



УДК 62-82

А.Н. Скляревский

К ВОПРОСУ РАСЧЕТА ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ГИДРАВЛИЧЕСКОМ СЛЕДЯЩЕМ ПРИВОДЕ С ДЛИННЫМИ ГИДРОКАНАЛАМИ

A.N. Sklyarevskiy

ISSUES OF CALCULATING DYNAMIC PROCESSES IN THE HYDRAULIC SERVO POWER DRIVE WITH LONG PIPELINES

Рассмотрены вопросы нелинейного математического моделирования динамических процессов в позиционном следящем гидравлическом приводе с длинными соединительными трубопроводами. Предложен метод численного расчета динамики привода при описании в распределенных параметрах нестационарного движения рабочей жидкости в трубопроводах с учетом перестройки профиля скоростей по сечению потока. Решение общей математической модели динамики гидропривода выполнена с использованием численного метода Эйлера и метода характеристик. Адекватность и универсальность математической модели гидравлического следящего привода и метода расчета его динамических процессов подтверждены экспериментальными исследованиями.

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ СЛЕДЯЩИЙ ПРИВОД; МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ; ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ; РАСЧЕТ.

This paper considers issues of non-linear mathematical simulation of dynamic processes in the positional hydraulic servo power drive with long connecting pipelines. The study proposes a method for numerical calculation of the dynamics of the power drive when describing non-movement of the working fluid in pipelines with distributed settings, allowing for the restructuring of the speed profile in the flow section. The general mathematical model of the power drive is obtained by using the Euler numerical method and the method of characteristics. The mathematical model for the servo power drive and the design method behind its dynamic processes, their adequacy and efficiency have been validated through the experimental research.

HYDRAULIC SERVO POWER DRIVE; MATHEMATICAL MODEL; DYNAMIC PROCESSES; CALCULATION.

Гидравлические следящие приводы с длинными соединительными трубопроводами (гидроканалы) достаточно широко применяются в различных машинах и оборудовании. Такие приводы работают в неустановившемся режиме, и происходящие в трубопроводах нестационарные процессы оказывают значительное влияние на их динамику. Пренебрежение этими процессами приводит к значительным расхождениям результатов расчетов и экспериментов. Математическое моделирование и расчет динамики привода с длинными трубопроводами остается актуальной проблемой, связанной

в основном с выбором модели нестационарного движения жидкости в канале, совместного ее решения с другими дифференциальными и алгебраическими уравнениями, обеспечением адекватности общей модели реальным процессам. Отсутствуют универсальные и достаточные рекомендации по выбору математической модели гидроканала. Наиболее простыми являются модели с сосредоточенными параметрами [1], содержащие обыкновенные дифференциальные уравнения, решение которых совместно с другими уравнениями модели всего гидропривода не имеет сложностей. Однако и в такой

модели канала возникают затруднения, связанные с выбором варианта расположения сжимаемого объема жидкости. Более сложны, но обеспечивают получение лучших по точности расчетных результатов модели с распределенными параметрами, реализуемые на основе дифференциальных уравнений в частных производных [2–5]. Моделирование и расчет существенно усложняется, если объектом исследований является гидроследящий привод, в чей замкнутый контур включены длинные гидроканалы, на границах которых имеются переменные граничные условия. Разработка методики расчета таких гидроприводов остается актуальной задачей.

Объект исследования и математическая модель

Цель нашего исследования — разработка полной нелинейной математической модели электрогидравлического следящего привода (ЭГСП) с длинными гидроканалами и методики расчета его динамики.

Объектом исследования является позиционный следящий гидропривод, расчетная схема которого приведена на рис. 1. Здесь 1 — двух-

каскадный электрогидравлический усилитель мощности с внутренней силовой обратной связью по положению золотника (ЭГУ) [7]; 2 — блок суммирования входного сигнала (напряжения) U_0 и сигнала обратной связи (ОС) U_{oc} ; 3 — электронный усилитель ОС; 4 — датчик перемещения поршня; 5 — позиционная нагрузка; 6 — двухштоковый гидроцилиндр; 7 — переливной клапан; 8 — емкость; 9 и 10 — трубопроводы длиной ℓ_1 и ℓ_2 ; 11 и 12 — местные гидравлические сопротивления, обусловленные входом трубопровода в цилиндр; I — ток на входе электромеханического преобразователя (ЭМП).

К гидравлическим следящим системам различных машин, в частности испытательным машинам, предъявляются достаточно высокие требования по обеспечению необходимых фазо-частотных и амплитудно-частотных характеристик, на которые влияют существенно нелинейные факторы, присущие реальному гидроприводу.

Для описания математической модели ЭГСП, считая трубопроводы 9 и 10 короткими, вводим следующие безразмерные переменные:

$$\left. \begin{aligned} p_i &= \frac{P_i}{P_6}; & q_i &= \frac{Q_i}{Q_6}; & x_i &= \frac{X_i}{X_6}; & i_0 &= \frac{I}{I_6}; \\ \tau &= \frac{t_i}{t_6}; & \varphi_i &= \frac{\mu_i F_i}{\mu_6 F_6}; & a_i &= \frac{A_i}{A_6}; & u_0 &= \frac{U}{U_6}, \end{aligned} \right\} (1)$$

где $P_6, Q_6, X_6, t_6, F_6, A_6, I_6, U_6$ — базовые величины соответственно давления, расхода, перемещения, времени, площади, ограничения перемещения, тока и напряжения. С учетом (1) математическая модель ЭГСП включает следующие безразмерные уравнения: 1) дифференциальное уравнение движения заслонки с учетом жесткости торсиона ЭМП и иглы ОС, вязкого демпфирования и гидродинамических сил, а также ограничений перемещения:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_1}{d\tau^2} &= k_{10} i_0 - k_{11} \frac{dx_1}{d\tau} - k_{31} x_1 - \\ &- k_{41} (p_{T1} - p_{T2}) - k_{51} \bar{z}_{ст}; \\ |x_1| &\leq x_0 - \text{упор}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь k_i — безразмерные коэффициенты, учитывающие конструктивные параметры и механические свойства деформирующихся элементов (торсион ЭМП, игла ОС) и определяющиеся выражениями

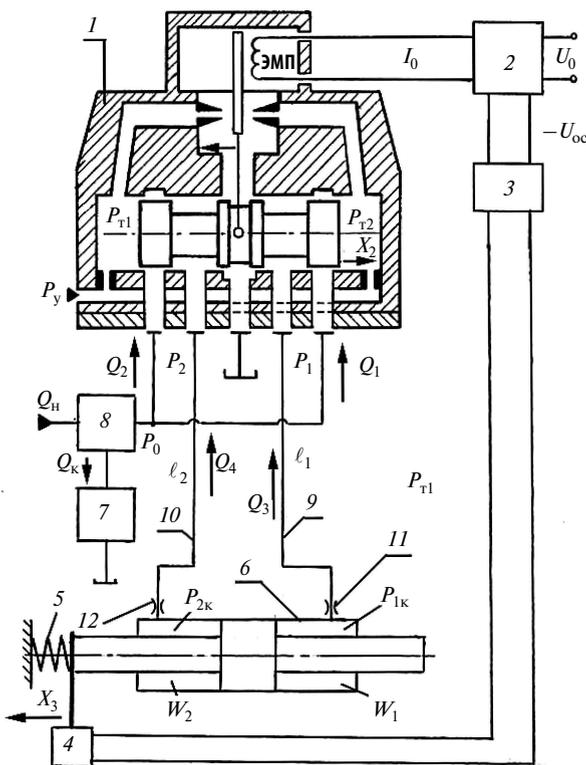


Рис. 1 Расчетная схема ЭГСП с двухштоковым гидроцилиндром

$$k_{10} = \frac{K_{ЭМП} I_6 t_6^2}{M X_{16}}; \quad k_{11} = \frac{H^* t_6}{M}; \quad k_{31} = \frac{G_{сд} I_{ст} t_6^2}{2 \ell_T \ell M \ell_T};$$

$$k_{41} = \frac{P_6 t_6^2 F_c \chi}{M X_{16}}; \quad k_{51} = k_{151} k_{152}; \quad k_{151} = \frac{\ell_{ос}}{\ell};$$

$$k_{152} = \frac{3 E_{ст} I'_{ст} t_6^2}{M \ell_{ст}^3};$$

где x_0 — безразмерное максимальное перемещение заслонки; M — приведенная к оси сопел суммарная масса заслонки, якоря и торсиона; $K_{ЭМП}$ — коэффициент усиления ЭМП; $G_{сд}$ — модуль сдвига материала торсиона; ℓ — расстояние от оси сопел до оси торсиона; $\ell_{ос}$ — расстояние от оси золотника до оси торсиона; $\ell_{ст}$, $I'_{ст}$ — длина и осевой момент инерции иглы ОС; $I_{ст}$ — полярный момент инерции сечения торсиона; ℓ'_T — расстояние от точки приложения вектора электромагнитной силы G до оси торсиона; ℓ_T — длина деформированной части торсиона; $E_{ст}$ — модуль упругости материала иглы ОС; H^* — коэффициент вязкого демпфирования; F_c — эффективная площадь заслонки; χ — поправочный коэффициент.

Прогиб иглы ОС в оси золотника $\bar{z}_{ст}$, равный сумме прогибов, вызванных поворотом заслонки относительно оси торсиона и перемещением золотника x_2 :

$$\bar{z}_{ст} = k_{151} x_2. \quad (3)$$

2. Дифференциальное уравнение движения золотника ЭГУ с учетом сухого и вязкого трения, гидродинамических сил и упоров [6]:

$$\frac{d^2 x_2}{d\tau^2} = \begin{cases} g_2 - k_{22} \text{sign } g & \text{при } \frac{dx_2}{d\tau} = 0 \text{ и } k_{22} < |g_2|; \\ g_2 - k_{22} \text{sign} \frac{dx_2}{d\tau} & \text{при } \frac{dx_2}{d\tau} \neq 0; \\ 0 & \text{при } \frac{dx_2}{d\tau} = 0 \text{ и } k_{22} \geq |g_2|; \end{cases}$$

$$g_2 = k_{42} (p_{T1} - p_{T2}) - k_{12} \frac{dx_2}{d\tau} - k_{52} - g_T;$$

$$|x_2| \leq a_2 - \text{упор}, \quad (4)$$

Здесь a_2 — максимальное перемещение золотника; $k_{52} = k_{521} \bar{z}_{ст}$ — безразмерная сила, возникающая при прогибе иглы обратной связи;

$k_{521} = \frac{M}{M_2} k_{152}$; M_2 — приведенная масса золотника; g_2 — безразмерная гидродинамическая сила с учетом четырех дроссельных окон [8]:

$$g_T = k_{d0} [k_{g1} |\Delta p_1| - k_{g3} |\Delta p_3| - k_{g2} |\Delta p_2| + k_{g4} |\Delta p_4|];$$

$$k_{gi} = \varphi_i \cos \beta_{ci} \sqrt{1 + \frac{1}{\chi_i^2}};$$

$$\beta_{ci} = 0,38 \pi [1 - 0,7 \exp(-0,6 \chi_i)];$$

$$\chi_i = \frac{h_i}{\bar{\delta}_p}; \quad k_{d0} = \frac{2 \mu F_6 t_6^2}{X_{26} M_2}; \quad (5)$$

φ_i — безразмерная площадь дроссельного окна; h_i — открытие дроссельного окна; $\bar{\delta}_p = \frac{\delta_p}{X_{26}}$ — безразмерный радиальный зазор на золотнике; k_i — безразмерные коэффициенты, определяемые выражениями

$$k_{12} = \frac{H_2^* t_6}{M_2}; \quad k_{22} = \frac{G_{тр} t_6^2}{M_2 X_{26}}; \quad k_{42} = \frac{F_2 P_6 t_6^2}{M_2 X_{26}}. \quad (6)$$

Здесь H_2^* — коэффициент вязкого демпфирования; $G_{тр}$ — сила сухого трения; F_2 — площадь торца золотника; δ_p — радиальный зазор на золотнике. В выражении (5) Δp — перепад давлений на соответствующем дроссельном окне золотника; β_{ci} — угол истечения струи жидкости из окна.

3. Уравнения баланса расходов в торцевых полостях золотника (см. рис.1) с учетом переменности их объемов, приведенного модуля упругости $E_{пр} = f(p_i)$ и ограничений по кавитации:

$$\frac{dp_{T1}}{d\tau} = \frac{k_{61}}{1 + k_{71} x_2} \left(q_{T1} - k_{81} \frac{dx_2}{d\tau} \right);$$

$$\frac{dp_{T2}}{d\tau} = \frac{k_{62}}{1 - k_{72} x_2} \left(q_{T2} + k_{82} \frac{dx_2}{d\tau} \right);$$

$$p_{Ti} \geq 0; \quad (7)$$

где $k_{6i} = \frac{Q_6 t_6 E_{пр}}{P_6 W_i}$; $k_{7i} = \frac{X_{26} F_2}{W_i}$; $k_{8i} = \frac{X_{26} F_2}{Q_6 t_6}$; W_i — начальный объем полости; q_{Ti} — расходы в торцевые полости, которые определяются выражениями

$$q_{T1} = \sigma_1 \left[\beta \sqrt{|p_y - p_{T1}|} \operatorname{sign}(p_y - p_{T1}) - \frac{(1 - \alpha x_1) \sqrt{|p_{T1} - p_c|} \operatorname{sign}(p_{T1} - p_c)}{\sqrt{1 + \frac{(1 - \alpha x_1)^2}{\lambda^2}}} \right]; \quad (8)$$

$$q_{T2} = \sigma_1 \left[\beta \sqrt{|p_y - p_{T2}|} \operatorname{sign}(p_y - p_{T2}) - \frac{(1 + \alpha x_1) \sqrt{|p_{T2} - p_c|} \operatorname{sign}(p_{T2} - p_c)}{\sqrt{1 + \frac{(1 + \alpha x_1)^2}{\lambda^2}}} \right]; \quad (9)$$

где $\sigma_1 = \sqrt{\frac{P_6 Q_0}{P_y Q_6}}$; $\alpha = \frac{X_{16}}{X_0}$; $\beta = \frac{\mu_{др} F_{др}}{\mu_0 \pi d_0 X_0}$; $\lambda = \frac{\mu_c d_c}{\mu_0 4 X_0}$;

P_y — давление управления; p_c — безразмерное давление слива; $\mu_{др}$, μ_c — коэффициенты расхода постоянного дросселя и собственно сопла ЭГУ; μ_0 — базовый коэффициент расхода; $F_{др}$ — площадь сечения постоянного дросселя ЭГУ;

$Q_0 = \mu_0 \pi d_c X_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} P_y}$; d_c — диаметр сопла; X_0 — начальный зазор между срезом сопла и заслонкой ЭГУ.

Расходы рабочей жидкости через открытые дроссельные окна ($h_i \geq 0$) золотника ЭГУ описывается уравнением

$$q_i = \varphi_i \sqrt{|\Delta p_i|} \operatorname{sign} \Delta p_i, \quad (10)$$

где

$$h_1 = x_2 - \delta_1; \quad h_2 = -x_2 - \delta_2; \quad h_3 = -x_2 - \delta_3; \\ h_4 = x_2 - \delta_4; \quad (11)$$

$\varphi_i = k_{\text{ни}} \sqrt{h_i^2 + \delta_p^2}$ — для проточки в гильзе и перпендикулярного торца золотника $k_{\text{ни}} = \frac{\mu \pi d_{32} X_{26}}{4 \mu_0 F_6}$; d_{32} — диаметр золотника; δ_i — безразмерное перекрытие дроссельного окна.

Уравнение (10) справедливо для турбулентного течения через дроссельное окно.

При больших перекрытиях окна ($h_i < -10 \delta_p$) справедливо уравнение Пуазейля. Тогда расход через дроссельную щель описывается безразмерным уравнением

$$q_i = k_{35} \frac{\Delta p_i}{|h_i|}; \quad (12)$$

где $k_{35} = \frac{\pi d_{32}^3 \delta_p^3 \sqrt{P_6 \rho}}{12 \nu \rho \mu_0 F_6 X_{26}}$; ν , ρ — кинематическая вязкость и плотность рабочей жидкости.

При малых перекрытиях дроссельного окна ($-10 \delta_p \leq h_i < 0$) расход вычисляется по экспоненте, проведенной через точки q_{α} и q_0 . Тогда для произвольной точки в указанном диапазоне

$$q_i = q_0 \exp\left(\frac{h_i}{R}\right); \quad R = \frac{-10 \delta_p}{\ln q_{\alpha i} - \ln q_{0i}}. \quad (13)$$

где $q_{\alpha i}$ — определяется по (12), а q_{0i} — по (10) при $h_i = 0$. Отметим, что уравнения (12) и (13) описывают перетечки жидкости по радиальным зазорам золотника.

4. Дифференциальное уравнение движения поршня с учетом сухого и вязкого трения, действующей нагрузки, ограничения перемещения, условия схода поршня с упора:

$$\frac{d^2 x_3}{d\tau^2} = \begin{cases} g_3 - k_{23} \operatorname{sign} g_3 & \text{при } \frac{dx_3}{d\tau} = 0 \text{ и } k_{23} < |g_3|; \\ g_3 - k_{23} \operatorname{sign} \frac{dx_3}{d\tau} & \text{при } \frac{dx_3}{d\tau} \neq 0; \\ 0 & \text{при } \frac{dx_3}{d\tau} = 0 \text{ и } k_{23} \geq |g_3|; \end{cases} \quad (14)$$

$$g_2 = k_{43} (p_1 - p_2) - k_{13} \frac{dx_3}{d\tau} - k_{33} x_3;$$

$$|x_3| \leq a_3 - \text{упор},$$

где a_3 — максимальное безразмерное перемещение поршня при начальном среднем его положении; $k_{33} = \frac{C_{\text{пр}} t_6^2}{M_3}$; $C_{\text{пр}}$ — жесткость пружины (нагрузки); M_3 — приведенная масса поршня; значения остальных безразмерных коэффициентов k_{i3} определяются выражениями (6).

5. Уравнения балансов расходов для управляемых полостей гидроцилиндра с учетом изменения их объемов, приведенного модуля упругости рабочей жидкости в зависимости от изменения давления:

$$\begin{aligned} \frac{dp_1}{d\tau} &= \frac{k_{63}}{1+k_{73}x_3} \left(q_1 - q_3 - k_{83} \frac{dx_3}{d\tau} \right); \\ \frac{dp_2}{d\tau} &= \frac{k_{64}}{1-k_{74}x_3} \left(q_2 - q_4 + k_{84} \frac{dx_3}{d\tau} \right); \\ p_{1,2} &\geq 0; \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} k_{63} &= \frac{k_{063}}{1+k_{163}}; \quad k_{64} = \frac{k_{064}}{1+k_{164}}; \quad k_{163} = \frac{16}{(1+200p_1)^2}; \\ k_{164} &= \frac{16}{(1+200p_2)^2}; \end{aligned} \quad (16)$$

коэффициенты $k_{73,74}$ и $k_{83,84}$ определяется соответствующими выражениями для системы (7).

6. Уравнение давления питания с учетом характеристик насосной установки и давления $P_{ок}$ настройки переливного клапана:

$$\frac{dp_0}{d\tau} = k_{93} (q_n - q_k - q_1 - q_2), \quad (17)$$

где $q_n = \text{const}$ — подача насоса; q_k — расход через переливной клапан,

$$q_k = q_n \left(k_{92} \frac{p_0}{P_{ок}} - k_{91} \right); \quad q_k \geq 0; \quad (18)$$

k_{91} , k_{92} и k_{93} безразмерные коэффициенты, значения которых получены экспериментально.

7. Дифференциальное уравнение, описывающее динамику электронного усилителя 2 как апериодическое звено с постоянной времени $T_y = 1$ мс исходя из экспериментальных результатов и при ограничении по максимальному току I_0 :

$$\frac{di_0}{d\tau} = k_y (u_3 - k_{oc}x_3) - k_{y1}i_0; \quad |i_0| \leq i_{max}; \quad (19)$$

где $k_y = \frac{K_y U_6 t_6}{I_6 T_y}$ — коэффициент усиления электронного блока 2; K_y и T_y — коэффициент передачи и постоянная времени блока 2; i_{max} — безразмерное максимальное значение управляющего тока; $k_{oc} = \frac{K_{oc} X_3}{U_6}$ — безразмерный коэффициент обратной связи; K_{oc} — коэффициент передачи обратной связи; $k_{y1} = \frac{t_6}{T_y}$.

Таким образом, нелинейная математическая модель ЭГСП (без учета нестационарного движения жидкости в соединительных трубопроводах) состоит из уравнений (2), (4), (7), (10), (11) — (15), (17) — (19).

При описании нестационарных процессов в трубопроводах предполагается, что жидкость в них — слабосжимаемая, поток — ламинарный, изотермический и осесимметричный. С учетом этого движение рабочей жидкости в цилиндрическом канале описано следующей системой безразмерных уравнений [3, 5]:

$$-\frac{\partial p}{\partial \tau} = \frac{\partial v}{\partial x}; \quad -\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial \tau} + \psi v + \varepsilon, \quad (20)$$

где

$$\varepsilon = \frac{\psi}{2} \int_0^\tau \frac{\partial v}{\partial \tau_1} W^* (\tau - \tau_1) d\tau_1. \quad (21)$$

Весовая функция W^* может быть с достаточной точностью аппроксимирована суммой трех экспонент [9]:

$$W^* (\tau) = \sum_{k=1}^3 m_k \exp \left(-n_k \psi \frac{\tau}{8} \right) \quad (22)$$

при $m_1 = 40$; $m_2 = 8,1$; $m_3 = 1$; $n_1 = 8000$; $n_2 = 200$; $n_3 = 26,3$. Отметим, что выражение (21) описывает потери, связанные с перестройкой профиля скоростей в потоке. В уравнениях (20)–(22) приняты следующие безразмерные параметры:

$$\begin{aligned} x &= \frac{X}{\ell} \text{ — координата по оси канала;} \\ \psi &= \frac{8\nu \ell}{Cr_k^2} \text{ — сопротивление канала;} \\ v &= \frac{V}{V_6} \text{ — осевая скорость;} \\ p &= \frac{P}{\rho CV_6} \text{ — давление;} \\ \tau &= \frac{Ct}{\ell} \text{ — время} \end{aligned} \quad (23)$$

где $V_6 = 0,5$ м/с — базовая скорость; r_k — радиус канала; $C = 1200$ м/с — скорость звука в жидкости; $\rho = 850$ кг/м³ — плотность жидкости; $\nu = 0,1$ см²/с = const [5] — вязкость жидкости.

Методика расчетных исследований

Итак, полная математическая модель ЭГСП с учетом динамических процессов в длинных соединительных каналах состоит из уравнений (2), (4), (7), (10), (11–15), (17–19), (20–22).

Отметим, что в этом случае в уравнениях (15) (см. рис. 1)

$$p_1 = p_{1К}; p_2 = p_{2К}; q_1 - q_3 = q_{1К}; q_2 - q_4 = q_{2К}.$$

Особенностью численного решения этих систем является необходимость сопряжения модели длинного гидроканала в распределенных параметрах с моделью ЭГУ и других элементов ЭГСП с учетом действия механизма внешней обратной связи, различного вида граничных условий и различных методов приведения уравнений к безразмерному виду.

Решение системы уравнений, описывающих непосредственно ЭГУ и цилиндр, выполнено численным методом Эйлера. Численное решение системы гиперболических уравнений (20) выполнено методом характеристик. В соответствии с этим методом в плоскости (x, τ) строится сетка характеристик $x = x_0 \pm \tau$ — рис. 2 (здесь x — безразмерная координата по длине гидроканала; τ — безразмерное время)

С учетом справедливости выражения $dx = \pm d\tau$ и перехода к конечным разностям, получаем конечно-разностные соотношения на характеристиках:

$$\Delta p \pm \Delta v + \psi v \Delta x = -\varepsilon \Delta x, \quad (24)$$

где знак «+» соответствует прямой характеристике, а знак «-» — обратной.

Параметры потока (p, v) во внутренних точках канала определяются совместным решением прямой и обратной характеристик по (24). Для вычисления граничных условий на выходе из каждого трубопровода совместно решалось конечно-разностное соотношение для прямой характеристики

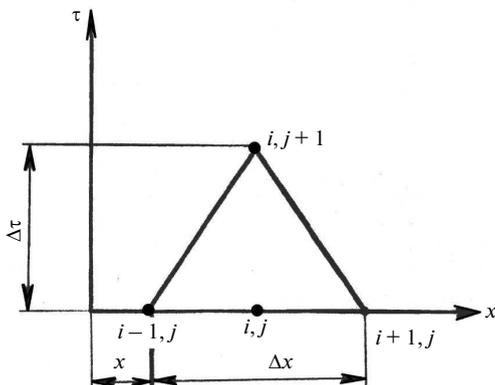


Рис. 2. Фрагмент сетки характеристик (i — номер узла на длине гидроканала; j — номер временного слоя)

$$v_{i,j+1} =$$

$$= p_{i-1,j}^* - p_{i,j+1}^* + v_{i-1,j} - \psi v_{i-1,j} \Delta x - \varepsilon_{i-1,j} \Delta x \quad (25)$$

и дифференциальное уравнение сжимаемости жидкости (15) в соответствующей полости гидроцилиндра. Данные уравнения с учетом различных методов приведения к безразмерному виду представляют конечно-разностные выражения, соответствующие численному методу Эйлера:

$$p_{1К,j+1}^* = p_{1К,j}^* + k_{QN1} \Delta \tau_1^* \left(v_{1,j} - k_{к1} \frac{dx_3}{d\tau} \right);$$

$$p_{2К,j+1}^* = p_{2К,j}^* + k_{QN2} \Delta \tau_2^* \left(v_{2,j} + k_{к2} \frac{dx_3}{d\tau} \right); \quad (26)$$

$$\text{где } k_{к1} = \frac{k_{83} Q_6}{F_1 V_6}; k_{к2} = \frac{k_{84} Q_6}{F_2 V_6};$$

$$k_{QN1} = \frac{k_{63}}{(1 + k_{73} x_3)} \frac{P_6 \ell_1 F_1}{(\rho C^2 t_6 Q_6)};$$

$$k_{QN2} = \frac{k_{64}}{(1 - k_{74} x_3)} \frac{P_6 \ell_2 F_2}{(\rho C^2 t_6 Q_6)}; v_{1,2} \text{ — средняя осевая}$$

скорость в конце канала; $F_{1,2}$ — площадь сечения гидроканала; Q_6, t_6, P_6 — базовые величины для описывающей ЭГУ системы уравнений. С учетом (23)

$$\tau^* = \frac{\tau t_6 C}{\ell}; p_k^* = \frac{p P_6}{\rho C V_6} \text{ — } \quad (27)$$

безразмерное время и давление.

Отметим, что при пренебрежении переменностью модуля упругости жидкости от давления ($E_{пр} = \text{const}$) выражение для определения коэффициента k_{QN} приобретает упрощенный вид:

$$k_{QNi} = \frac{W_{iК}}{W_{iT}};$$

где $W_{iК}$ — объем гидроканала; $W_{iT} = W_i + X_3 F_{эф}$ — текущий объем рабочей полости гидроцилиндра; W_i — начальный объем полости; i — номер канала полости.

Определение граничных условий на входе в каждый трубопровод выполнялось совместным решением расходных уравнений (10)–(13) и конечно-разностного соотношения по (24) для обратной характеристики:

$$p_{i,j+1}^* - p_{i+1,j}^* - v_{i,j+1} + v_{i+1,j} - \psi v_{i+1,j} \Delta x = \varepsilon_{i+1,j} \Delta x. \quad (28)$$

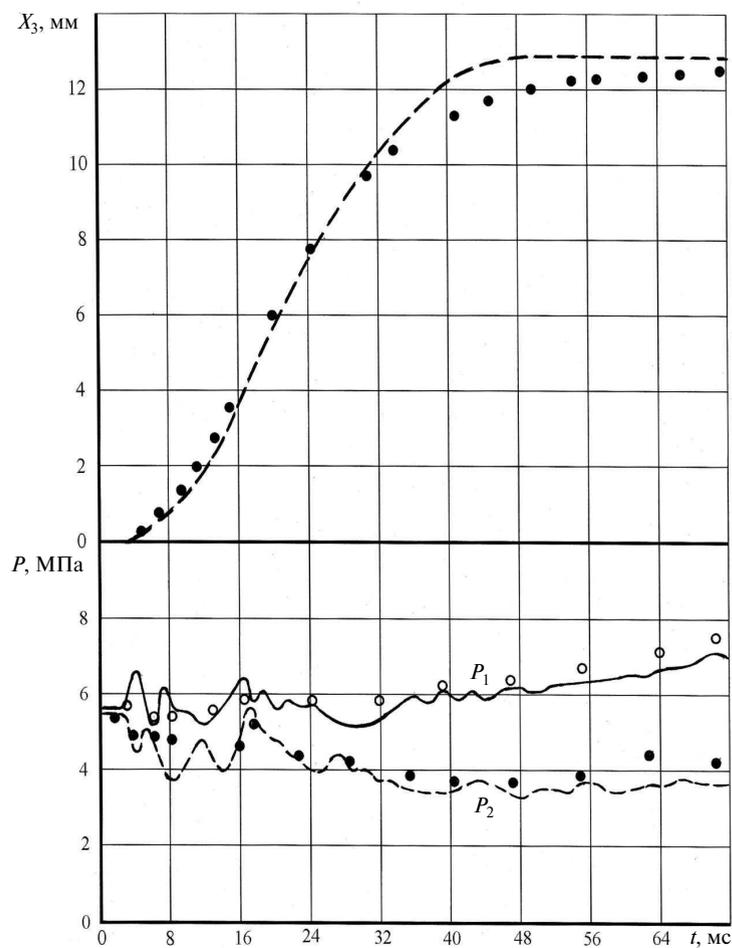


Рис. 3. Переходной процесс в ЭГСП при $C_{пр} = 0,34 \text{ кН/мм}$:
 (—, - - - - расчет; о, ● — эксперимент)

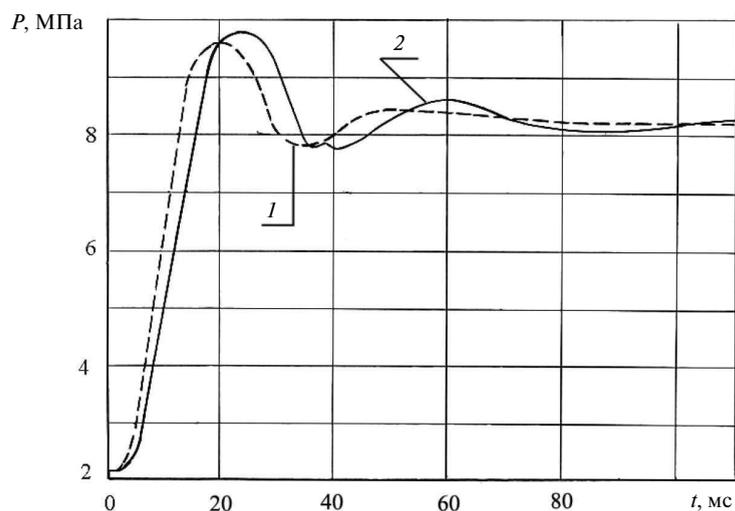


Рис. 4. Переходной процесс в ЭГСП с ЭГУ типа УЭГ.С-200:
 1 — расчет; 2 — эксперимент

При этом безразмерная средняя скорость жидкости в начале трубопровода определялась из очевидных выражений

$$v_1 = k_f (q_1 - q_3); \quad v_2 = k_f (q_2 - q_4); \quad (29)$$

где $k_f = \frac{Q_6}{\rho r_k^2 V_6}$.

Нелинейный характер расходных уравнений, а также различный вид аппроксимирующих зависимостей для разных режимов работы ЭГСП не позволяют получить аналитическое решение системы, что вызывает необходимость применять приближенные итерационные методы. Как показали исследования, использование метода итераций вызвало неоправданно большое количество расчетных приближений, необходимых для обеспечения сходимости процесса в определенных точках τ_i с заданной точностью. Поэтому для решения системы уравнений, определяющих граничные условия на входе в гидроканал, был применен метод половинного деления, сходимость которого заранее обусловлена, а количество расчетных приближений заранее предсказуемо для заданной точности расчетов.

Расчет динамики жидкости в каждом гидроканале привода проведен с учетом местного сопротивления в конце трубопровода, обусловленного его соединением с рабочей полостью гидроцилиндра. Таким образом, давление в полости гидроцилиндра определилось по выражению

$$p_{k,j+1}^* = p_{n,j+1}^* - k_m \frac{v_n^2 V_6}{2C_{ж}} \text{sign} v, \quad (30)$$

где p_n^* и v_n — давление и средняя скорость жидкости в конце трубопровода (перед местным сопротивлением); k_m — коэффициент Вейсбаха, значение которого можно принять постоянным [10].

Необходимо отметить, что для подстановки численных значений текущего времени и давлений в уравнения математической модели ЭГУ выполнялась обратное преобразование параметров по (27). Также отметим, что при решении общей модели ЭГСП с длинными трубопроводами интервал разбиения гидроканала связан с шагом H численных расчетов и определяется соотношением

$$\Delta \tau = \Delta x = \frac{t_0 C}{\ell} H.$$

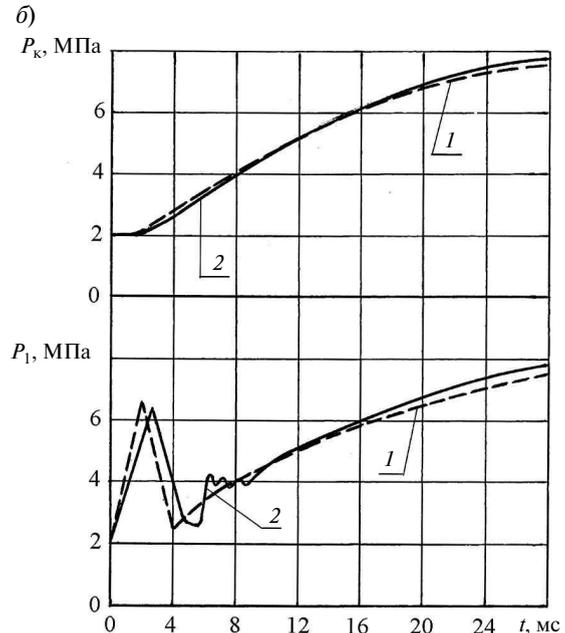
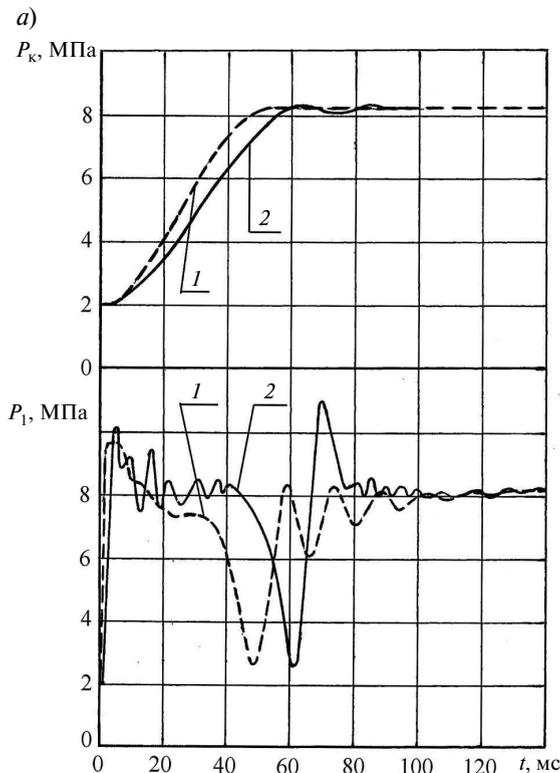


Рис. 5. Переходный процесс в ЭГСП при $\Delta U_3 = 2,52$ В:
 а — $l = 4$ м; $r_k = 2,5$ мм; б — $l = 0,9$ м; $r_k = 5$ мм; 1 — расчет; 2 — эксперимент

Основные результаты исследования

Для оценки адекватности и универсальности математической модели и методики расчета динамики ЭГСП проведен комплекс расчетных и экспериментальных исследований различных вариантов построения привода (с короткими и длинными трубопроводами; при различных типоразмерах ЭГУ). Варьировались величина управляющего сигнала, параметры рабочих полостей цилиндра и гидроканалов.

Так на рис. 3 приведены результаты расчета и эксперимента ЭГСП на базе УЭГ.С-40 с короткими трубопроводами (без учета динамики жидкости в них) и позиционной нагрузкой $C_{\text{пр}} = 0,34$ кН/мм при начальных объемах рабочих полостей $W_i = 60$ см³.

На рис. 4 показаны результаты изменения давления в напорной полости гидроцилиндра или при заторможенном поршне ($X_3 = 0$), ЭГУ большего типоразмера (ЭГУ.С-200) и объемом рабочей полости цилиндра $W_2 = 3000$ см³.

На рис. 5 приведены результаты расчетов и экспериментов привода с учетом нестационар-

ности потока жидкости в трубопроводах различной длины и проходных сечений при $X_3 = 0$.

Анализ полученных расчетных и экспериментальных результатов исследований динамики привода с учетом нестационарности потока жидкости в трубопроводах показывает их достаточно хорошее качественное и количественное совпадение не только по выходному параметру, но по внутренним параметрам (давление в полостях цилиндра и начале трубопровода). Это позволяет сделать вывод об адекватности математической модели и методики расчета, а результаты, полученные при расчете гидропривода другого типоразмера, подтверждают их универсальность. Необходимо также отметить, что пренебрежение с целью упрощения модели гидроканала гидравлическими потерями, связанными с перестройкой профиля скоростей в потоке, приводит к существенным отклонениям расчетных результатов от экспериментальных. Таким образом, учет перестройки профиля скоростей для получения более точных результатов расчета представляется необходимым.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коробочкин Б.Л. Динамика гидравлических систем станков. М.: Машиностроение, 1976. 240 с.
2. Попов Д.Н. Механика гидро- и пневмоприводов. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 320 с.
3. Трикха А.К. Эффективный метод моделирования зависящей от частоты силы трения в неустановившемся потоке // Теоретические основы инженерных расчетов. 1975. Т.95. №1. С. 207–214.
4. Скляревский А.Н., Денисенко А.И. Динамика позиционного гидравлического следящего привода с длинными гидроканалами // Промышленная гидравлика и пневматика. ВДАУ. 2003. № 1. С. 47–51.
5. Скляревский А.Н., Тумаркин М.М., Савченко Ю.В. Влияние переменной температуры жидкости на нестационарные процессы в гидравлическом канале // Вестник машиностроения. 1988. № 10. С.9–11.
6. Скляревский А.Н. Гидравлический привод

и средства автоматики. Объемный гидропривод: учебное пособие. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. 252 с.

7. Горохов В.М., Ерофеев Д.В. Электрогидравлические усилители мощности // Приборы и системы управления. 1982. №6. С. 29–30.

8. Тумаркин М.М., Скляревский А.Н. Синтез гидравлического следящего привода с пневматическим управлением // Механика машин. М.: Наука, 1981. Вып. 58. С. 55–61.

9. Гудсон Р.Е., Леонард Р.Г. Обзор методов моделирования переходных процессов в гидравлических линиях // Теоретические основы инженерных расчетов. 1972. Т. 94, № 2. С. 236–244.

10. Данилов Ю.А., Кирилловский Ю.Л., Колпаков Ю.Г. Аппаратура объемных гидроприводов: Рабочие процессы и характеристики. М.: Машиностроение, 1990. 272 с.

REFERENCES

1. Korobochkin B.L. Dinamika gidravlicheskih sistem stankov. M.: Mashinostroyeniye, 1976. 240 s. (rus.)
2. Popov D.N. Mekhanika gidro- i pnevmoprivodov. M.: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana, 2002. 320. (rus.)

3. Trikkha A.K. Effektivnyy metod modelirovaniya zavisyashchey ot chastoty sily treniya v neustanovivshem-sya potoke. *Teoreticheskiye osnovy inzhenernykh raschetov*. 1975. T. 95, №1. S. 207–214. (rus.)

4. **Sklyarevskiy A.N., Denisenko A.I.** Dinamika pozitsionnogo gidravlicheskogo sledyashchego privoda s dlinnymi gidrokanalami. *Promyshlennaya gidravlika i pnevmatika VDAU*. 2003. № 1. S. 47–51. (rus.)

5. **Sklyarevskiy A.N., Tumarkin M.M., Savchenko Yu.V.** Vliyaniye peremennoy temperatury zhidkosti na nestatsionarnyye protsessy v gidravlicheskoy kanale. *Vestnik mashinostroyeniya*. 1988. № 10. S. 9–11. (rus.)

6. **Sklyarevskiy A.N.** Gidravlicheskoy privod i sredstva avtomatiki. Obyemnyy gidroprivod: uchebnoye posobiye. SPb.: Izd-vo Politekh. un-ta, 2012. 252 s. (rus.)

7. **Gorokhov V.M., Yerofeyev D.V.** Elektrogidravlicheskiye usiliteli moshchnosti. *Pribory i sistemy uprav-*

leniya. 1982. №6. S. 29–30. (rus.)

8. **Tumarkin M.M., Sklyarevskiy A.N.** Sintez gidravlicheskogo sledyashchego privoda s pnevmaticheskoy upravleniyem. *Mekhanika mashin*. M.: Nauka, 1981. Vyp. 58. S. 55–61. (rus.)

9. **Gudson R.Ye., Leonard R.G.** Obzor metodov modelirovaniya perekhodnykh protsessov v gidravlicheskikh liniyakh. *Teoreticheskiye osnovy inzhenernykh raschetov*. 1972. T. 94, № 2. S. 236–244. (rus.)

10. **Danilov Yu.A., Kirillovskiy Yu.L., Kolpakov Yu.G.** Apparatura obyemnykh gidroprivodov: Rabochiye protsessy i kharakteristiki. M.: Mashinostroyeniye, 1990. 272 s. (rus.)

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

СКЛЯРЕВСКИЙ Александр Николаевич — доктор технических наук профессор Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. 195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29. E-mail: ansk46@mail.ru

AUTHOR

SKLYAREVSKIY Aleksandr N. — St. Petersburg State Polytechnical University. 29, Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia. E-mail: ansk46@mail.ru