

УДК 681.05

*С.А. Гайворонский, Т.А. Езангина*

## **РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ КОМПЕНСАЦИЕЙ ВЕСА ЗВЕНЬЕВ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НА СТЕНДЕ ИМИТАЦИИ НЕВЕСОМОСТИ**

*S.A. Gayvoronskiy, T.A. Ezangina*

### **ROBUST CONTROL WEIGHT COMPENSATION LINKS SPACECRAFT STAND WEIGHTLESSNESS SIMULATION**

Разработана структура системы стабилизации натяжения троса для стенда имитации невесомости. Предложен алгоритм параметрического синтеза робастного ПИ-регулятора на основе коэффициента метода и критерия максимальной степени устойчивости в условиях интервальной неопределенности параметров системы. Работоспособность синтезированной робастной системы подтверждают результаты цифрового моделирования.

**СИСТЕМА СТАБИЛИЗАЦИИ НАТЯЖЕНИЯ ТРОСА; СИНТЕЗ РОБАСТНОГО РЕГУЛЯТОРА; МАКСИМАЛЬНАЯ РОБАСТНАЯ СТЕПЕНЬ УСТОЙЧИВОСТИ; РОБАСТНАЯ СТЕПЕНЬ КОЛЕБАТЕЛЬНОСТИ.**

The structure of the robust stabilization system cable tension to stand simulates weightlessness. An algorithm of parametric synthesis of robust PI-controller based coefficient method and maximum degree of stability criterion. Robust performance of the synthesized system confirms the results of digital simulation.

**STABILITY CABLE TENSION; SYNTHESIS OF ROBUST CONTROLLERS; MAXIMAL ROBUSTNESS DEGREE OF STABILITY; ROBUSTNESS DEGREE OF VIBRATIONAL.**

Космические аппараты (КА) содержат элементы, которые при выходе на орбиту переводятся из транспортировочного положения в рабочее. Стенд имитации невесомости (СИН) позволяет в наземных условиях имитировать движение таких элементов КА в условиях космоса. Кинематическая схема СИН [1] показана на рис. 1, где обозначены: 1 – трос; 2 – датчик натяжения троса; 3 – датчик вертикальности троса; 4 – привод горизонтального канала СИН; 5 – привод вертикального канала СИН; 6 – движущийся элемент КА; 7 – груз-противовес.

Согласно [1] критериями имитации невесомости в процессе движения элемента КА являются постоянство силы натяжения троса и постоянство вертикального положения троса. Для выполнения этих условий служат соответственно вертикальные и горизонтальные каналы управления, реализуемые с помощью автоматических систем. Последние характеризуются многомассовостью, наличием упругих связей, а также переменных и неопределенных параметров.

Упругим элементом в системах управления является трос, параметрами которого служат удельное значение жесткости  $C_{уд}$  и коэффициент демпфирования колебаний  $\chi_{уд}$ . Участки троса между инерционными звеньями в процессе их движения изменяют свою длину  $l$ , а следовательно, и параметры  $C = C_{уд} / l$  и  $\chi = \chi_{уд} / l$ . Заметим, что пределы изменения длин участков троса заранее известны, поэтому  $C$  и  $\chi$  каждого участка можно считать интервальными параметрами.

При рассмотрении СИН необходимо отметить, что в процессе движения элемента КА его вес распределяется между точкой опоры элемента и точкой подвеса. Данное обстоятельство при анализе и синтезе систем управления может быть учтено интервальным заданием массы элемента КА.

**Постановка задачи.** В данной статье разрабатывается вертикальный канал СИН, который должен обеспечивать выполнение первого критерия имитации невесомости: постоянство силы натяжения троса. Верти-

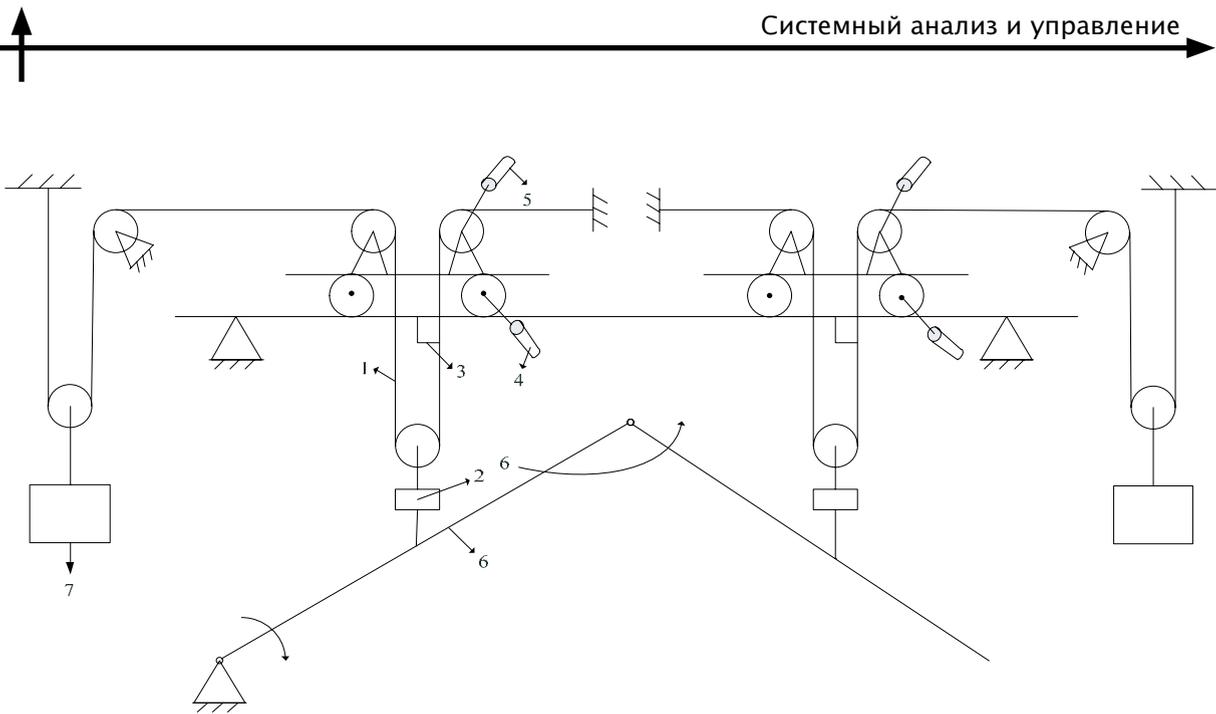


Рис. 1. Кинематическая схема стенда имитации невесомости

кальный канал представляет собой упругую трехмассовую систему стабилизации натяжения троса (ССНТ) с интервальными параметрами.

В настоящее время разработано большое количество методов синтеза систем управления с интервальными параметрами [2–4]. Для синтеза ССНТ мы предлагаем применить интервальное расширение коэффициентного метода [5], основанного на использовании коэффициентных показателей качества. Последние определяются на основании интервальных коэффициентов характеристического полинома замкнутой системы (в которые входят интервальные параметры объекта управления и настройки регулятора).

В связи с тем, что динамические процессы в ССНТ с интервальными параметрами должны быть быстропротекающими, в качестве критерия синтеза робастного регулятора выбран критерий максимального быстродействия. Предлагаемый для его реализации корневой подход предусматривает максимизацию робастной степени устойчивости ССНТ выбором соответствующих параметров робастного регулятора. При его синтезе предлагается также ввести ограничение на колебательность системы.

**Основные соотношения для синтеза робастного регулятора.** Коэффициентный

метод [5] использует соотношения между коэффициентами характеристического полинома  $P(s) = \sum_{i=0}^n p_i s^i$  замкнутой системы и показателями ее качества. Согласно [6] робастное расширение коэффициентного метода на интервальные системы позволяет для анализа устойчивости применять верхнюю границу интервального показателя устойчивости  $\bar{\lambda}_i = p_{i-1} p_{i+2} / p_i p_{i+1}$ ,  $i = 1, n-2$ , где  $\bar{p}_i$  – верхний предел,  $\underline{p}_i$  – нижний предел  $i$ -го коэффициента характеристического полинома. На основе  $\bar{\lambda}_i$  получено достаточное условие робастной устойчивости системы  $\bar{\lambda}_i < 0,465$ .

Очевидно, что при проектировании ССНТ с интервальными параметрами представляет интерес не столько обеспечение устойчивости системы, сколько гарантия сохранения ее допустимого качества в процессе движения элемента КА. Обеспечить желаемые динамические свойства интервальной ССНТ предлагается с помощью робастного ПИ-регулятора, имеющего передаточную функцию  $W_p(s) = k_1 + k_2 s / s$ ,  $\bar{k} = (k_1, k_2)$  – вектор настроек регулятора.

Для решения задачи синтеза ПИ-регулятора предлагается использовать достаточное условие заданной степени устойчивости  $\eta$  интервальной системы [7]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\overline{p_{i-1}(\bar{k})} \overline{p_{i+2}(\bar{k})}}{(\overline{p_i(\bar{k})} - \overline{p_{i+1}(n-i-1)\eta})(\overline{p_{i+1}(\bar{k})} - \overline{p_{i+2}(\bar{k})(n-i-2)\eta})} < 0,465, \quad i = \overline{1, n-2}; \\ \overline{p_m(\bar{k})} - \overline{p_{m+1}(\bar{k})(n-i-1)\eta} \geq 0, \quad m = \overline{1, n-1}; \\ \overline{p_0(\bar{k})} - \overline{p_1(\bar{k})\eta} + 2\overline{p_2(\bar{k})} \frac{\eta^2}{3} \geq 0. \end{array} \right. \quad (1)$$

Вхождение степени устойчивости  $\eta$  в условия (1) дает возможность ее максимизации настройками  $\bar{k}$  ПИ-регулятора.

Коэффициентный метод позволяет также формировать условия, ограничивающие колебательность интервальной ССНТ. Для этого можно использовать нижнюю границу показателя колебательности  $\delta_z = \overline{p_z^2} / (\overline{p_{z-1} p_{z+1}})$ ,  $z = \overline{1, n-1}$ . Основанное на  $\delta_z$  достаточное условие робастной колеба-

тельности имеет вид  $\delta_z > \delta_d$ , где  $\delta_d$  – допустимый показатель колебательности, определяемый из таблицы, приведенной в [7, с. 6].

Основываясь на приведенных выше условиях, для синтеза робастного регулятора предлагается выбором его параметров максимизировать робастную степень устойчивости системы при ограничении на ее колебательность. Для этого необходимо выполнение следующих условий:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\overline{p_{i-1}(\bar{k})} \overline{p_{i+2}(\bar{k})}}{(\overline{p_i(\bar{k})} - \overline{p_{i+1}(n-i-1)\eta})(\overline{p_{i+1}(\bar{k})} - \overline{p_{i+2}(\bar{k})(n-i-2)\eta})} = 0,465, \quad i = \overline{1, n-2}; \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\overline{p_{j-1}(\bar{k})} \overline{p_{j+2}(\bar{k})}}{(\overline{p_j(\bar{k})} - \overline{p_{j+1}(n-i-1)\eta})(\overline{p_{j+1}(\bar{k})} - \overline{p_{j+2}(\bar{k})(n-i-2)\eta})} < 0,465, \quad j = \overline{1, n-2}, \quad j \neq i; \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\overline{p_m(\bar{k})} - \overline{p_{m+1}(\bar{k})(n-i-1)\eta} \geq 0, \quad m = \overline{1, n-1}; \quad (4)$$

$$\overline{p_0(\bar{k})} - \overline{p_1(\bar{k})\eta} + 2\overline{p_2(\bar{k})} \frac{\eta^2}{3} \geq 0; \quad (5)$$

$$\overline{p_z^2} / \overline{p_{z-1} p_{z+1}} \geq \delta_d, \quad z = \overline{1, n-1}. \quad (6)$$

Количество условий (2)–(6), проверяемых при нахождении значений настроек регулятора, определяется числом коэффициентов характеристического полинома интервальной системы. Из полученных наборов значений параметров регулятора выбираются те, которые обеспечивают максимальное значение  $\eta$ .

**Математическая модель системы стабилизации натяжения троса.** На основании дифференциальных уравнений, описывающих динамику отдельных элементов ССНТ, составлена ее математическая модель в виде структурной схемы, приведенной на рис. 2. ССНТ имеет следующие параметры:  $J = 0,01 \text{ кгм}^2$  – момент инерции электропривода;  $\chi_{уд} = 2000 \text{ Нс}$  – удельный коэффициент демпфирования колебаний в

тросе;  $C_{уд} = 80\,000 \text{ Н}$  – удельная жесткость троса;  $r = 0,1 \text{ м}$  – радиус приводного шкива электропривода и блоков трособлочной системы ССНТ;  $m_n = 80 \text{ кг}$  – масса груза-противовеса;  $C_m = 0,05 \text{ Нм/А}$  – коэффициент передачи двигателя по моменту;  $K_{дн} = 1 \text{ В/Н}$  – коэффициент передачи датчика натяжения троса;  $i = 100$  – передаточное число редуктора.

Рассмотрим длины участков троса СИН:  $l_1$  – между электроприводом и звеном КА и  $l_2$  – между электроприводом и грузом-противовесом. Эти длины определяют интервалы параметров соответствующих участков троса:  $[C_1] = C_{уд} / [l_1]$ ,  $[C_2] = C_{уд} / [l_2]$  и  $[\chi_1] = \chi_{уд} / [l_1]$ ,  $[\chi_2] = \chi_{уд} / [l_2]$ .

В результате преобразования приведенной на рис. 2 структурной схемы ССНТ по-

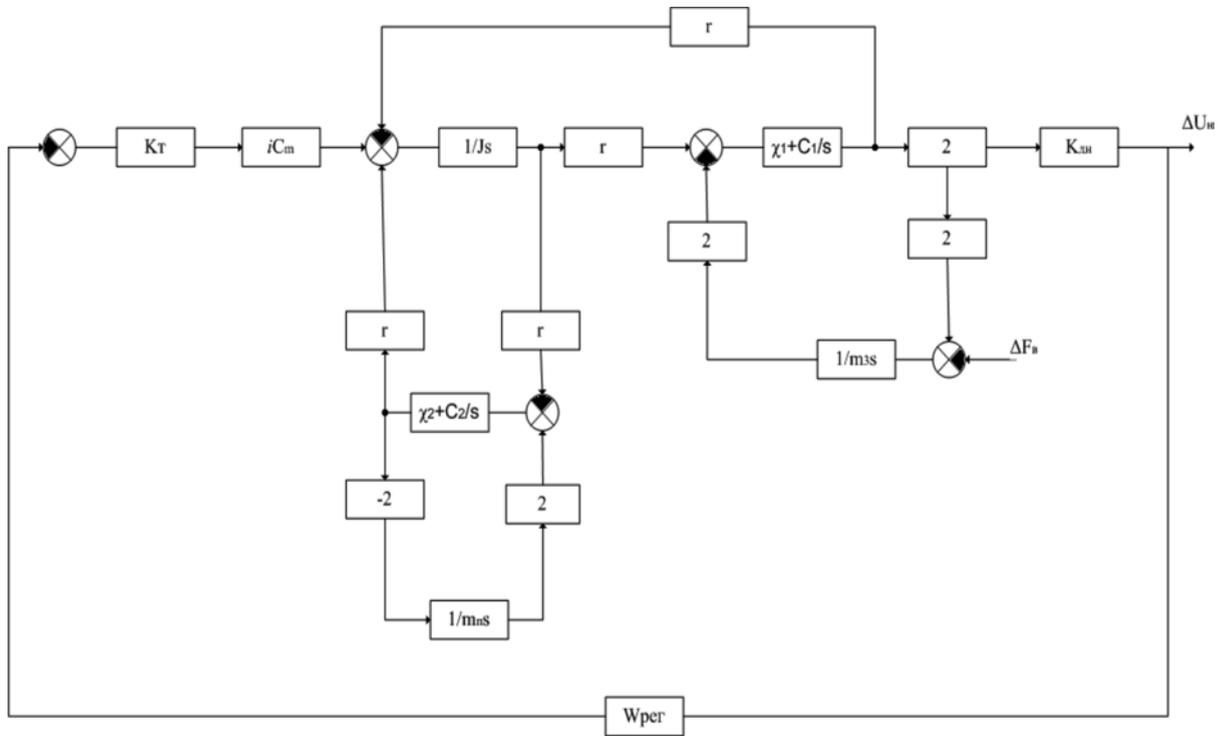


Рис. 2. Структурная схема системы стабилизации натяжения троса

лучен ее характеристический полином

$$P(s) = p_5 s^5 + p_4 s^4 + p_3 s^3 + p_2 s^2 + p_1 s + p_0, \quad (7)$$

где в коэффициенты линейно входят настройки ПИ-регулятора и полилинейно интервальные параметры системы:

$$\begin{aligned} p_0 &= 4m_3 r C_2 C_m i C_1 k k_1; \\ p_1 &= 4m_3 r C_2 C_1 (2rK_{дн} + C_m i k k_2) + \\ &+ 4m_3 r C_m i k (C_2 \chi_1 k_1 + C_1 \chi_2) + \\ &+ 8K_{дн} C_2 C_1 (J + r^2 m_n); \\ p_2 &= 8rK_{дн} m_3 m_n (\chi_1 + \chi_2) + \\ &+ 4m_3 r C_m i k k_2 (C_2 \chi_1 + C_1 \chi_2) + \\ &+ 32K_{дн} J (C_2 \chi_1 + C_1 \chi_2) + \\ &+ 8K_{дн} r^2 (C_2 \chi_1 m_3 + C_1 \chi_2 m_n) + \\ &+ m_3 r C_m i k k_2 (4\chi_1 + C_1 m_n); \\ p_3 &= 2r^2 K_{дн} m_3 m_n (C_1 + C_2) + \\ &+ 8K_{дн} \chi_1 \chi_2 (4J + r^2 m_n + m_3 r^2) + \\ &+ 8K_{дн} J (C_1 m_n + C_2 m_3) + \\ &+ m_3 r C_m i k (4k_2 \chi_1 + k_1 \chi_1 + C_1 m_n k_2); \\ p_4 &= 2r^2 K_{дн} m_3 m_n (C_1 + C_2) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ 8K_{дн} J (m_n \chi_1 + m_3 \chi_2) + \\ &+ 32K_{дн} J (C_2 \chi_1 + C_1 \chi_2) + \\ &+ m_n m_3 r C_m i k k_2; \\ p_5 &= 2K_{дн} m_3 m_n J. \end{aligned}$$

Пусть масса  $m_3$  элемента КА принадлежит диапазону [60; 100] кг. Длины  $l_1$  и  $l_2$  в процессе раскрытия КА принимают значения из интервала [5; 10] м. Тогда на основании правил интервальной арифметики приведем полином (7) к интервальному виду:

$$P(s) = [p_5]s^5 + [p_4]s^4 + [p_3]s^3 + [p_2]s^2 + [p_1]s + [p_0], \quad (8)$$

где  $p_5 = [1; 3]$ ;  $p_4 = [624 + 2e^4 k_2; 2528 + 12e^4 k_2]$ ;

$$p_3 = [112128 + 2e^4 k_1 + 832e^4 k_2; 636180 + 12e^4 k_1 + 4942e^4 k_2];$$

$$p_2 = [4070400 + 832e^4 k_1 + 256e^6 k_2; 30464000 + 4992e^4 k_1 + 1536e^6 k_2];$$

$$p_1 = [58368e^4 + 256e^6 k_1 + 512e^8 k_2; 37888e^4 + 1536e^6 k_1 + 3072e^8 k_2];$$

$$p_0 = [512e^8 k_1; 3072e^8 k_1].$$

Заметим, что интервальные коэффициенты полинома (8) образуют параметрический многогранник, вершины которого определяются крайними значениями коэффициентов полинома.

**Параметрический синтез робастного ПИ-регулятора системы стабилизации натяжения троса.** На основании полученных условий (2)–(6) проведем параметрический синтез робастного ПИ-регулятора ССНТ. Для этого, приняв  $\delta_n = 1,75$ , что соответствует сектору  $\varphi = \pm 70^\circ$  располо-

жения корней полинома (8), выразим из (6) при  $z = 4$  параметр регулятора  $k_1$  через  $k_2$ :  $k_1(k_2) = \overline{p_4^2(k_2)} - 1,75 \overline{p_3(k_2)p_5(k_2)}$ . Далее, подставив  $k_1(k_2)$  в (2), при  $i = 3$  получим уравнение  $\overline{p_2(k_2)p_5(k_2)} - 0,465(\overline{p_3(k_2)} - \overline{p_4(k_2)\eta})(\overline{p_4(k_2)}) = 0$ , из которого выразим параметр регулятора  $k_2$  через степень устойчивости  $\eta$ . Используя полученные зависимости в выражениях (3)–(6), сформируем для ССНТ систему неравенств (9), где неизвестным является максимальная степень устойчивости  $\eta$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{p_0(\eta)} \overline{p_3(\eta)} / (\overline{p_1(\eta)} - 3 \overline{p_2(\eta)\eta})(\overline{p_2(\eta)} - 2 \overline{p_3(\eta)\eta}) < 0,465; \\ \overline{p_1(\eta)} \overline{p_4(\eta)} / (\overline{p_2(\eta)} - 2 \overline{p_3(\eta)\eta})(\overline{p_3(\eta)} - \overline{p_4(\eta)\eta}) < 0,465; \\ \overline{p_1(\eta)} - 3 \overline{p_2(\eta)\eta} \geq 0; \\ \overline{p_2(\eta)} - 2 \overline{p_3(\eta)\eta} \geq 0; \\ \overline{p_3(\eta)} - \overline{p_4(\eta)\eta} \geq 0; \\ \overline{p_0(\eta)} - \overline{p_1(\eta)\eta} + 2 \overline{p_2(\eta)} \frac{\eta^2}{3} \geq 0; \\ \overline{p_1^2(\eta)} / \overline{p_0(\eta)p_2(\eta)} \geq 1,75; \\ \overline{p_2^2(\eta)} / \overline{p_1(\eta)p_3(\eta)} \geq 1,75; \\ \overline{p_3^2(\eta)} / \overline{p_2(\eta)p_4(\eta)} \geq 1,75. \end{array} \right. \quad (9)$$

Решая систему (9), находим  $\eta = 6,8$ , после чего определяем искомые настройки робастного ПИ-регулятора  $k_2 = 0,06$ ,  $k_1 = 1$ .

**Моделирование процессов управления в системе стабилизации натяжения троса.** Оценка работоспособности ССНТ с синтезированным регулятором проведена путем моделирования системы в пакете Matlab с помощью приложения Simulink. Моделирование выполнено для сочетаний интервальных параметров ССНТ, соответствующих наихудшему режиму работы:  $l_2 > l_1, m_n > m_3$ .

Для проверки правильности имитации вертикальным каналом СИН движения элемента КА в условиях невесомости в качестве входного воздействия выбран импульс силы толкателя, приводящего в движение элемент КА (рис. 3 а). Известно, что в результате импульсного воздействия на объект в условиях невесомости последний

разгоняется и начинает двигаться с постоянной скоростью, зависящей от величины импульса. Именно такой характер движения получен на рис. 3 б. Оценить выполнение в ССНТ первого критерия имитации невесомости – сохранение постоянства натяжения троса – можно по графику, показанному на рис. 3 в.

Из рис. 3 видно, что выставленная до начала испытания датчиком на нуль сила натяжения троса совершает в переходном процессе быстрозатухающие колебания с частотой, определяемой жесткостью троса, и в установившемся режиме опять равна нулю. Такое поведение силы натяжения троса свидетельствует о соответствии характера движения элементов КА на СИН их движению в условиях невесомости.

Моделирование процессов управления в ССНТ в других режимах работы (при других сочетаниях интервальных параметров)

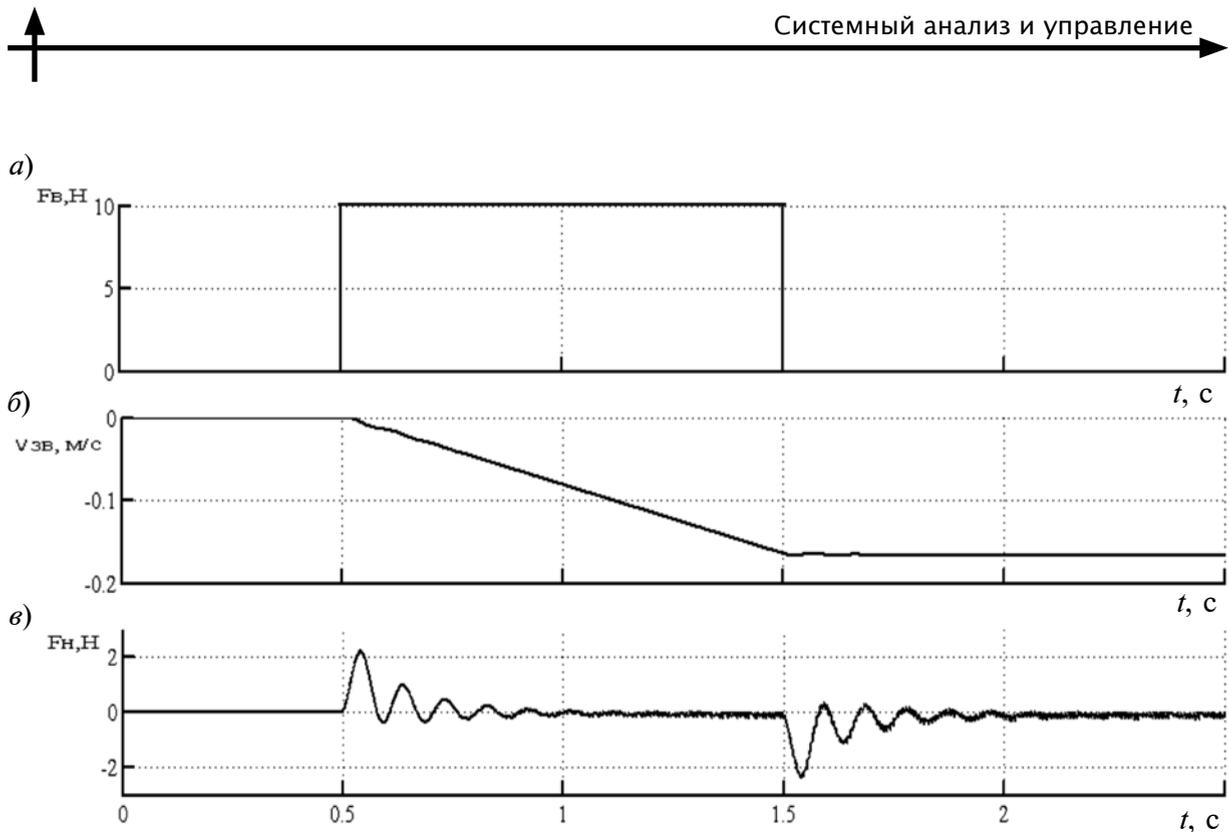


Рис. 3. Переходные процессы:

*a* – силы толкателя; *б* – скорости вертикального перемещения элемента КА; *в* – силы натяжения троса

показало, что их качество мало отличается от приведенного на рис. 3, что позволяет сделать вывод о наличии у ССНТ робастных свойств.

В статье разработана структура робастной системы стабилизации натяжения троса, позволяющая в наземных условиях на специальном стенде имитировать невесомость при испытаниях космического аппарата. Для расчета параметров используемого в системе ПИ-регулятора применен коэффициентный метод и критерий мак-

симального быстродействия. Эффективность работы спроектированной системы подтверждена графиками переходных процессов.

Проведенные исследования выявили ряд новых задач, решение которых позволит улучшить качество работы робастной системы стабилизации натяжения троса. В частности, представляется целесообразным учитывать при проектировании системы различные сопутствующие нелинейности (сухое трение в блоках трособлочной системы, люфты в электроприводах).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вадутов О.С., Мельников Ю.С., Гайворонский С.А., Новокшенов С.В. Синтез динамических регуляторов интервальных автоматических систем стенда имитации невесомости // Информационные системы и технологии. Доклад Междунар. конф. Новосибирск, 2000. С. 371–377.
2. Волков А.Н., Загашвили Ю.В. Метод синтеза систем автоматического управления с максимальной степенью устойчивости при наличии ограничений // Известия РАН. Теория и системы управления. 1997. № 3. С. 12–19.
3. Татаринев А.В., Цирлин А.М. Задачи математического программирования, содержащие комплексные переменные, и предельная степень устойчивости линейных динамических систем // Известия РАН. Теория и системы управления. 1995. № 1. С. 28–33.
4. Keel L.H., Bhattacharyya S.P. Robust stability and performance with fixed-order controllers // Automatica. 1999. No. 35. Pp. 1717–1724.
5. Петров Б.Н., Соколов Н.И., Липатов А.В. и др. Системы автоматического управления объектами с переменными параметрами: Инженер-

ные методы анализа и синтеза. М.: Машиностроение, 1986. 256 с.

6. **Гайворонский С.А., Езангина Т.А.** Настройка ПИД-регулятора для максимизации степени устойчивости интервальной системы // Автоматизация процессов управления. 2013. № 1(31).

С. 86–91.

7. **Гайворонский С.А., Езангина Т.А.** Параметрический синтез линейного регулятора для интервального объекта управления // Мехатроника. Автоматизация. Управление. 2013. № 9(105). С. 5–10.

#### REFERENCES

1. **Vadutov O.S., Melnikov Yu.S., Gayvoronskiy S.A., Novokshonov S.V.** Sintez dinamicheskikh regulyatorov intervalnykh avtomaticheskikh sistem stenda imitatsii nevesomosti, *Informatsionnyye sistemy i tekhnologii. Doklad mezhdunarodnoy konferentsii*, Novosibirsk, 2000, Pp. 371–377. (rus)

2. **Volkov A.N., Zagashvili Yu.V.** Metod sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya s maksimalnoy stepenyu ustoychivosti pri nalichii ogranicheniy, *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*, 1997, No. 3. Pp. 12–19. (rus)

3. **Tatarinov A.V., Tsirlin A.M.** Zadachi matematicheskogo programmirovaniya, sodержashchiye kompleksnyye peremennyye, i predelnaya stepen ustoychivosti lineynykh dinamicheskikh system, *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*, 1995, No. 1, Pp. 28–33. (rus)

4. **Keel L.H., Bhattacharyya S.P.** Robust stability and performance with fixed-order controllers, *Automatica*, 1999, No. 35, Pp. 1717–1724.

5. **Petrov B.N., Sokolov N.I., Lipatov A.V. i dr.** *Sistemy avtomaticheskogo upravleniya obyektami s peremennymi parametrami: Inzhenernyye metody analiza i sinteza*. Moscow: Mashinostroyeniye, 1986, 256 p. (rus)

6. **Gayvoronskiy S.A., Ezangina T.A.** Nastroyka PID-regulyatora dlya maksimizatsii stepeni ustoychivosti intervalnoy sistemy, *Avtomatizatsiya protsessov upravleniya*. 2013. No. 1(31). Pp. 86–91. (rus)

7. **Gayvoronskiy S.A., Ezangina T.A.** Parametricheskyy sintez lineynogo regulyatora dlya intervalnogo obyekta upravleniya, *Mekhatronika. Avtomatizatsiya. Upravleniye*. 2013, No. 9(105). Pp. 5–10. (rus)

---

**ГАЙВОРОНСКИЙ Сергей Анатольевич** – заместитель директора по учебной работе Института кибернетики Национального исследовательского томского политехнического университета, кандидат технических наук, доцент.

634050, Россия, г. Томск, пр. Ленина, д. 30.  
E-mail: saga@tpu.ru

**GAYVORONSKIY, Sergey A.** *National Research Tomsk Polytechnic University.*

634050, Lenina Ave. 30, Tomsk, Russia.  
E-mail: saga@tpu.ru

**ЕЗАНГИНА Татьяна Александровна** – аспирант кафедры автоматики и компьютерных систем Института кибернетики Национального исследовательского томского политехнического университета.

634050, Россия, г. Томск, пр. Ленина, д. 30.  
E-mail: eza-tanya@yandex.ru

**EZANGINA, Tatiana A.** *National Research Tomsk Polytechnic University.*

634050, Lenina Ave. 30, Tomsk, Russia.  
E-mail: eza-tanya@yandex.ru