический баланс строительного предприятия характеризуется следующими показателями:

Актив за вычетом кредиторской задолженности — 10,5 млн. руб.

Пассив — 3,7 млн. руб. заемный капитал (ЗК) (без кредиторской задолженности).

Собственный капитал (СС) — 6,8 млн. руб.

НРЭИ — 4,2 млн. руб.;

ФИ (Финансовые издержки) — 0,65 млн. руб.

Ставка налогообложения ( $C_n$ ) — 30%.

Определить желательные и предельные условия получения запрашиваемого кредита и обосновать его сумму.

#### *Решение*

1. Экономическая рентабельность активов предприятия

$$\text{ЭР} = \text{НРЭИ} / \text{АКТИВ} \times 100\% = 4,2 / 10,5 \times 100\% = 40\%.$$

Средняя расчетная процентная ставка

$$i_{cp} = \text{ФИ} / \text{ЗС} = 17,5\%.$$

2. Подсчитаем эффект финансового рычага.

$$\text{ЭФР} = (1 - \text{Сн}) \times (\text{ЭЗ} - i_{cp}) \times \text{ЗС} / \text{СС}.$$

$$\begin{aligned} \text{ЭФР} &= (1 - 0,3) \times (40\% - 17,5\%) \times (3,7 / 6,8) = 0,7 \times 22,5\% \times 0,54 = \\ &= 8,5\%. \end{aligned}$$

При плече финансового рычага, равном 0,54, предприятие может привлекать заемные средства. Его дифференциал превышает 20%. Это значит, что непосредственным риском эффект финансового рычага в данный момент не угрожает.

3. На сегодняшний день (пока без нового кредита) экономическая рентабельность активов предприятия в 2,3 раза превышает среднюю расчетную ставку процента ( $40\%/17,5\% = 2,3$ ).

4. Устанавливаем приемлемую степень снижения дифференциала, например, не ниже уровня  $\text{ЭР} = 2 \text{ СРСП}$ .

5. Исходя из этого, рассчитываем желательную ставку и сумму процентов по будущему кредитному договору, вводя в вычисления, если нужно, прогнозируемый уровень экономической рентабельности. Но осторожный эксперт обычно оставляет фактический уровень рентабельности: «Лишь бы не понизился».

6. Выбираем желательный уровень «нейтрализации» налогообложения и соответствующую горизонталь на кривой рис. 11.4. Пусть в нашем примере это будет 0,3.

Остается определить, вписывается ли рассчитанная ранее «по потребностям» сумма кредита в безопасное значение плеча финансового рычага. Пересечение горизонтали « $\text{ЭФР} / \text{РСС} = 0,3$ » с кривой « $\text{ЭР} = 2 \text{ СРСП}$ » дает единичное значение плеча финансового рычага, — притом, что пока  $\text{ЗС} / \text{СС} = (3,7 \text{ млн. руб.} / 6,8 \text{ млн. руб.}) = 0,54$ .

Сумму нового кредита  $X$  определяем из соотношения  $(\text{ЗС} + X) / \text{СС} = 1$ .

$$X = \text{СС} - \text{ЗС} = 6,8 - 3,7 = 3,1 \text{ млн. руб.}$$

Новый кредит в размере 3,1 млн. руб. как раз довел бы плечо финансового рычага до единицы. Рассчитанная же финансистами предприятия потребность в новом кредите составляет 2,8 млн. руб. При такой сумме кредита плечо финансового рычага будет равно:

$$ЗС / СС = (3,7 \text{ млн. руб.} + 2,8 \text{ млн. руб.}) / 6,8 \text{ млн. руб.} = 0,96,$$

и предприятие сможет даже слегка поднять новую кривую своего дифференциала над кривой «ЭР = 2 СРСП», а также сохранить некоторый резерв заемной способности на случай возможных затруднений.

### **Задача 60**

Балансовая прибыль у строительных предприятий «Монолит» и «Быстрострой» одинакова и равна 23 млн. рублей. Собственный капитал «Монолит» 18,5 млн. рублей, и у «Быстрострой» - 78 млн. рублей. «Монолит» имеет заемные средства в размере 59,5 млн. рублей, взятых под 14,4% годовых. Рассчитайте рентабельность собственного капитала (ROE) и ЭФР.

*Решение.* Определим рентабельность совокупного капитала до уплаты налогов.

Для ООО «Монолит»:

$$ROA_M = 23 / (18,5 + 59,5) = 0,295 \text{ или } 29,5\%.$$

Для ООО «Быстрострой»:

$$ROA_6 = 23 / 78 = 0,295 \text{ или } 29,5\%.$$

Таким образом, рентабельность совокупного капитала у обоих предприятий одинакова.

Рассчитаем ЭФР для ООО «Монолит»:

$$\text{ЭФР}_л = (29,5\% - 14,4\%) \times (1 - 0,24) \times 59,5/18,5 = 36,91\%$$

$$\text{Проценты к уплате «Монолит»} = 59,5 \times 0,144 = 8,568 \text{ млн. руб.}$$

Показатель	ООО «Монолит»	ООО «Быстрострой»
Собственный капитал	18,5	78
Балансовая прибыль	23	23
Проценты к уплате	8,568	-
Прибыль после уплаты налога	14,43	23
Сумма налога на прибыль (24%)	3,46	5,52
Чистая прибыль	10,97	17,48
Рентабельность собственного капитала, ROE	59,30%	22,41%

### Задача 61

Рассчитайте изменение уровня финансового левериджа (УФЛ) для предприятия «СМУ №5» в 01, 02 и 03 годах, если соответственно: объем чистой прибыли увеличился на 2,4%, 2,8%, 3,1%; валовая прибыль увеличилась на 1,1%, 2,3%, 1,4%.

*Решение*

$$\text{УФЛ}_{01} = 2,4\% / 1,1\% = 2,18;$$

$$\text{УФЛ}_{02} = 2,8\% / 2,3\% = 1,22;$$

$$\text{УФЛ}_{03} = 3,1\% / 1,4\% = 2,21;$$

$$\Delta \text{УФЛ}_{01-02} = 1,22 \times 100\% / 2,18 = 55,96\%.$$

$$\Delta \text{УФЛ}_{01-03} = 2,21 \times 100\% / 2,18 = 101,38\%.$$

*Ответ:* В 02 году уровень финансового левериджа уменьшился до 55,96% от уровня 01 года, и в 03 году увеличился на 1,38% относительно 01 года.

### Задача 62

ОАО "ЭВРИКА" закончило 2013 год со следующими финансовыми результатами:

- собственный капитал 12,3 млн. рублей;
- краткосрочные кредиты 7,12 млн. рублей под 19,4% годовых;
- долгосрочные кредиты 1,39 млн. рублей под 15,7% годовых;
- товарный кредит поставщикам 4,65 млн. рублей под 12,5% годовых;

- вексельный долг 0,56 млн. рублей под 21,89% годовых;
- балансовая прибыль 8,42 млн. рублей;
- уровень налогообложения 31%.

Оцените эффективность каждого из вида заемных средств и их долю в формировании эффекта финансового рычага.

*Решение*

Рассчитаем рентабельность совокупного капитала:

$R_{ск} = 8,42 / (12,3 + 7,12 + 1,39 + 4,65 + 0,56) = 0,3236$  или 32,36%.

Определим эффект финансового рычага (ЭФР) для краткосрочных кредитов:

$$\text{ЭФР}_{кк} = (32,36 - 19,4) \times (1 - 0,31) \times 7,12 / 12,3 = 5,18\%.$$

Определим ЭФР для долгосрочных кредитов:

$$\text{ЭФР}_{дк} = (32,36 - 15,7) \times (1 - 0,31) \times 1,39 / 12,3 = 1,30\%.$$

Определим ЭФР для товарного кредита:

$$\text{ЭФР}_{тк} = (32,36 - 12,5) \times (1 - 0,31) \times 4,65 / 12,3 = 5,18\%.$$

Определим ЭФР для вексельного долга:

$$\text{ЭФР}_{вд} = (32,36 - 21,89) \times (1 - 0,31) \times 0,56 / 12,3 = 0,33\%.$$

$$\text{ЭФР}_{\text{суммарное}} = 5,18 + 1,30 + 5,18 + 0,33 = 11,99\%.$$

$$\text{Доля } \text{ЭФР}_{кк} = 5,18 / 11,99 \times 100\% = 43,2\%.$$

$$\text{Доля } \text{ЭФР}_{дк} = 1,30 / 11,99 \times 100\% = 10,84\%.$$

$$\text{Доля } \text{ЭФР}_{тк} = 5,18 / 11,99 \times 100\% = 43,2\%.$$

$$\text{Доля } \text{ЭФР}_{вд} = 0,33 / 11,99 \times 100\% = 2,75\%.$$

*Ответ:*

- Краткосрочные кредиты увеличивают ЭФР на 5,18% и составляют 43,2% от суммарного ЭФР.
- Долгосрочные кредиты увеличивают ЭФР на 1,30% и составляют 10,84% от суммарного ЭФР.
- Товарный кредит поставщикам увеличивает ЭФР на 5,18% и составляет 43,2% от суммарного ЭФР.
- Вексельный долг увеличивает ЭФР на 0,33% и составляет 2,75% от суммарного ЭФР.



### Задача 63

Предприятия «Кирпич», «Монолит» и «Панель» закончили год со следующими финансовыми результатами: рентабельность совокупного капитала соответственно для «Кирпич» — 26,1%, «Монолит» — 27,3% и «Панель» — 23,8%;

- средневзвешенная цена заемных ресурсов 16,4%, 14,4% и 11,9%;

- собственный капитал на конец года 22,8 млн. рублей, 34,1 млн. рублей и 13,5 млн. рублей;

- заемный капитал на конец года 20,9 млн. рублей, 12,3 млн. рублей и 30,2 млн. рублей.

Уровень налогообложения 26%.

Какое предприятие эффективнее использует заемные средства?

#### *Решение*

Рассчитаем ЭФР для предприятия «Кирпич»:

$$\text{ЭФР}_k = (26,1 - 16,4) \times (1 - 0,26) \times 20,9/22,8 = 6,58\%.$$

Рассчитаем ЭФР для предприятия «Монолит»:

$$\text{ЭФР}_m = (27,3 - 14,4) \times (1 - 0,26) \times 12,3/34,1 = 3,44\%.$$

Рассчитаем ЭФР для предприятия «Панель»:

$$\text{ЭФР}_п = (23,8 - 11,9) \times (1 - 0,26) \times 30,2/13,5 = 19,70\%.$$

*Ответ:* эффект финансового рычага у предприятия «Кирпич» достигает 19,70%, у «Панель» 6,58% и самый маленький у «Монолит» — 3,44%.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Павлова Л. Н. Финансовый менеджмент: Учебник для вузов. / Л. Н. Павлова. М.: — ЮНИТИ-ДАНА, 2012. — 274 с.
2. Финансовый менеджмент: Учебник для вузов / ред. Г.Б. Поляка. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2012. — 527 с.
3. Кузнецов Б.Т. Финансовый менеджмент: учеб. пособие. / Б. Т. Кузнецов. — ЮНИТИ-ДАНА, 2012.— 415 с.
4. Берёзкин Ю.М. ФИНАНСОВЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ : учеб. пособие / Ю.М. Берёзкин, Д.А. Алексеев. — Иркутск : Изд-во БГУЭП, 2012. — 301 с.
5. Финансовые вычисления для профессионалов./ А.В. Бухвалов, В.В. Бухвалова, А.В. Идельсон — СПб.: БХВ-Петербург, 2001. — 320 с.
6. Финансовый менеджмент (Теория и практика) : учеб. для вузов/ ред. Е. С. Стояновой. — М. : Перспектива, 2005. — 652 с.
7. Ковалёв В. В. Финансовый менеджмент: теория и практика / В. В. Ковалев. — М. : Проспект, 2006. – 688 с.
8. Четыркин Е.М. Финансовая математика. — 4-е изд. / Е.М. Четыркин — М.: Дело, 2004. — 400 с.

Периодические издания, систематическое ознакомление с которыми может оказаться полезным специалистам, интересующимся затронутой тематикой, приведены ниже.

Журналы: «Финансовый директор», «Финансы», «Корпоративные Финансы», «Финансы и Экономика», «Финансы и кредит», «Финансовый менеджмент»

## **ПРИЛОЖЕНИЕ**

**Задания на курсовую работу по дисциплине  
"Методы финансово-экономические расчетов в строительстве"**

Таблица П1

**Расчет эффективной процентной ставки кредита**

*Строительное предприятие планирует получение кредита, при выдаче которого взимается разовая комиссия за организацию кредита, а впоследствии ежемесячно взимается комиссия за ведение ссудного счета. Условия, которые предлагает кредитор, содержатся в таблице для каждого варианта. При выдаче кредита применяется сложная ставка процентов. Расчет ведется на немецкой временной базе (в месяце 30 дней, в году 360 дней,). Определить эффективную процентную ставку по данному кредиту. Оценить далее, как изменится эффективная ставка при включении в состав сопутствующих платежей стоимости разработки бизнес-плана, который обойдется в 1,5% от суммы кредита, а затем и страхового платежа, который составляет 0,8% от суммы кредита.*

Условия кредитования	Схема погашения	Сумма кредита	Срок кредитования	Номинальная процентная ставка	Комиссия за организацию кредита	Ежемесячная комиссия за ведение ссудного счета
Обозначения		D <sub>0</sub>	n	i	к <sub>0</sub>	кв
«Ед.Изм.	руб.	руб.	дни	% годовых	% от суммы кредита	% от суммы кредита
Образец	Ежемесячный платеж	10 000 000	180	18,00%	1,00%	0,1000%
1	Ежемесячный платеж	11 000 000	90	15,00%	1,50%	0,1000%
2	Ежемесячный платеж	12 000 000	90	15,00%	1,50%	0,1000%
3	Ежемесячный платеж	13 000 000	90	15,00%	1,50%	0,1000%

*Продолжение табл. III*

4	Ежемесячный платеж	14 000 000	90	15,00%	1,50%	0,1000%
5	Ежемесячный платеж	15 000 000	90	15,00%	1,50%	0,1000%
6	Ежемесячный платеж	16 000 000	90	15,00%	1,50%	0,1000%
7	Ежемесячный платеж	17 000 000	90	15,00%	1,50%	0,1000%
8	Ежемесячный платеж	18 000 000	90	15,00%	1,50%	0,1000%
9	Ежемесячный платеж	19 000 000	90	15,00%	1,50%	0,1000%
10	Ежемесячный платеж	20 000 000	90	15,00%	1,50%	0,1000%
11	Ежемесячный платеж	21 000 000	180	16,00%	1,20%	0,0080%
12	Ежемесячный платеж	22 000 000	180	16,00%	1,20%	0,0080%
13	Ежемесячный платеж	23 000 000	180	16,00%	1,20%	0,0080%
14	Ежемесячный платеж	24 000 000	180	16,00%	1,20%	0,0080%
15	Ежемесячный платеж	25 000 000	180	16,00%	1,20%	0,0080%
16	Ежемесячный платеж	26 000 000	180	16,00%	1,20%	0,0080%
17	Ежемесячный платеж	27 000 000	180	16,00%	1,20%	0,0080%
18	Ежемесячный платеж	28 000 000	180	16,00%	1,20%	0,0080%

*Продолжение табл. III*

19	Ежемесячный платеж	29 000 000	180	16,00%	1,20%	0,0080%
20	Ежемесячный платеж	30 000 000	180	16,00%	1,20%	0,0080%
21	Ежемесячный платеж	31 000 000	270	17,00%	1,20%	0,0080%
22	Ежемесячный платеж	32 000 000	270	17,00%	1,20%	0,0080%
23	Ежемесячный платеж	33 000 000	270	17,00%	1,10%	0,0080%
24	Ежемесячный платеж	34 000 000	270	17,00%	1,10%	0,0080%
25	Ежемесячный платеж	35 000 000	270	17,00%	1,10%	0,0080%
26	Ежемесячный платеж	36 000 000	270	17,00%	1,10%	0,0080%
27	Ежемесячный платеж	37 000 000	270	17,00%	1,10%	0,0080%
28	Ежемесячный платеж	38 000 000	270	17,00%	1,10%	0,0080%
29	Ежемесячный платеж	39 000 000	270	17,00%	1,10%	0,0080%
30	Ежемесячный платеж	40 000 000	270	17,00%	1,10%	0,0080%
31	Ежемесячный платеж	41 000 000	270	17,00%	1,10%	0,0060%
32	Ежемесячный платеж	42 000 000	270	17,00%	1,10%	0,0060%
33	Ежемесячный платеж	43 000 000	270	17,00%	1,10%	0,0060%

*Продолжение табл. III*

34	Ежемесячный платеж	44 000 000	270	17,00%	1,10%	0,0060%
35	Ежемесячный платеж	45 000 000	360	17,00%	1,00%	0,0060%
36	Ежемесячный платеж	46 000 000	360	17,00%	1,00%	0,0060%
37	Ежемесячный платеж	47 000 000	360	17,00%	1,00%	0,0060%
38	Ежемесячный платеж	48 000 000	360	17,00%	1,00%	0,0060%
39	Ежемесячный платеж	49 000 000	360	17,00%	1,00%	0,0060%
40	Ежемесячный платеж	50 000 000	360	18,00%	1,00%	0,0060%
41	Ежемесячный платеж	51 000 000	360	18,00%	1,00%	0,0060%
42	Ежемесячный платеж	52 000 000	360	18,00%	1,00%	0,0050%
43	Ежемесячный платеж	53 000 000	360	18,00%	1,00%	0,0050%
44	Ежемесячный платеж	54 000 000	360	18,00%	0,80%	0,0050%

**Пример выполнения курсовой работы "Финансовые расчеты в строительстве"**

Таблица П2

Расчет эффективной процентной ставки кредита. Исходные данные

	<b>Условия кредитования</b>	Обозначения	Ед.Изм.	Расчетная формула	Значение			
	Схема погашения - ежемесячными равными срочными платежами (в месяце 30 дней)							
	Сумма кредита	$D_0$	руб.	Задание	10 000 000			
	Срок кредитования	$n$	дни	Задание	180			
	Номинальная процентная ставка	$i$	% годовых	Задание	18,00%			
	Комиссия за организацию кредита	$k_0$	% от суммы кредита	Задание	1,00%			
	Ежемесячная комиссия за ведение ссудного счета	$k_B$	% от суммы кредита	Задание	0,10%			



## Расчет эффективной процентной ставки кредита. Решение

Решение							
Срок кредитования в месяцах	$n_m$	мес.	п/30	6			
Дневная ставка процентов	$i_d$	%	$i/360$	0,05%			
Месячная ставка процентов	$i_m$	"-	$i/12$	1,50%			
Множитель дисконтирования ренты постнумерандо	$a_{n,im}$	"-	$\frac{1 - (1 + i)^{-n_m}}{i_m}$	5,697187165			
Расходы по обслуживанию долга	$Y_t$	руб.	$D_0/a_{n,im}$	1755252,146			
Остаток ссудной задолженности на момент времени t	$D_t$	руб.	$D_{t-1} - I_t$	См. таблицу			
Процентные выплаты в момент времени t	$I_t$	руб.	$D_{t-1} * i_m$	См. таблицу			
Платеж в счет погашения основного долга	$D_t - I_t$	руб.	$Y_t - I_t$	См. таблицу			
Суммарная месячная выплата	$Y_t + k_0 + k_B$	руб.		См. таблицу			
<b>Эффективная процентная ставка</b>	$i_э$	% годовые	ВСД*12	<b>34,07%</b>			
Сумма кредитных расходов	$I$	руб.	$\sum_0^n (I_t + k_{0t} + k_{Bt})$	701 513			
Средневзвешенная сумма кредита	$D_{cp}$	руб.	$\frac{D_0(n_m + 1)}{2n_m}$	5 833 333			
<b>Эффективная средняя процентная ставка</b>	$i_{эcp}$	% годовые	$I / (D_{cp} n_m) \cdot 12$	<b>24,05%</b>			

Таблица П.3.2

## Расчет графика погашения кредита и эффективной процентной ставки

мес.	$K_{0t}$	$K_{Bt}$	$Y_t$	$D_t$	$I_t$	$Y_t - I_t$	$(Y_t + k_0 + k_B) \cdot (-1)$	Чистый поток
0	100000	10000	0,000	0	0	0	-110 000	-110000
1	0	10000	1 755 252,146	10 000 000,00	150 000,00	1 605 252,15	-1 765 252,15	8 234 747,85
2	0	10000	1 755 252,146	8 394 747,85	125 921,22	1 629 330,93	-1 765 252,15	-1 765 252,15
3	0	10000	1 755 252,146	6 765 416,93	101 481,25	1 653 770,89	-1 765 252,15	-1 765 252,15
4	0	10000	1 755 252,146	5 111 646,03	76 674,69	1 678 577,46	-1 765 252,15	-1 765 252,15
5	0	10000	1 755 252,146	3 433 068,58	51 496,03	1 703 756,12	-1 765 252,15	-1 765 252,15
6	0	10000	1 755 252,146	1 729 312,46	25 939,69	1 729 312,46	-1 765 252,15	-1 765 252,15
<i>Итого</i>	<i>100000</i>	<i>70000</i>	<i>10 531 512,878</i>	<i>"</i>	<i>531 512,88</i>	<i>10 000 000,00</i>	<i>-10 701 512,88</i>	<i>0,0284</i>
<i>Внутренняя ставка доходности (ВСД) = месячная эффективная ставка процентов. Ставка в % годовых  = <math>ВСД * 12 * 100\% = 0,0284 * 12 =</math></i>								<i>34,07%</i>

## Расчет эффективной процентной ставки кредита. Проверка

мес.	Проверка	Обозначения платежей	Ед. изм.	Расчетная формула	Чистый поток (ЧП)	Дисконтирующий множитель $v = \frac{1}{(1+i_s)}$	Приведенная стоимость платежей (NPV)
0		$R_0$	руб.	$k_0+k_v$	-110000	1	-110 000,000
1		$R_1$	руб.	$D_0-(Yt+k_v+k_0)$	8 234 747,85	0,972393	8 007 413,615
2		$R_2$	руб.	"-( $Yt+k_v+k_0$ )	-1 765 252,15	0,945549	-1 669 131,914
3		$R_3$	руб.	"-( $Yt+k_v+k_0$ )	-1 765 252,15	0,919445	-1 623 052,685
4		$R_4$	руб.	"-( $Yt+k_v+k_0$ )	-1 765 252,15	0,894062	-1 578 245,552
5		$R_5$	руб.	"-( $Yt+k_v+k_0$ )	-1 765 252,15	0,869380	-1 534 675,396
6		$R_6$	руб.	"-( $Yt+k_v+k_0$ )	-1 765 252,15	0,845380	-1 492 308,068
					-701 512,88	<i>Итого:</i>	0,000

Определение эффективной процентной ставки выполнено с помощью стандартной функции ВСД табличного процессора Excel. В качестве исходной информации для функции указан чистый поток платежей. Равенство суммы дисконтированных денежных потоков нулю подтверждает правильность расчета эффективной процентной ставки (внутренней ставки доходности рассматриваемой финансовой операции). В силу специфики исходных данных получено значение месячной процентной ставки. Годовая ставка процентов при этом равна  $12 \times 0,0284 = 0,3407$ , или 34,07% годовых. Сравнение результатов расчета эффективной ставки процентов с номинальной ставкой показывает, что эффективная ставка оказывается в данном случае почти вдвое выше (18% и 34%). Оценка эффективной ставки по упрощенным формулам дает ее значение, заниженное в 1,42 раза.

Таблица П5

Расчет графика погашения кредита и эффективной процентной ставки с учетом расходов на бизнес-план

(По условиям задания расходы на бизнес-план - 1,5% от суммы кредита.

В данном примере это  $K_{БПл} = 10000000 \times 0,015 = 150000$  руб.)

мес.	$K_0 + K_{БПл}$	$K_B$	$Y_t$	$D_t$	$I_t$	$Y_t - I_t$	$(Y_t + K_0 + K_B)$	Чистый поток
0	250000	10000	0	0	0	0	-260 000	-260 000
1	0	10000	1755252,146	10000000	150000	1605252,146	-1765252,146	8234747,854
2	0	10000	1755252,146	8394747,854	125921,2178	1629330,928	-1765252,146	-1765252,146
3	0	10000	1755252,146	6765416,925	101481,2539	1653770,892	-1765252,146	-1765252,146
4	0	10000	1755252,146	5111646,033	76674,69049	1678577,456	-1765252,146	-1765252,146
5	0	10000	1755252,146	3433068,577	51496,02866	1703756,118	-1765252,146	-1765252,146
6	0	10000	1755252,146	1729312,459	25939,68689	1729312,459	-1765252,146	-1765252,146
<i>Итого</i>	250000	70000	10531512,88		531512,8777	10000000	-10701512,88	0,0352
<i>Внутренняя ставка доходности (ВСД) = месячная эффективная ставка процентов. Ставка в % годовых = <math>ВСД \times 12 \times 100\% = 0,0352 \times 12 =</math></i>								42,2%
мес.	Проверка	Обозначения платежей	Ед.Изм.	Расчетная формула	Чистый поток (ЧП)	Дисконтирующий множитель $\alpha = 1/(1+i)^{nt}$	Приведенная стоимость платежей (NPV)	
0		R0	руб.	$K_0 + K_B + K_{БПл}$	-260000	1	-260000	
1		R1	руб.	$D_0 - (Y_t + K_B + K_0)$	8234747,854	0,965993	7954707,343	
2		R2	руб.	$-(Y_t + K_B + K_0)$	-1765252,15	0,933142	-1647231,162	
3		R3	руб.	$-(Y_t + K_B + K_0)$	-1765252,15	0,901409	-1591213,484	
4		R4	руб.	$-(Y_t + K_B + K_0)$	-1765252,15	0,870754	-1537100,809	
5		R5	руб.	$-(Y_t + K_B + K_0)$	-1765252,15	0,841142	-1484828,353	
6		R6	руб.	$-(Y_t + K_B + K_0)$	-1765252,15	0,812537	-1434333,535	
					-701512,878	<i>Итого:</i>	0,000	